J.L. Dalmasso

DIA

COURS D'ELECTROTECHNIQUE

2. Traitement de l'énergie électrique (convertisseurs statiques)

Collections DIA / Diffusion BELIN

J.-L. DALMASSO

Ancien élève de l'École normale supérieure de l'enseignement technique
Agrégé de l'Université
Professeur au Lycée technique Rouvière à Toulon

Cours d'électrotechnique

II.
TRAITEMENT DE L'ÉNERGIE ELECTRIQUE
(Convertisseurs statiques)

Ecoles d'ingénieurs
INSA / CNAM / IUT
Maîtrise EEA
BTS d'électrotechnique

COLLECTIONS DIA

Diffusion
LIBRAIRIE BELIN
8, rue Férou, 75278 Paris Cedex 06

Les collections DIA sont coéditées par la Librairie Euphorion
et la Librairie classique Eugène Belin.

Rédaction : Librairie Euphorion, 31, rue Dauphine, Paris 6.

Couverture :
Création ORANGE

ISBN 2-7303-3701-6 Euphorion
ISBN 2-7011-0819-5 Belin

TABLE DES MATIÈRES

T R O I S I E M E   P A R T I E

CONVERTISSEURS ELECTRONIQUES

AVANT-PROPOS

L'énergie électrique n'est pas transportée par des ondes de même tension que celles produites par les génératrices synchrones et asynchrones. Elle n'est pas non plus distribuée et utilisée dans les mêmes conditions. Adapter la forme, la tension et la fréquence de l'onde électrique aux besoins des lignes ou des récepteurs, tel est le rôle des convertisseurs étudiés dans cet ouvrage.

La première partie sera consacrée aux systèmes triphasés, équilibrés ou non, et au transport de l'énergie électrique.

La seconde partie traitera des convertisseurs dont l'élément essentiel est un circuit ferromagnétique statique portant des enroulements : transformateurs et transducteurs.

Enfin, on abordera l'étude des matériels utilisant des composants électroniques : diodes, thyristors, triacs, transistors. Leurs performances leur permettent de remplacer désormais les dispositifs électromécaniques (groupes convertisseurs, commutatrices, cascades, etc.), lorsqu'on désire modifier la forme, la tension ou la fréquence d'une onde électrique; on réalise ainsi des montages redresseurs, onduleurs, hacheurs, gradateurs ou cycloconvertisseurs.

L'indépendance de ces trois parties n'est que formelle : les transducteurs magnétiques utilisent des diodes et un montage redresseur ne se conçoit pas sans transformateur. L'unité des convertisseurs statiques est plus forte que ne le veut une tradition qui attribue les transformateurs à l'*électrotechnique* et confie les autres dispositifs à l'*électronique de puissance*. Cependant, cette partition des convertisseurs en deux grandes familles (magnétiques et électroniques) aère l'ouvrage et réduit le volume des études préliminaires communes (première partie).

Il va sans dire que l'étude fondamentale des composants électroniques rencontrés n'est pas abordée ici; l'électrotechnicien est surtout un utilisateur pour lequel ces matériels sont représentés par des grandeurs ou des courbes caractéristiques, de la même façon que les tôles des machines ne sont connues que par leur courbe d'aimantation ou leurs cycles d'hystérésis. Le cours d'électronique apportera de son côté les informations qui permettent de justifier ces caractéristiques et de prévoir les limites d'utilisation.

J.-L. DALMASSO

1er décembre 1979

BIBLIOGRAPHIE

On pourra consulter utilement les ouvrages suivants :

En électrotechnique :

CAHEN F., *Electrotechnique* (t. 3).- Gauthier-Villars.
SEGUIER G. & NOTELET F., *Electrotechnique industrielle*.- Technique et documentation.
TOUSSAINT C. & LAVABRE M., *Cours d'électrotechnique* (fasc. 1).- Dunod.
PILLET E., *Electrotechnique élémentaire*.- Dunod.
SAINT-JEAN B., *Electrotechnique et machines électriques*.- Eyrolles.
NIARD J., *Machines électriques (TF3)*.- Nathan.

En électronique de puissance :

SEGUIER G., *L'électronique de puissance*.- Dunod.
BÜHLER H., *Electronique industrielle 1 : électronique de puissance* (vol. XV du *Traité d'électricité* de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne).- Georgi.
BRICHANT F., *Electronique de puissance*.- Editions techniques et scientifiques françaises.
CHAUPRADE R., *Commande électronique des moteurs à courant continu*.- Eyrolles.

Pour informations technologiques :

Techniques de l'ingénieur (fasc. D3)

Pour préparer les mesures :

ROBERJOT P. & LOUBIGNAC J., *Electrotechnique appliquée* (t. 1).- Dunod.

Pour faire des problèmes d'application :

BORNAND M., *Problèmes d'électrotéchnique avec leurs solutions : Machines en courant alternatif (et électronique de puissance)*.- Eyrolles.
BORNAND M., *Electronique et électrotechnique*.- Vuibert.
FOUILLE A. & NAUDET C., *Problèmes d'électricité générale*.- Dunod.

Première partie

SYSTÈMES TRIPHASÉS ET TRANSPORT DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

I. A.

Étude des grandeurs triphasées

I.A.I. ÉTUDE CINÉTIQUE DES SYSTÈMES TRIPHASÉS ÉQUILIBRÉS

I.A.I.1 DÉFINITIONS

a. Système triphasé

Soient trois grandeurs physiques de même nature (f.e.m.,d.d.p.,courants), fonctions sinusoïdales du temps :

$$a_1 = f_1(t), \quad a_2 = f_2(t), \quad a_3 = f_3(t) \ .$$

On dit qu'elles forment un *système triphasé* si elles ont même pulsation (même fréquence) et sont déphasées, les unes par rapport aux autres, de la quantité $\varepsilon \frac{2\pi}{3}$, où $\varepsilon = \pm 1$, c'est-à-dire si elles s'expriment sous la forme :

$$a_1 = A_1\sqrt{2}\cos\omega(t - t_o) = A_1\sqrt{2}\cos(\omega t - \phi_o)$$
$$a_2 = A_2\sqrt{2}\cos\omega(t - t_o - \frac{T}{3}\varepsilon) = A_2\sqrt{2}\cos(\omega t - \phi_o - \varepsilon\frac{2\pi}{3})$$
$$a_3 = A_3\sqrt{2}\cos\omega(t - t_o - 2\varepsilon\frac{T}{3}) = A_3\sqrt{2}\cos(\omega t - \phi_o - \varepsilon\frac{4\pi}{3})$$

Exemple : La fig. I.A.1 représente un tel système dans le cas où $\varepsilon = +1$.

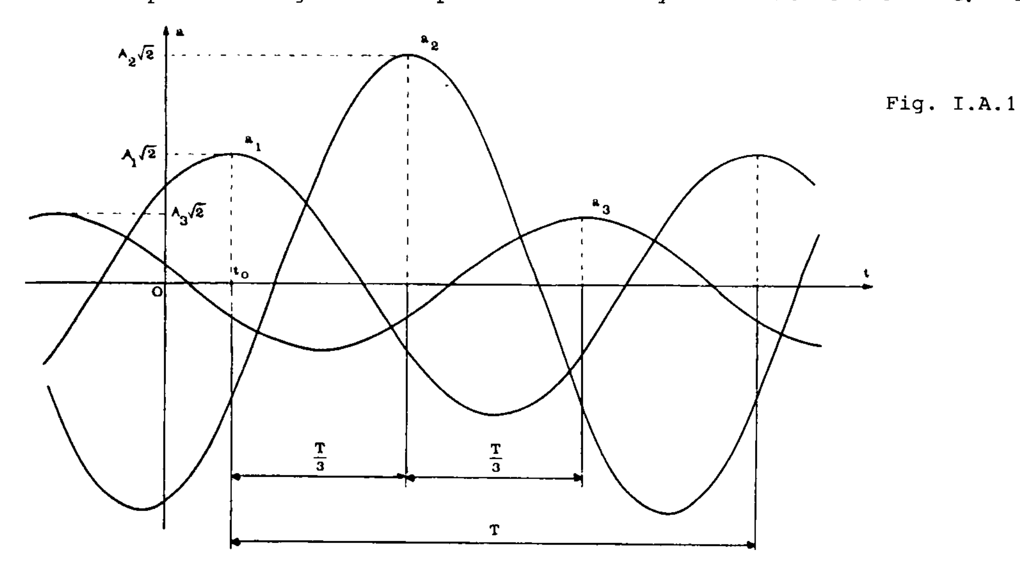


Fig. I.A.1

b. Systèmes triphasés direct et inverse

On voit que, lorsque $\varepsilon = +1$ (cas de la fig.I.A.1.), les trois grandeurs se succèdent dans l'ordre 1,2,3 (au passage à l'amplitude maximale, par exemple). On a alors un *système triphasé direct.*

Pour $\varepsilon = -1$ (il suffit de permuter a_2 et a_3 sur la fig.I.A.1) les trois grandeurs se suivent dans l'ordre 1,3,2 ; un tel système triphasé est dit *inverse.*

c. Système triphasé équilibré

Un système triphasé est *équilibré* lorsque les trois grandeurs qui le composent ont en plus même valeur efficace :

$$A_1 = A_2 = A_3 \ .$$

I.A.I.2 REPRÉSENTATIONS DES SYSTÈMES TRIPHASÉS

On remarque que les expressions précédentes des grandeurs triphasées a_1, a_2 et a_3 sont les parties réelles des grandeurs complexes :

$$\underline{a}_1 = A_1\sqrt{2}\,[\cos(\omega t - \phi_o) + j\,\sin(\omega t - \phi_o)] = A_1\sqrt{2}\,e^{j(\omega t - \phi_o)}$$

$$\underline{a}_2 = A_2\sqrt{2}\,e^{j(\omega t - \phi_o - \varepsilon\frac{2\pi}{3})}$$

$$\underline{a}_3 = A_3\sqrt{2}\,e^{j(\omega t - \phi_o - \varepsilon\frac{4\pi}{3})}$$

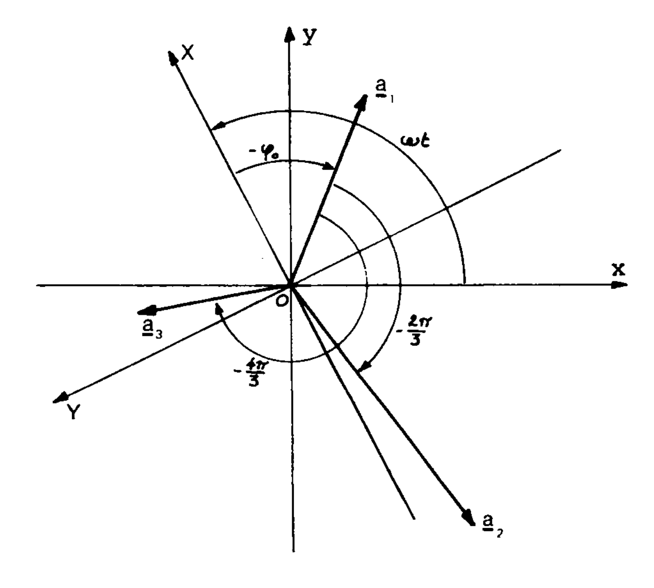


Fig.I.A.2

Si on représente ces grandeurs dans un même plan complexes (fig.I.A.2), on voit qu'elles tournent autour de l'origine avec la même vitesse angulaire ω . Elles sont immobiles les unes par rapport aux autres.

Remarque : Pour la représentation de la fig. I.A.2 on a choisi le cas d'un système direct ($\varepsilon = +1$).

Si on considère un plan complexe particulier, d'axes OX et OY, tournant autour de O à la pulsation ω , les grandeurs $\underline{a}_1$, $\underline{a}_2$ et $\underline{a}_3$ seront fixes dans ce plan. Un tel plan de représentation des grandeurs triphasées est un *plan de Fresnel.*

Comme on s'intéresse davantage aux valeurs efficaces des grandeurs sinusoïdales qu'à leurs amplitudes maximales, les vecteurs de Fresnel $\underline{A}_1$, $\underline{A}_2$ et $\underline{A}_3$ représentatifs des grandeurs triphasées a_1, a_2 et a_3 auront pour normes les valeurs efficaces A_1, A_2 et A_3 de ces grandeurs.

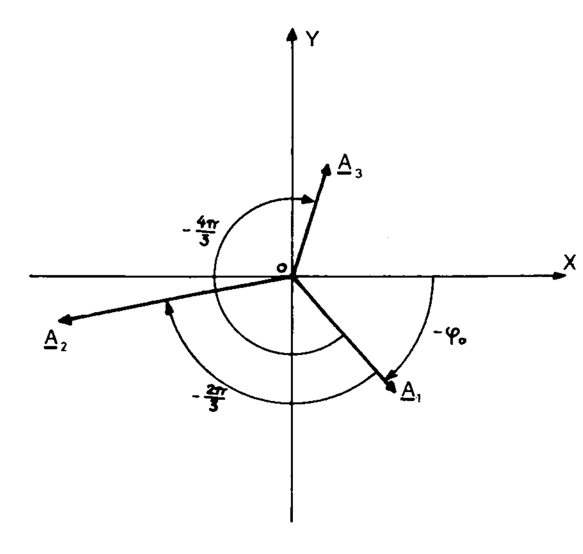


Fig. I.A.3

D'où les expressions des "vecteurs" ainsi définis :

$$\underline{A}_1 = A_1 e^{-j\phi_o}$$
$$\underline{A}_2 = A_2 e^{-j(\phi_o + \varepsilon \frac{2\pi}{3})}$$
$$\underline{A}_3 = A_3 e^{-j(\phi_o + \varepsilon \frac{4\pi}{3})}$$

et la représentation vectorielle des trois grandeurs triphasées (fig. I.A.3, toujours dans le cas d'un système direct) .

Il découle des propriétés des espaces vectoriels que toute relation linéaire entre des grandeurs sinusoïdales de même nature et de même pulsation sera conservée par cette transformation, c'est-à-dire que les vecteurs de Fresnel représentant ces différentes grandeurs seront liés par la même relation (en particulier, si une grandeur est la somme de deux autres, son vecteur associé est la somme vectorielle des vecteurs correspondants aux deux autres grandeurs) .

Remarque : Par construction du plan de Fresnel, on voit qu'on ne peut y représenter par des vecteurs fixes que des grandeurs *sinusoïdales* de *même fréquence* (même pulsation). Ces restrictions définissent le champ d'application de la méthode de résolution graphique dans le plan de Fresnel.

APPLICATION : Représentation des systèmes triphasés direct et inverse équilibrés.

Dans le cas de grandeurs équilibrées (même valeur efficace A), les expressions des vecteurs de Fresnel associés deviennent :

$$\underline{A}_1 = A\ e^{-j\phi_o}$$
$$\underline{A}_2 = A\ e^{-j(\phi_o + \varepsilon \frac{2\pi}{3})} = \underline{A}_1 e^{-j\varepsilon \frac{2\pi}{3}}$$
$$\underline{A}_3 = A\ e^{-j(\phi_o + \varepsilon \frac{4\pi}{3})} = \underline{A}_1 e^{-j\varepsilon \frac{4\pi}{3}}$$

Si on introduit l'opérateur complexe $\underline{a}$ correspondant à une rotation de $\frac{2\pi}{3}$ dans le plan de Fresnel, c'est-à-dire tel que :

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3} = \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{-1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

et si on remarque que cet opérateur satisfait aux relations suivantes :

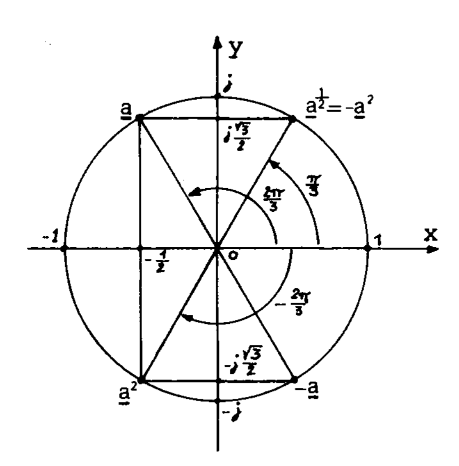


Fig. I.A.4

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3} = e^{-j4\pi/3} \qquad (I.A.1)$$

$$\underline{a}^2 = e^{j4\pi/3} = e^{-j2\pi/3} \qquad (I.A.2)$$

$$e^{j\pi/3} = \sqrt{\underline{a}} = -\underline{a}^2 \qquad (I.A.3)$$

$$e^{-j\pi/3} = -\underline{a} \qquad (I.A.4)$$

$$(\underline{a})^* = \underline{a}^2 \text{ (conjugué de } \underline{a}) \qquad (I.A.5)$$

$$\underline{a}^3 = 1 \qquad (I.A.6)$$

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0 \qquad (I.A.7)$$

(toutes relations qui se déduisent immédiatement de la fig. 1.A.4), les systèmes direct et inverse équilibrés sont représentés comme suit :

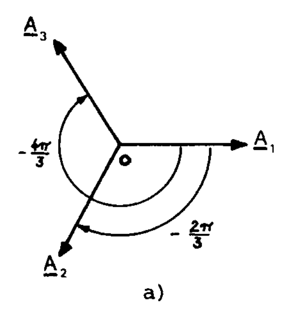
Système équilibré direct ($\varepsilon = +1$)

$$\left.\begin{aligned} &\underline{A}_1 \\ &\underline{A}_2 = \underline{a}^2 . \underline{A}_1 \\ &\underline{A}_3 = \underline{a} . \underline{A}_1 \end{aligned}\right\} \qquad (I.A.8)$$

Système équilibré inverse ($\varepsilon = -1$)

$$\left.\begin{aligned} &\underline{A}_1 \\ &\underline{A}_2 = \underline{a} . \underline{A}_1 \\ &\underline{A}_3 = \underline{a}^2 . \underline{A}_1 \end{aligned}\right\} \qquad (I.A.9)$$

D'où les représentations, dans le plan de Fresnel, des systèmes équilibrés direct (fig. I.A.5.a) et inverse (fig. I.A.5.b) .



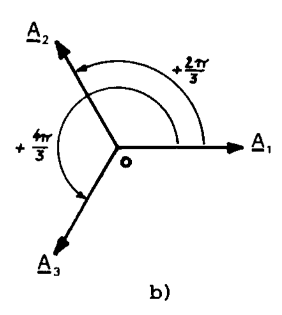


Fig.I.A.5

Remarque 1 : On a choisi $\underline{A}_1$ comme origine des phases, ce qui revient à choisir l'origine des temps lors d'un passage de a_1 par son amplitude maximale.

Remarque 2 : La relation (I.A.7) implique que trois grandeurs constituant un système triphasé équilibré ont une somme nulle à chaque instant (puisque le vecteur associé à la somme est nul) .

Remarque 3 : Pour distinguer les systèmes triphasés direct et inverse on peut utiliser le fait que le plan de Fresnel tourne, par rapport à un plan complexe "absolu", avec la pulsation ω , autour de l'origine. Un point fixe de ce plan de référence voit donc défiler devant lui les vecteurs $\underline{A}_1$,$\underline{A}_2$ et $\underline{A}_3$, dans l'ordre 1,2,3 dans le cas direct, dans l'ordre 1,3,2 dans le cas inverse (ω étant une pulsation positive).

I.A.I.3 LIGNE TRIPHASÉE

a. But

On verra au chapitre I.B. l'intérêt qu'il y a à transporter l'énergie électrique au moyen de lignes triphasées. Etudions ici ce qui caractérise une telle ligne.

b. Grandeurs caractéristiques

Le fonctionnement d'une ligne triphasée à trois ou quatre fils sera défini par :

- les tensions étoilées (ou tensions simples) v_1, v_2 et v_3, différences de potentiel entre les fils de ligne et le neutre (réel ou fictif) ;
- les tensions composées, d.d.p. entre fils de "phases" définies par :

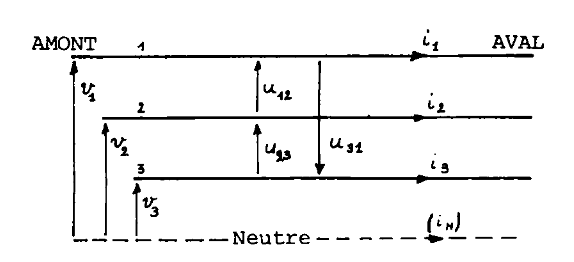


Fig. I.A.6

$$u_{12} = v_1 - v_2$$
$$u_{23} = v_2 - v_3 \qquad (I.A.10)$$
$$u_{31} = v_3 - v_1$$

-les intensités des courants en ligne i_1,i_2 et i_3 (et éventuellement l'intensité du courant dans le fil neutre i_n).

Remarque : L'utilisation des grandeurs ci-dessus conduit à adopter des conventions de signe pour la mesure ; ces conventions ont pour premier effet de discriminer les deux extrémités de la ligne ; on distingue une région "amont" et une région "aval, relativement à la portion étudiée. Dans l'absolu, ces deux régions n'ont aucune raison d'avoir des propriétés distinctes mais les puissances développées sur la ligne, calculées ou mesurées dans ces conventions de signes, seront positives lorsque l'énergie transite d'amont vers l'aval, négatives dans le cas opposé

c. Cas d'une ligne en régime équilibré de fonctionnement

C'est le cas lorsque les tensions étoilées v_1, v_2, v_3 et les courants i_1, i_2, i_3 forment des systèmes triphasés équilibrés de même ordre de succession des phases (tous deux directs ou tous deux inverses).

Si on représente dans le plan de Fresnel les tensions étoilées et composées, leurs vecteurs associés doivent satisfaire à la transformée de la relation *(I.A.10)*:

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= \underline{V}_1 - \underline{V}_2 \\ \underline{U}_{23} &= \underline{V}_2 - \underline{V}_3 \\ \underline{U}_{31} &= \underline{V}_3 - \underline{V}_1 \end{aligned}\right\} \qquad (I.A.11)$$

On voit sur la fig. I.A.7 qu'à des tensions étoilées $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$, $\underline{V}_3$ formant un système triphasé équilibré direct correspondent des tensions composées U_{12}, U_{23}, U_{31} (même permutation circulaire sur les indices que pour les tensions simples) définissant aussi un système de même nature. Réciproquement, un ensemble inverse de tensions simples conduirait à un système inverse de tensions entre fils de "phases".

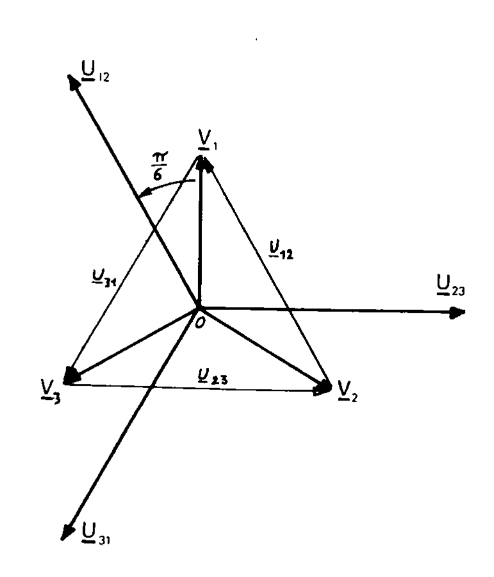


Fig.I.A.7

On voit de plus que la tension u_{12}, représentée par $\underline{U}_{12}$, est en avance de $\frac{\pi}{6}$ sur v_1 ($\underline{V}_1$) (dans le cas d'un système direct). Enfin, les valeurs efficaces des tensions simples et composées (c'est-à-dire les normes des vecteurs de Fresnel associés) sont liées par:

$$U = 2V \cos(\frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}\,V$$

si on note :

$$V = V_1 = V_2 = V_3 \quad \text{et} \quad U = U_{12} = U_{23} = U_{31}$$

les normes des vecteurs étudiés.

La fig. I.A.8 représente les vecteurs tensions et courants d'une ligne en charge équilibrée (dans le cas direct). On voit que, par définition d'une telle charge (tensions et courants forment des systèmes triphasés équilibrés de même ordre de succession), chaque courant en ligne est déphasé d'un même angle ϕ sur la tension étoilée correspondante. Cet angle sera caractéristique de l'état de fonctionnement.

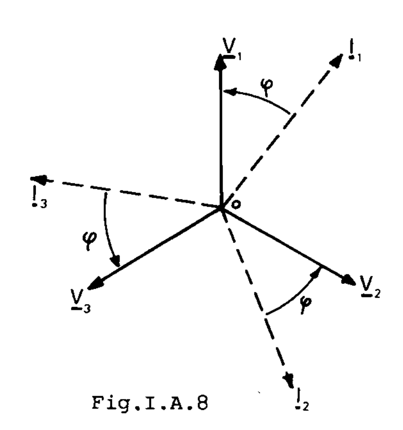


Fig.I.A.8

Remarque 1 : La fig.I.A.8 montre que l'étude d'une ligne triphasée en régime équilibré pourra se réduire à celle d'une "phase", c'est-à-dire à celle d'un fil de ligne et du conducteur neutre (réel ou fictif). Les diagrammes associés aux autres "phases" se déduisent du premier au moyen d'une rotation (d'où conservation des normes).

Remarque 2 : Puisque les courants i_1, i_2, i_3 forment un système triphasé équilibré leur somme est nulle et il en est de même de l'intensité du courant de neutre i_n; le conducteur neutre n'est donc pas indispensable. Mais il résulte surtout de cette remarque que toute ligne triphasée en charge équilibrée,peut être considérée comme formée de quatre fils. L'ensemble comprenant un conducteur de ligne et ce fil neutre (réel ou fictif), dont l'état de fonctionnement est caractéristique de celui de la ligne (cf. la remarque précédente), sera parfois nommé "phase" (par extension abusive du sens de ce mot réservé aux angles du plan de Fresnel); il est important de noter qu'un tel ensemble, élément du réseau triphasé étudié, *n'est pas équivalent à une ligne monophasée,* d'abord parce qu'il n'y a pas de courant dans le fil neutre, ensuite parce que certaines grandeurs caractéristiques de cette "phase" (impédances de pertes, par exemple) dépendent de la totalité de la ligne (inductions mutuelles, capacités de fuites, etc.).

Remarque 3 : La fig. I.A.8 comporte en fait deux diagrammes vectoriels de Fresnel, l'un pour les tensions, l'autre pour les intensités; ces deux diagrammes sont indépendants mais, si on choisit une origine des temps et une référence de phases communes, ils feront toujours apparaître le même déphasage ϕ entre le courant et la tension étoilée relatifs à un fil de ligne.

I.A.I.4 GÉNÉRATEURS ET RÉCEPTEURS TRIPHASÉS

a. Définitions

Un *générateur* ou un *récepteur triphasé* est l'ensemble de trois générateurs ou de trois récepteurs monophasés. Il peut donc être représenté par les dipôles équivalents de Thévenin ou de Norton (cf. fig. I.A.9). Un tel générateur (ou récepteur) triphasé sera dit *équilibré* lorsque :

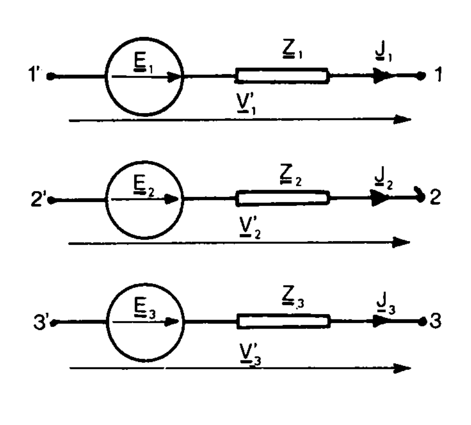


Fig.I.A.9

- les forces électromotrices $\underline{E}_1$, $\underline{E}_2$, $\underline{E}_3$ constituent un système triphasé équilibré,

- les impédances internes $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ sont égales.

Remarque : Pour plus de commodité on désignera désormais les grandeurs électriques (ici les f.e.m. e_1, e_2, e_3) par leurs transformées dans le plan de Fresnel.

b. Grandeurs caractéristiques

L'état du fonctionnement d'un générateur (ou d'un récepteur) triphasé sera représenté par les valeurs des :

- tensions simples ou par élément $\underline{V}'_1$, $\underline{V}'_2$, $\underline{V}'_3$;
- intensités des courants dans les éléments $\underline{J}_1$, $\underline{J}_2$, $\underline{J}_3$.

Ces grandeurs ont été représentées sur la fig. I.A.9 dans le cas où on utilise la convention de signes des générateurs (ce qui n'implique pas que le dispositif représenté soit un générateur triphasé, puisque ce n'est qu'une convention de signes).

I.A.I.5 COUPLAGE D'UNE SOURCE OU D'UNE CHARGE SUR UNE LIGNE

Pour connecter un générateur (ou un récepteur) triphasé sur une ligne triphasée, il faut coupler entre eux les trois éléments de ce générateur (récepteur).

a. Couplage étoile sans neutre (λ)

Les éléments de la source ou de la charge sont alors connectés à la ligne triphasée comme l'indique la fig.I.A.10 . Dans le cas des conventions de signes choisies, les grandeurs caractéristiques des fonctionnements de la source (ou de la charge) et de la ligne sont liées par les relations suivantes :

$$\underline{J}_1 = \underline{I}_1 ; \; \underline{J}_2 = \underline{I}_2 ; \; \underline{J}_3 = \underline{I}_3$$

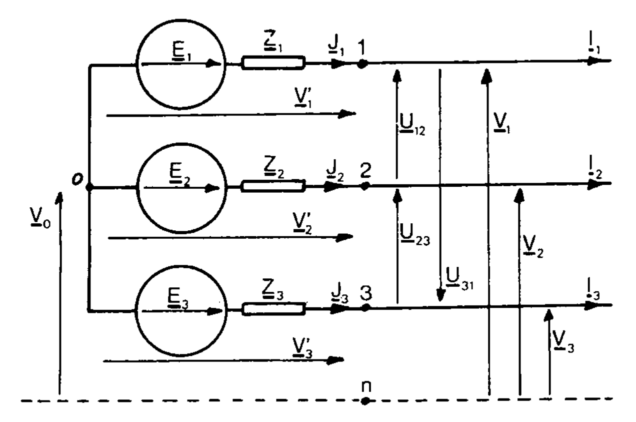


Fig.I.A.10

$$\left.\begin{array}{l} \underline{V}'_1 - \underline{V}'_2 = \underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 \\ \underline{V}'_2 - \underline{V}'_3 = \underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3 \\ \underline{V}'_3 - \underline{V}'_1 = \underline{U}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1 \end{array}\right\} \qquad (I.A.12)$$

De plus, la loi des noeuds appliquée au point O impose:

$$\underline{J}_1 + \underline{J}_2 \; \underline{J}_3 = \underline{0} \; .$$

On voit que le point O se trouve à un potentiel $\underline{V}_o$, par rapport au neutre (réel ou fictif) de la ligne, tel que:

$$\underline{V}_o + \underline{E}_1 - \underline{Z}_1 \cdot \underline{J}_1 = \underline{V}_1$$
$$\underline{V}_o + \underline{E}_2 - \underline{Z}_2 \cdot \underline{J}_2 = \underline{V}_2$$
$$\underline{V}_o + \underline{E}_3 - \underline{Z}_3 \cdot \underline{J}_3 = \underline{V}_3$$

D'où:

$$3\underline{V}_o = \underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 - (\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3) + \underline{Z}_1 \cdot \underline{J}_1 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{J}_2 + \underline{Z}_3 \cdot \underline{J}_3 \qquad (I.A.13)$$

Dans le cas d'une source (ou d'une charge) équilibrée connectée sur une ligne triphasée équilibrée, il faut tenir compte de:

$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = \underline{0} \; ; \; \underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3 = \underline{0} \; ; \; \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$$

et on déduit que:

$$3\underline{V}_o = \underline{Z} \cdot (\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3) = \underline{0} \; .$$

THÉORÈME

Le point commun aux éléments d'une source (ou d'une charge) triphasée équilibrée couplée en étoile sur une ligne triphasée équilibrée à trois fils est au potentiel du neutre de cette ligne.

APPLICATION

Certaines mesures (de puissances, par exemple) conduisent à des branchements utilisant le neutre de la ligne. Dans le cas d'une ligne à trois conducteurs, on pourra réaliser un *neutre artificiel* en connectant trois impédances identiques quelconques comme l'indique la fig. I.A.11. On montre aisément que le point O est au potentiel du neutre cherché (si le système des tensions étoilées est triphasé équilibré) ; en effet:

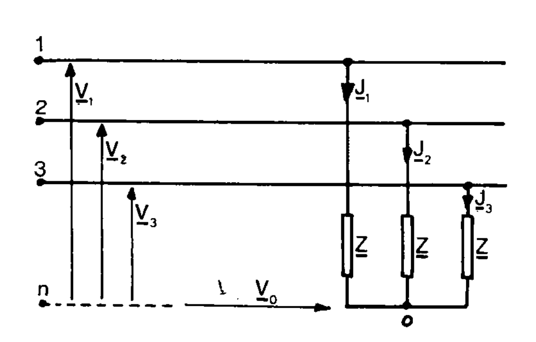


Fig.I.A.11.

$$\underline{V}_o = \underline{V}_1 - \underline{Z}.\underline{J}_1$$
$$\underline{V}_o = \underline{V}_2 - \underline{Z}.\underline{J}_2$$
$$\underline{V}_o = \underline{V}_3 - \underline{Z}.\underline{J}_3$$

D'où:

$$3\underline{V}_o = \underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 - \underline{Z}.(\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3) = \underline{0}$$

car:

$$\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 = \underline{0}$$

(ceci suppose que l'appareil de mesure branché en O consomme un courant d'intensité négligeable devant l'intensité des courants qui traversent les impédances $\underline{Z}$)

b. Couplage étoile avec neutre (⅄)

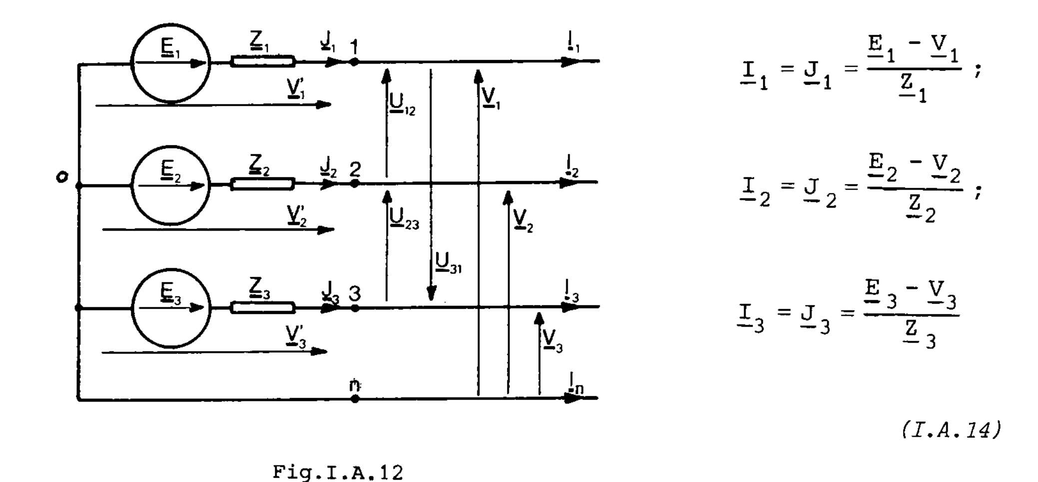
C'est le cas du montage de la fig. I.A.12. Les grandeurs électriques relatives au réseau et à la source (ou à la charge) sont alors liées par :

$$\underline{J}_1 = \underline{I}_1 \;;\; \underline{J}_2 = \underline{I}_2 \;;\; \underline{J}_3 = \underline{I}_3$$
$$\underline{V}'_1 = \underline{V}_1 \;;\; \underline{V}'_2 = \underline{V}_2 \;;\; \underline{V}'_3 = \underline{V}_3$$

(dans le cas des conventions de signes choisies ici). De plus, les intensités satisfont à :

$$\underline{I}_n = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3)$$
$$\underline{I}_n = -(\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3)$$

Enfin, si on connaît les caractéristiques internes de la source (f.e.m., impédances) ou de la charge, on en déduira (dans le cas de la figure) :



$$\underline{I}_1 = \underline{J}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{V}_1}{\underline{Z}_1} ;$$

$$\underline{I}_2 = \underline{J}_2 = \frac{\underline{E}_2 - \underline{V}_2}{\underline{Z}_2} ;$$

$$\underline{I}_3 = \underline{J}_3 = \frac{\underline{E}_3 - \underline{V}_3}{\underline{Z}_3} \qquad (I.A.14)$$

Fig.I.A.12

Lorsqu'une source (ou une charge) triphasée équilibrée est connectée sur un réseau alimenté par un système de tensions triphasées équilibrées de même ordre de succession des phases (par exemple direct) on a:

$$\begin{cases} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 = \underline{a}^2 . \underline{V}_1 \\ \underline{V}_3 = \underline{a} . \underline{V}_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 = \underline{a}^2 . \underline{E}_1 \\ \underline{E}_3 = \underline{a} . \underline{E}_1 \end{cases} \qquad \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$$

D'où, immédiatement:

$$\underline{J}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{V}_1}{\underline{Z}} ; \ \underline{J}_2 = \underline{a}^2 . \underline{J}_1 ; \ \underline{J}_3 = \underline{a} . \underline{J}_1 .$$

Les intensités des courants par élément forment donc aussi un système triphasé équilibré de même ordre de succession (pour une même permutation circulaire des indices). Il découle alors de la relation *(I.A.7)* que:

$$-\underline{I}_n = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 = \underline{0} .$$

CONSEQUENCE

Lors des fonctionnements équilibrés les montages étoile avec et sans fil neutre sont équivalents. Les valeurs efficaces des grandeurs électriques caractéristiques des fonctionnements de la ligne et de la source (ou de la charge) sont alors liées par :

$$U = V\sqrt{3} = V'\sqrt{3} \qquad (I.A.15)$$

$$I = J \qquad (I.A.16)$$

c. Couplage triangle

Les éléments de la charge (ou de la source) sont alors connectés de façon à former un contour polygonal fermé (triangle, dans le cas triphasé), comme le montre la figure I.A.13 . Dans le cas des conventions de signe portées sur la figure (convention des récepteurs pour la charge placée en aval de la ligne), les grandeurs caractéristiques de la ligne et de la charge sont liées par les relations :

$$\left.\begin{aligned} \underline{V}_1 - \underline{V}_2 &= \underline{U}_{12} = \underline{V}'_3 \\ \underline{V}_2 - \underline{V}_3 &= \underline{U}_{23} = \underline{V}'_1 \\ \underline{V}_3 - \underline{V}_1 &= \underline{U}_{31} = \underline{V}'_2 \end{aligned}\right\} (I.A.17) \qquad \left.\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{J}_3 - \underline{J}_2 \\ \underline{I}_2 &= \underline{J}_1 - \underline{J}_3 \\ \underline{I}_3 &= \underline{J}_2 - \underline{J}_1 \end{aligned}\right\} (I.A.18)$$

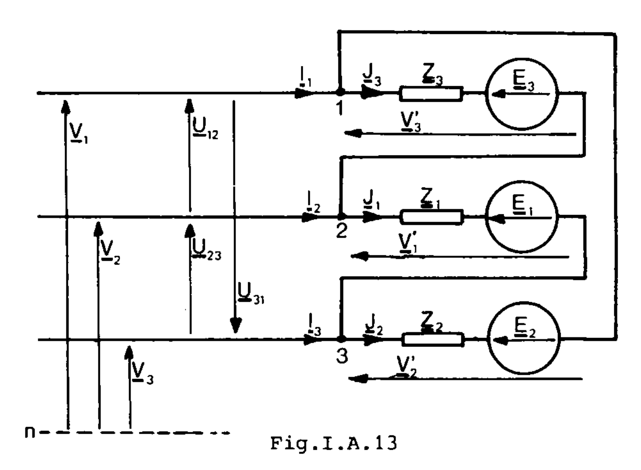


Fig.I.A.13

De plus, en tenant compte des f.e.m. (s'il y en a) et des impédances internes des dipôles de Thévenin équivalents aux éléments de la charge (ou de la source), on a :

$$\underline{J}_1 = \frac{\underline{U}_{23} - \underline{E}_1}{\underline{Z}_1} \;;\; \underline{J}_2 = \frac{\underline{U}_{31} - \underline{E}_2}{\underline{Z}_2} \;;\; \underline{J}_3 = \frac{\underline{U}_{12} - \underline{E}_3}{\underline{Z}_3}$$

Dans le cas d'une ligne et d'une charge triphasées équilibrées de même ordre de succession des phases(par exemple direct) on a aussi :

$$\left\{\begin{aligned} &\underline{V}_1 \\ &\underline{V}_2 = \underline{a}^2\,\underline{V}_1 \\ &\underline{V}_3 = \underline{a}.\underline{V}_1 \end{aligned}\right. \quad \left\{\begin{aligned} \underline{U}_{23} &= \underline{V}_1.(\underline{a}^2 - \underline{a}) \\ \underline{U}_{31} &= \underline{V}_1.(\underline{a} - 1) = \underline{a}^2.\underline{U}_{23} \\ \underline{U}_{12} &= \underline{V}_1.(1 - \underline{a}^2) = \underline{a}.\underline{U}_{23} \end{aligned}\right. \quad \left\{\begin{aligned} &\underline{E}_1 \\ &\underline{E}_2 = \underline{a}^2.\underline{E}_1 \\ &\underline{E}_3 = \underline{a}.\underline{E}_1 \end{aligned}\right. \quad \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$$

et il en résulte que:

$$\underline{J}_1 = \frac{\underline{U}_{23} - \underline{E}_1}{\underline{Z}} \;;\; \underline{J}_2 = \underline{a}^2.\underline{J}_1 \;;\; \underline{J}_3 = \underline{a}.\underline{J}_1 \;.$$

Les intensités des courants dans les éléments de la charge forment donc aussi un système triphasé équilibré direct (dans notre cas). On montre aisément qu'il en est de même des intensités des courants en ligne; en effet :

$$\left\{\begin{array}{l} \underline{I}_1 = \underline{J}_3 - \underline{J}_2 = \underline{J}_1 . (\underline{a} - \underline{a}^2) \\ \underline{I}_2 = \underline{J}_1 - \underline{J}_3 = \underline{J}_1 . (1 - \underline{a}) = \underline{a}^2 . (\underline{a} - \underline{a}^2) . \underline{J}_1 = \underline{a}^2 . \underline{I}_1 \\ \underline{I}_3 = \underline{J}_2 - \underline{J}_1 = \underline{J}_1 . (\underline{a}^2 - 1) = \underline{a} . (a - a^2) . \underline{J}_1 = \underline{a} . \underline{I}_1 \end{array}\right.$$

du fait des propriétés de l'opérateur $\underline{a}$ ($\underline{a}^3 = 1$). On remarque aussi que,

$$\underline{a} - \underline{a}^2 = j\sqrt{3}$$

ce qui implique que les valeurs efficaces des grandeurs électriques relatives à la ligne et à la charge (ou la source) triphasées sont liées par les relations :

$$U = V\sqrt{3} = V' \qquad (I.A.19)$$

$$I = J\sqrt{3} \qquad (I.A.20)$$

On peut représenter dans les plans de Fresnel des tensions et des intensités les différentes grandeurs électriques rencontrées (fig.I.A.14) toujours dans le cas équilibré envisagé ci-dessus. On remarque que :

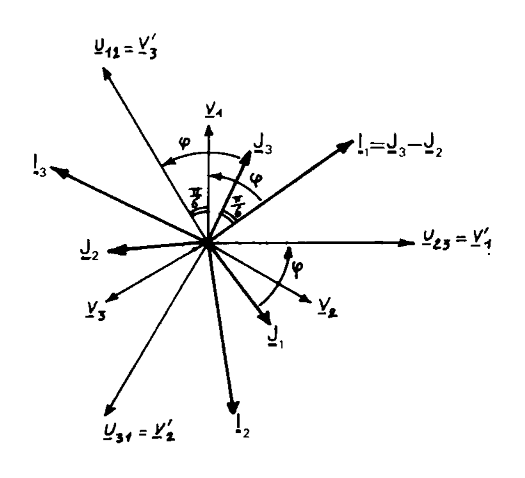


Fig.I.A.14.

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_3 - \underline{J}_2 = j\sqrt{3}\,\underline{J}_1$$

se trouve en quadrature avance sur $\underline{J}_1$ et donc en retard de $\frac{\pi}{6}$ sur $\underline{J}_3$. D'autre part, on sait que

$$\underline{V}'_3 = \underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2$$

est en avance de $\frac{\pi}{6}$ sur $\underline{V}_1$ (cf.§ I.A.1.3.c). On retrouve donc entre $\underline{I}_1$ et $\underline{V}_1$ le même déphasage ϕ qu'entre $\underline{J}_3$ et $\underline{V}'_3$ (ou encore entre $\underline{J}_1$ et $\underline{V}'_1$, puisqu'on est en régime équilibré). Cette propriété était triviale dans le cas d'un montage étoile équilibré (par construction $\underline{V}'_1 = \underline{V}_1$ et $\underline{J}_1 = \underline{I}_1$).

THÉORÈME

Lorsqu'un dispositif triphasé équilibré (générateur ou récepteur) est couplé (en étoile ou en triangle) sur une ligne triphasée équilibrée de même ordre de succession des phases, le déphasage de l'intensité du courant à travers un élément sur la tension aux bornes de cet élément est identique au déphasage de l'intensité du courant dans un fil de ligne sur la tension étoilée relative à ce même fil.

Ce théorème a des conséquences pratiques très importantes:

Le facteur de puissance (cosinus du déphasage des courants sur les tensions homologues) d'un dispositif triphasé (source ou charge) est le même (au signe près, suivant les conventions adoptées) que celui de la ligne connectée à ses bornes.

APPLICATION

On peut mesurer le facteur de puissance (ou le déphasage) d'un dispositif triphasé équilibré (source ou charge), sans connaître son couplage interne ou sans avoir accès aux grandeurs électriques internes (courants dans les éléments, tensions simples), en déterminant le facteur de puissance (ou le déphasage) de la portion de ligne connectée à ses bornes.

I.A.II. ÉTUDE ÉNERGÉTIQUE DES SYSTÈMES TRIPHASÉS

I.A.II.1 RAPPEL DES DÉFINITIONS EN MONOPHASÉ

a. Puissance instantanée

Etant données une ligne monophasée et une convention de signes pour les tensions et les intensités, on peut définir une région "amont" et une région "aval" de cette ligne (si tension et courant sont positifs les "charges positives" vont d'amont vers l'aval sur le conducteur de plus haut potentiel). Par analogie avec l'étude du courant continu,

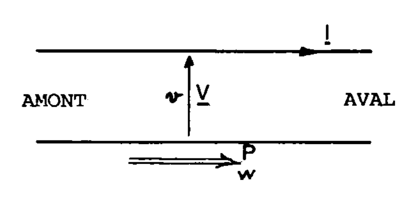


Fig.I.A.15

la *puissance instantanée* transmise par la ligne est le produit des valeurs i(t) et v(t) de l'intensité du courant et de la d.d.p. à l'instant considéré (valeurs mesurées dans les conventions de signes adoptées):

$$p(t) = v(t).i(t) . \qquad (I.A.21)$$

Cette puissance sera positive lorsque l'énergie traverse la ligne d'amont vers l'aval, négative dans le cas opposé. Tout se passe donc comme si on avait aussi défini une convention de signe des puissances (ou plutôt des énergies) liées aux précédentes comme l'indique la fig. I.A.15.

On ne s'intéressera dans ce chapitre qu'au cas où les grandeurs électriques sont des fonctions sinusoïdales du temps, que l'on peut représenter par:

$$v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t)$$
$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega' t - \phi)$$

grâce à un choix judicieux de l'origine des temps, et si on note V et I les valeurs efficaces de $v(t)$ et $i(t)$. D'où :

$$p(t) = 2\,V\,I\cos(\omega t).\cos(\omega' t - \phi)$$
$$p(t) = V\,I\cos[(\omega - \omega')t + \phi] + V\,I\cos[(\omega + \omega')t - \phi]\ .$$

Si les pulsations ω et ω' sont différentes la puissance instantanée est une grandeur alternative de valeur moyenne nulle et il n'y a pas, en moyenne, d'énergie transportée par la ligne. C'est une propriété remarquable mais sans intérêt pratique.

Si $\omega = \omega'$,

il vient: $$p(t) = V\,I\cos(\phi) + V\,I\cos(2\,\omega t - \phi) \qquad (I.A.22)$$

La puissance instantanée est donc la somme d'une grandeur constante $V\,I\cos\phi$ (correspondant à un transfert d'énergie le long de la ligne) et d'une *puissance fluctuance* $V\,I\cos(2\,\omega t - \phi)$, grandeur sinusoïdale de pulsation $2\,\omega$ (correspondant à une énergie oscillant entre amont et aval).

b. Puissance active

On nomme ainsi la composante de p(t) qui correspond à un transfert moyen d'énergie, c'est-à-dire la valeur moyenne, sur un nombre entier de périodes, de la puissance instantanée:

$$P = \overline{p(t)} = V\,I\cos(\phi) \qquad (I.A.23)$$

c. Facteur de puissance

En continu, une ligne placées dans les mêmes conditions de tension et de courant, en valeur efficace (valeurs efficace et moyenne sont égales, en continu), aurait transmis une puissance $VI = S$ que l'on nommera *puissance apparente*.

Par définition, le *facteur de puissance* d'une ligne (ou d'une charge) monophasée est le rapport:

$$f_p = \frac{P}{S} \tag{I.A.24}$$

En régime monophasé sinusoïdal on a donc:

$$f_p = \cos(\phi) \tag{I.A.25}$$

où ϕ est le retard angulaire de i(t) sur v(t), ou le déphasage de $\underline{I}$ sur $\underline{V}$.

d. Puissance apparente

On remarque que la puissance active $V I \cos\phi$ est la partie réelle de la grandeur complexe:

$$V I e^{j\phi} = V I \cos\phi + j V I \sin\phi$$

dont l'amplitude $V I$ est la puissance apparente transmise par la ligne. On nomme *puissance apparente complexe* cette grandeur:

$$\underline{S} = V I e^{j\phi} = V I \cos\phi + jVI\sin\phi = P + jQ \quad ((I.A.26)$$

e. Puissance réactive

On nomme ainsi l'amplitude de la partie imaginaire de la puissance apparente complexe, c'est-à-dire :

$$Q = V I \sin\phi \, . \tag{I.A.27}$$

En régime sinusoïdal, on sait que cette puissance est associée à la composante réactive du courant (en quadrature sur la tension), donc au comportement inductif ou capacitif de la charge mais ne correspond à aucun transfert moyen d'énergie.

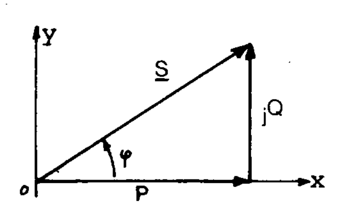


Fig.I.A.16

Remarque 1: On peut représenter $\underline{S}$ dans un plan complexe des puissances (fig.I.A.16) par un vecteur de norme $S = V I$ et d'argument ϕ (par définition $\underline{S} = V I e^{j\phi} = S e^{j\phi}$). On voit que S, P et Q sont liées par (théorème de Pythagore):

$$S^2 = P^2 + Q^2 \tag{I.A.28}$$

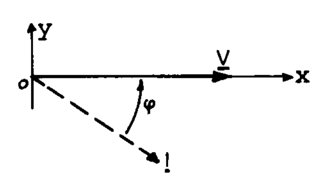


Fig.I.A.17

Remarque 2: Dans les plans de Fresnel des tensions et des courants les grandeurs :

$$v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

et $$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \phi)$$

sont représentées par (compte tenu du choix de l'origine des temps):

$$\underline{V} = V \quad \text{et} \quad \underline{I} = I e^{-j\phi}$$

On en déduit que:

$$\underline{S} = V\,I\,e^{j\phi} = \underline{V}.\underline{I}^{*}$$

où $\underline{I}^{*} = I\,e^{j\,\phi}$ est le complexe conjugué de $\underline{I}$. Cette propriété serait encore valable si l'origine des temps était quelconque ; on aurait alors:

$$\underline{V} = V\,e^{j\phi_\circ}\ ,\ \underline{I} = I\,e^{j(\phi_\circ - \phi)}\ ,\ \underline{I}^{*} = I\,e^{-j(\phi_\circ - \phi)}\ ,\ \underline{V}.\underline{I}^{*} = V\,I\,e^{j\phi} = \underline{S}\ .$$

Cette remarque nous donne donc une nouvelle expression de la puissance apparente complexe, en régime monophasé sinusoïdal:

$$\underline{S} = \underline{V}.\underline{I}^{*}\ . \qquad (I.A.29)$$

I.A.II.2 EXPRESSION DES PUISSANCES EN TRIPHASÉ

Une ligne triphasée à trois ou quatre fils peut être considérée comme la superposition de trois lignes monophasées dont on a mis en commun un conducteur, le fil neutre (que l'on peut même supprimer si $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$) ; on a vu (cf. §I.A.I.3.) les limites d'une telle simplification. Les puissances active et réactive transmises par la ligne seront les sommes des puissances actives et réactives transmises par chaque ligne monophasée:

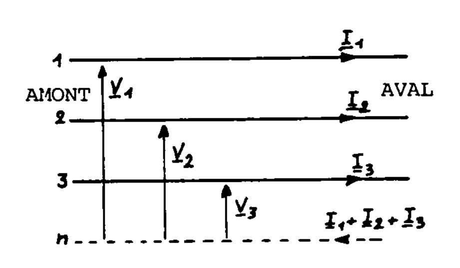


Fig.I.A.18

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = V_1\,I_1\cos\phi_1 + V_2\,I_2\cos\phi_2 + V_3\,I_3\cos\phi_3$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = V_1\,I_1\sin\phi_1 + V_2\,I_2\sin\phi_2 + V_3\,I_3\sin\phi_3\ .$$

On en déduit immédiatement que la puissance apparente complexe transmise s'écrit:

$$\underline{S} = P + jQ = P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + P_3 + jQ_3 = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 \qquad (I.A.30)$$

$\underline{S}$ est donc la *somme complexe* des puissances apparentes complexes transmises par les trois "phases" de la ligne.

CONSEQUENCE

Dans le cas général, on aura :

$$S = P^2 + Q^2 \neq V_1\,I_1 + V_2 I_2 + V_3\,I_3 = S_1 + S_2 + S_3$$

a. Cas d'une ligne couplée à un dispositif triphasé en étoile

Soit le montage représenté sur la fig. I.A.19. Dans le système de conventions de signes choisies, les puissances apparentes reçues par les différents éléments de la charge s'écrivent:

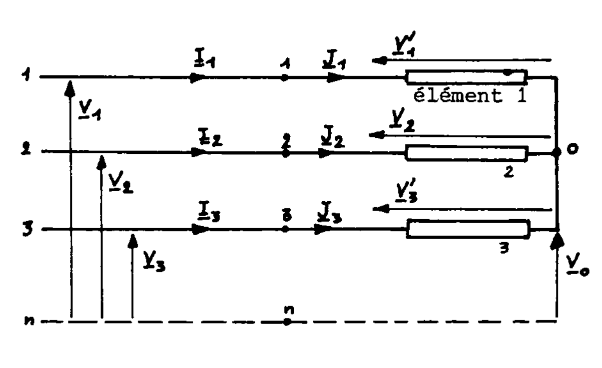


Fig.I.A.19

$$\underline{S}'_1 = P'_1 + jQ'_1 = \underline{V}'_1 . \underline{J}^*_1$$
$$\underline{S}'_2 = P'_2 + jQ'_2 = \underline{V}'_2 . \underline{J}^*_2$$
$$\underline{S}'_3 = P'_3 + jQ'_3 = \underline{V}'_3 . \underline{J}^*_3$$

Par ailleurs, la puissance apparente transmise par la ligne triphasée s'exprime (compte tenu de *(I.A.30)* :

$$\underline{S} = \underline{V}_1 . \underline{I}^*_1 + \underline{V}_2 . \underline{I}^*_2 + \underline{V}_3 . \underline{I}^*_3 = (\underline{V}'_1 + \underline{V}_o) . \underline{J}^*_1 + (\underline{V}'_2 + \underline{V}_o) . \underline{J}^*_2 + (\underline{V}'_3 + \underline{V}_o) . \underline{J}^*_3$$
$$\underline{S} = \underline{V}'_1 . \underline{J}^*_1 + \underline{V}'_2 . \underline{J}^*_2 + \underline{V}'_3 . \underline{J}^*_3 + \underline{V}_o . (\underline{J}^*_1 + \underline{J}^*_2 + \underline{J}^*_3)$$
$$\underline{S} = \underline{S}'_1 + \underline{S}'_2 + \underline{S}'_3 + \underline{V}_o . (\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3)^* \qquad (I.A.31)$$

Si la ligne n'est connectée que par trois fils, les intensités des courants satisfont à (loi des noeuds en O):

$$\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 = \underline{0} .$$

Si le point O est connecté au neutre de la ligne(quatre fils),on a:

$$\underline{V}_o = \underline{0} .$$

Dans tous les cas, la puissance apparente complexe satisfait donc à:

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{S}'_1 + \underline{S}'_2 + \underline{S}'_3 \qquad (I.A.32)$$

D'où:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = P'_1 + P'_2 + P'_3 \qquad (I.A.33)$$

et:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q'_1 + Q'_2 + Q'_3 \qquad (I.A.34)$$

CONCLUSION

On vérifie que les puissances active, réactive et apparente complexe sont des grandeurs conservatrices ; la valeur d'une de ces puissances au niveau de la ligne est égale à la somme des valeurs des puissances de même nature développées au niveau des différents éléments de la charge (ou de la source) connectée à la ligne.

Si la ligne est alimentée par un système de tensions étoilées triphasé équilibré et si la charge est équilibrée, on a:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V'_1 = V'_2 = V'_3 = V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$
$$I_1 = I_2 = I_3 = I = J_1 = J_2 = J_3 = J$$
$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi .$$

D'où
$$P_1 = P_2 = P_3 = P'_1 = P'_2 = P'_3 = V\,I\cos\phi = V\,J\cos\phi$$
$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q'_1 = Q'_2 = Q'_3 = V\,I\sin\phi = V\,J\sin\phi$$

On en déduit:

$$P = 3\,VI\cos\phi = 3\,VJ\cos\phi = \sqrt{3}UI\cos\phi \qquad (I.A.35)$$
$$Q = 3\,VI\sin\phi = 3\,VJ\sin\phi = \sqrt{3}UI\sin\phi \qquad (I.A.36)$$
$$\underline{S} = P + jQ = 3\,VJ(\cos\phi + j\sin\phi) = \sqrt{3}UI(\cos\phi + j\sin\phi) \qquad (I.A.37)$$
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3\,VI = 3VJ = \sqrt{3}UI\ . \qquad (I.A.38)$$

b. Cas d'une ligne couplée à un dispositif triphasé en triangle

Le dispositif est alors couplé au réseau comme l'indique la fig.I.A.20.

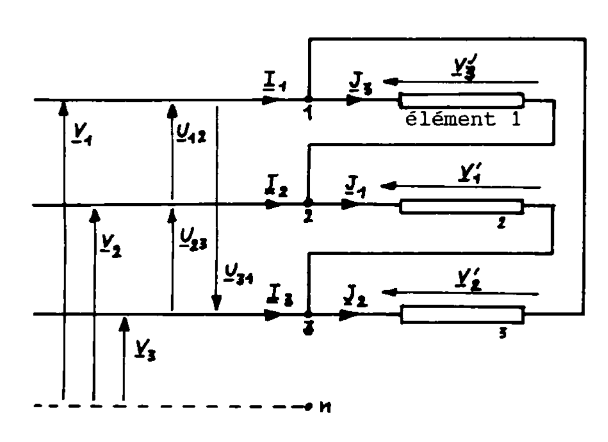


Fig.I.A.20

Les puissances apparentes complexes reçues par les différents éléments s'expriment:

$$\underline{S}'_1 = P'_1 + jQ'_1 = \underline{V}'_1 . \underline{J}^*_1 = \underline{U}_{23} . \underline{J}^*_1$$
$$\underline{S}'_2 = P'_2 + jQ'_2 = \underline{V}'_2 . \underline{J}^*_2 = \underline{U}_{31} . \underline{J}^*_2$$
$$\underline{S}'_3 = P'_3 + jQ'_3 = \underline{V}'_3 . \underline{J}^*_3 = \underline{U}_{12} . \underline{J}^*_3$$

Par ailleurs, la puissance apparente complexe transmise par la ligne s'exprime, d'après *(I.A.30)*:

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3$$

c'est-à-dire:

$$\underline{S} = \underline{V}_1 . \underline{I}^*_1 + \underline{V}_2 . \underline{I}^*_2 + \underline{V}_3 . \underline{I}^*_3 = \underline{V}_1 . (\underline{J}_3 - \underline{J}_2)^* + \underline{V}_2 . (\underline{J}_1 - \underline{J}_3)^* + \underline{V}_3 . (\underline{J}_2 - \underline{J}_1)^*$$
$$\underline{S} = \underline{J}^*_1 . (\underline{V}_2 - \underline{V}_3) + \underline{J}^*_2 . (\underline{V}_3 - \underline{V}_1) + \underline{J}^*_3 . (\underline{V}_1 - \underline{V}_2)$$
$$\underline{S} = \underline{U}_{23} . \underline{J}^*_1 + \underline{U}_{31} . \underline{J}^*_2 + \underline{U}_{12} . \underline{J}^*_3 = \underline{S}'_1 + \underline{S}'_2 + \underline{S}'_3\ .$$

On retrouve le caractère conservatif de la puissance apparente complexe et, ce qui en découle, la conservation des puissances active et réactive (parties réelle et imaginaire de la puissance apparente complexe), ce qui s'écrit:

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{S}'_1 + \underline{S}'_2 + \underline{S}'_3$$
$$P = P_1 + P_2 + P_3 = P'_1 + P'_2 + P'_3$$
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q'_1 + Q'_2 + Q'_3$$

Dans le cas d'un dispositif équilibré alimenté par un système équilibré de tensions, on a vu (§I.A.1.5.c) que:

$$V'_1 = V'_2 = V'_3 = V' = U = \sqrt{3}\,V$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = I = \sqrt{3}\,J \quad \text{ou} \quad J = J_1 = J_2 = J_3$$

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi$$

où ϕ, déphasage entre $\underline{J}_i$ et $\underline{V}'_i$ (pour i = 1, 2 ou 3), se retrouve aussi entre $\underline{I}_i$ et $\underline{V}_i$. D'où :

$$P_1 = P_2 = P_3 = V\,I\cos\phi = U\,J\cos\phi = V'J\cos\phi = P'_1 = P'_2 = P'_3$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = V\,I\sin\phi = U\,J\sin\phi = V'J\sin\phi = Q'_1 = Q'_2 = Q'_3$$

et, par conséquent:

$$P = 3\,VI\cos\phi = 3\,V'J\cos\phi = \sqrt{3}\,UI\cos\phi$$

$$Q = 3\,VI\sin\phi = 3\,V'J\sin\phi = \sqrt{3}\,UI\sin\phi$$

$$\underline{S} = P + jQ = 3VI(\cos\phi + j\sin\phi) = \sqrt{3}UI(\cos\phi + j\sin\phi)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3VI = 3V'J = 3UJ = \sqrt{3UI}$$

c. Conclusions générales

On a remarqué, dans les deux cas de couplages étudiés, le caractère conservatif des puissances active, réactive et apparente (sous sa forme complexe uniquement); cette propriété, dont on pourrait montrer qu'elle s'applique à tous les cas (nombre quelconque de phases, couplage zigzag, association de charges ou de sources en série ou en parallèle) constitue la traduction du théorème de Boucherot, que l'on peut énoncer ainsi:

THÉORÈME DE BOUCHEROT

La somme des puissances apparentes complexes fournies *par tous les éléments connectés en amont d'une portion de ligne sans pertes est égale à la somme des puissances apparentes* consommées *en aval de la même portion de ligne; cette somme commune représente la puissance apparente complexe transmise par la ligne.*

CORROLAIRE: Le même énoncé s'applique séparément aux puissances active et réactive (composantes de $\underline{S}$ dans le plan complexe des puissances).

Condition restrictive d'emploi: Ce théorème ne s'applique qu'aux régimes sinusoïdaux de tensions et de courants.

Remarque: La somme définie dans l'énoncé du théorème de Boucherot s'étend à tous les éléments monophasés rencontrés en amont ou en aval; les expressions "puissances fournies par" et "puissances consommées par" ne fixent qu'une convention de signes présidant à l'écriture de cette somme.

Exemple 1: Le dispositif représenté sur la fig. I.A.21, composé de trois éléments (générateurs ou récepteurs), étudié dans le système de conventions indiqué (et choisi au hasard) et en régime sinusoïdal (courants et tensions de même pulsation ω), fournit à la ligne une puissance apparente:

$$\underline{S} = \underline{V}'_1 \cdot \underline{J}_1^* - \underline{V}'_2 \cdot \underline{J}_2^* - \underline{V}'_3 \cdot \underline{J}_3^*.$$

En effet, les éléments 2 et 3 se trouvent affectés de la convention de signes des récepteurs: $\underline{S}_2 = \underline{V}'_2 . \underline{J}_2^*$ et $\underline{S}_3 = \underline{V}'_3 . \underline{J}_3^*$ représentent donc les puissances reçues par ces éléments.

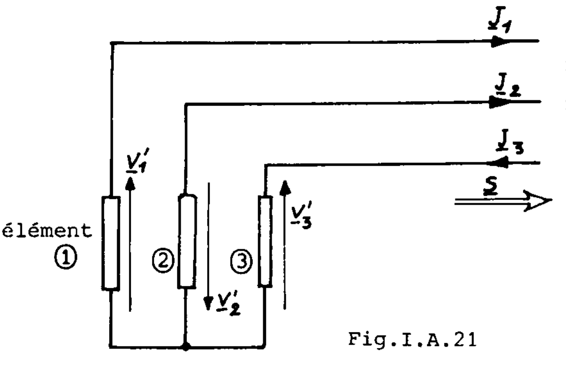


Fig.I.A.21

Exemple 2: Le dispositif de la fig.I.A.22, toujours en régime sinusoïdal (tensions et courants de même pulsation), reçoit de la ligne (dans le système de conventions indiqué):

$$\underline{S} = \underline{V}'_1 . \underline{J}_1^* - \underline{V}'_2 . \underline{J}_2^* + \underline{V}'_3 . \underline{J}_3^*$$

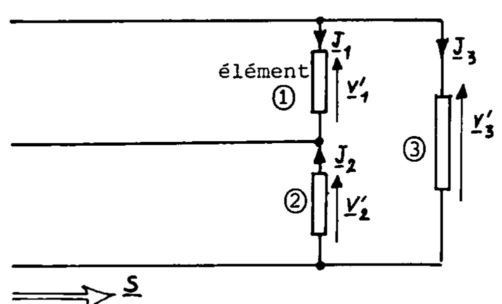


Fig.I.A.22

L'étude des fonctionnements équilibrés (en tensions et courants de même fréquence) des montages étoile et triangle a montré que les puissances active, réactive et apparente s'expriment de la même façon dans les deux cas:

$$P = 3\,VI\cos\phi = 3V'J\cos\phi = \sqrt{3}UI\cos\phi \qquad (I.A.39)$$

$$Q = 3\,VI\sin\phi = 3V'J\sin\phi = \sqrt{3}UI\sin\phi \qquad (I.A.40)$$

$$S = 3\,VI = 3V'J = \sqrt{3}UI \qquad (I.A.41)$$

Il est donc possible de déterminer la puissance fournie par un générateur triphasé ou celle consommée par un récepteur en étudiant seulement la ligne connectée à leurs bornes (c'est-à-dire en déterminant U, I et ϕ, déphasage de $\underline{I}_i$ sur $\underline{V}_i$). Il n'est pas nécessaire de connaître le couplage interne du dispositif étudié. L'intérêt de cette observation, lorsqu'on détermine le rendement d'un dispositif triphasé, est accru par le fait que l'on sait calculer ses pertes par

effet Joule à partir de l'intensité du courant en ligne et de la résistance interne mesurée entre deux fils de phases (soit R la valeur de cette résistance). En effet, si r est la valeur de la résistance interne d'un élément du dispositif, on a :

- dans le cas d'un couplage étoile du dispositif: $R = 2.r$ et la valeur des pertes par effet Joule s'exprime:

$$P_j = 3rJ^2 = \frac{3}{2} RI^2$$

car $I = J$ dans le cas d'un montage étoile.

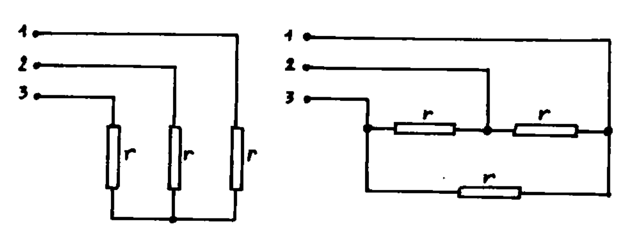


Fig.I.A.23

- dans le cas d'un couplage triangle: la résistance mesurée entre deux bornes (les sources de f.e.m. étant éliminées) vaut alors:

$$R = \frac{r.(2r)}{r+2r} = \frac{2}{3} r$$

et les pertes par effet Joule s'expriment:

$$P_j = 3.r.J^2 = 3.\frac{3}{2} R.\left(\frac{I}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{3}{2} RI^2$$

car alors $I = \sqrt{3}.J$.

Dans tous les cas, les pertes par effet Joule ont donc pour expression:

$$P_j = \frac{3}{2} R I^2 \qquad (I.A.42)$$

où R est la valeur de la résistance mesurée entre deux bornes (sans f.e.m.) et I l'intensité du courant dans un fil de ligne.

Remarque: En plus de leur universalité (elles s'appliquent à tous les couplages équilibrés) les expressions de P, Q et S en fonction de U et I (troisième écriture des formules *(I.A.39* à *41)*), présentent l'avantage de ne faire intervenir que des grandeurs directement mesurables sur la ligne (même trois fils). Toutefois, cette présentation peut receler un piège: l'association de U, I et ϕ conduit parfois à croire que ϕ est le déphasage d'une intensité $\underline{I}$ en ligne sur une tension composée $\underline{U}$, *ce qui n'est jamais le cas.* Il convient de garder en mémoire que (en régime équilibré):

- ϕ est le retard d'une intensité en ligne $\underline{I}_i$ sur la tension étoilée $\underline{V}_i$ correspondante;
- ϕ est le retard de l'intensité $\underline{J}_i$ dans l'un des éléments du dispositif connecté à la ligne sur la tension $\underline{V}'_i$ aux bornes de cet élément.

Nous allons maintenant étudier les méthodes de mesure des différentes puissances. Compte tenu du théorème de Boucherot, ces mesures seront faites au niveau de la ligne connectée au dispositif triphasé et seront indépendantes, dans leur principe, du couplage interne de ce dernier.

I.A.II.3 MESURE DE LA PUISSANCE ACTIVE

a. Rappel: fonctionnement d'un wattmètre

Par construction, un wattmètre indique la valeur moyenne (intégration due à l'inertie mécanique de l'équipage mobile, dans le cas d'un appareil à aiguille) du produit de l'intensité du courant traversant son circuit "gros fil" par la d.d.p. aux bornes de son circuit tension "fil fin". Dans le cas où ces deux grandeurs sont sinusoïdales et de même fréquence, on a vu (§I.A.II.1) que:

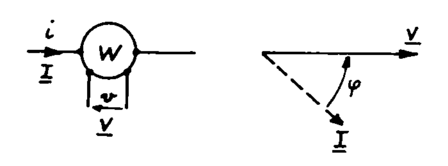


Fig.I.A.24

$$W = \overline{v(t).i(t)} = V\,I\cos\phi \qquad (I.A.43)$$

si V et I sont leurs valeurs efficaces et ϕ le retard de $\underline{I}$ sur $\underline{V}$

On peut traduire simplement ce résultat en retenant qu'un wattmètre indique la valeur du produit scalaire des vecteurs de Fresnel associés aux grandeurs appliquées à ses bornes.

Il découle de cette observation que la lecture d'un wattmètre est une *grandeur algébrique* (positive ou négative) et qu'en conséquence les deux bornes de chacun des circuits (intensité et tension) ne sont pas équivalentes: on pourra considérer que chaque circuit comporte une borne d'entrée et une borne de sortie (les bornes d'entrée des circuits d'intensité et de tension sont situées côte à côte). Lorsque les deux bornes d'entrée sont au même potentiel (cas des montages de la fig. I.A.25, si on néglige la chute de tension aux bornes du circuit intensité), la déviation de l'appareil sera positive lorsque l'énergie traverse le circuit intensité de l'entrée vers

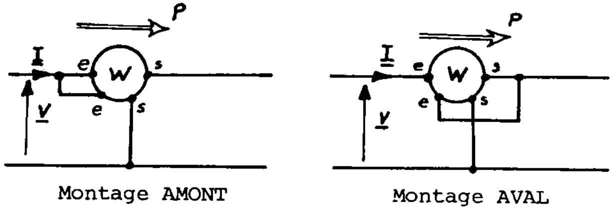


Fig.I.A.25

la sortie; réciproquement, une lecture positive effectuée alors que les bornes de sortie sont au même potentiel correspondrait à une énergie s'écoulant de la sortie vers l'entrée.

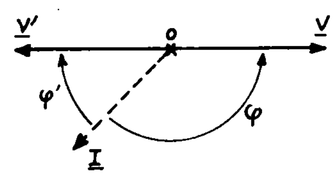


Fig.I.A.26

D'où la convention de signe associée à la mesure des puissances en monophasé, portée par la fig.I.A.25. Si la grandeur P est négative, c'est-à-dire si ϕ est supérieur (en valeur absolue) à $\frac{\pi}{2}$, il suffit de permuter le branchement du circuit tension pour lui appliquer $\underline{V}' = -\underline{V}$; le déphasage ϕ' de $\underline{I}$ sur $\underline{V}'$ est alors inférieur à $\frac{\pi}{2}$ et la déviation du wattmètre positive, ce qui évite d'avoir à réaliser des appareils à zéro central.

b. Ligne à quatre fils

On a vu que la puissance apparente complexe transmise par une ligne s'exprime:

$$\underline{S} = \underline{V}_1 . \underline{I}_1^* + \underline{V}_2 . \underline{I}_2^* + \underline{V}_3 . \underline{I}_3^*$$

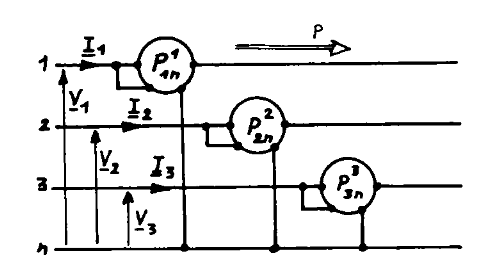


Fig.I.A.27

D'où la puissance active transmise:

$$P = V_1 I_1 \cos\phi_1 + V_2 I_2 \cos\phi_2 + V_3 I_3 \cos\phi_3$$

où ϕ_i est le déphasage de $\underline{I}_i$ sur $\underline{V}_i$.

Si on dispose sur la ligne trois wattmètres comme indiqué sur la fig. I.A.27, les indications de ces appareils mesurent:

$$P^1_{1n} = V_1 I_1 \cos\phi_1 , \quad P^2_{2n} = V_2 I_2 \cos\phi_2 , \quad P^3_{3n} = V_3 I_3 \cos\phi_3$$

(On notera en indice supérieur le numéro du fil de ligne qui alimente le circuit courant, en indices inférieurs ceux des fils connectés au circuit tension.)

La puissance active cherchée est donc donnée par la somme algébrique :

$$P = P^1_{1n} + P^2_{2n} + P^3_{3n} \qquad (I.A.44)$$

Dans le cas d'un fonctionnement équilibré, il vient:

$$P^1_{1n} = P^2_{2n} = P^3_{3n} = VI\cos\phi$$

D'où :

$$P = 3P^1_{1n}$$

et un seul wattmètre suffit.

c. Ligne à trois fils

Montage à trois wattmètres

On cherche toujours la puissance active, c'est-à-dire la partie réelle de:

$$\underline{S} = \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{V}_3 \cdot \underline{I}_3^*$$

Si nous disposons trois wattmètres comme le montre la fig. I.A.28, on voit que la puissance apparente complexe peut encore s'écrire:

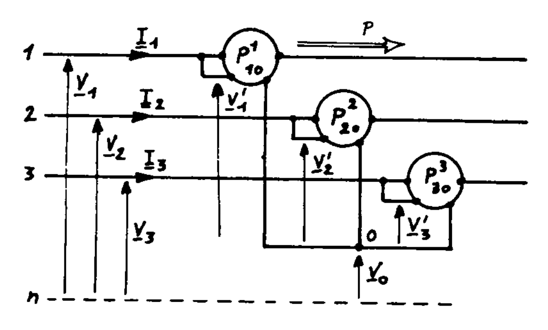


Fig.I.A.28

$$\underline{S} = (\underline{V}_1' + \underline{V}_o)\underline{I}_1^* + (\underline{V}_2' + \underline{V}_o)\underline{I}_2^* + (\underline{V}_3' + \underline{V}_o)\underline{I}_3^*$$

c'est-à-dire:

$$\underline{S} = \underline{V}_1' \cdot \underline{I}_1^* + \underline{V}_2' \cdot \underline{I}_2^* + \underline{V}_3' \cdot \underline{I}_3^*$$

car:

$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$ (ligne trois fils).

La puissance active cherchée, partie réelle de $\underline{S}$, est donc la somme des parties réelles des trois termes composant $\underline{S}$. Chacun des wattmètres du montage proposé mesure, du fait du câblage, une de ces parties réelles. D'où la valeur cherchée:

$$P = P_{1o}^1 + P_{2o}^2 + P_{3o}^3 \qquad (I.A.45)$$

METHODE DES DEUX WATTMÈTRES

Le montage précédent donne la valeur de la puissance transmise par la ligne quel que soit le potentiel du point O. Si on fixe ce potentiel à celui d'un fil de ligne (par exemple le fil numéro 3) on fait l'économie d'un appareil de mesure et on améliore la précision; en effet, on a alors:

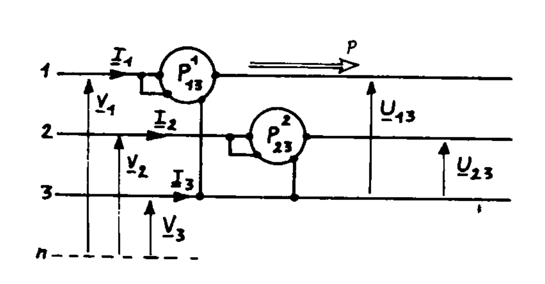


Fig.I.A.29

$$\underline{V}_3' = \underline{U}_{3o} = \underline{0} \quad \text{et} \quad P_{3o}^3 = 0 .$$

D'où la méthode des deux wattmètres dont le montage est indiqué sur la fig. I.A.29. Vérifions que les mesures P_{13}^1 et P_{23}^2 donnent bien la puissance active transmise par la ligne; ces grandeurs sont les parties réelles des puissances apparentes;

$$\underline{S}_{13}^1 = \underline{U}_{13} \cdot \underline{I}_1^* = (\underline{V}_1 - \underline{V}_3) \cdot \underline{I}_1^*$$

$$\underline{S}_{23}^2 = \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_2^* = (\underline{V}_2 - \underline{V}_3) \cdot \underline{I}_2^* .$$

On voit que:

$$\underline{S}^1_{13} + \underline{S}^2_{23} = \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2^* - \underline{V}_3 \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2)^* = \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{V}_3 \cdot \underline{I}_3^* = \underline{S}$$

car:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \; .$$

La puissance active cherchée, partie réelle de la puissance apparente complexe $\underline{S}$, est donc la somme des parties réelles de $\underline{S}^1_{13}$ et $\underline{S}^2_{23}$, c'est-à-dire:

$$P = P^1_{13} + P^2_{23} \qquad (I.A.46)$$

Remarque 1 : Comme les formules *(I.A.44)* et *(I.A.45)*, l'expression *(I.A.46)* représente une somme algébrique: les lectures des appareils sont comptées positivement dans la convention choisie, lorsque les wattmètres sont branchés comme l'indiquent les fig. I.A.27, I.A.28 et I.A.29 ; les indications sont notées négativement lorsqu'on est amené à permuter les connexions du circuit tension pour effectuer la lecture.

Remarque 2: La formule *(I.A.46)* et la méthode des deux wattmètres s'appliquent à des lignes déséquilibrées en tensions ou en courants à la seule condition qu'elles ne comportent que trois fils (ou que l'intensité du courant du fil neutre soit nulle, ce qui est équivalent); en effet, la puissance active n'est la somme des indications des deux wattmètres que si $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$.

I.A.II.4 MESURE DE LA PUISSANCE RÉACTIVE

a. Ligne équilibrée en tensions et courants

On sait qu'alors la puissance réactive transmise par la ligne s'exprime:

$$Q = \sqrt{3}\, UI \sin\phi = 3VI\sin\phi = 3V_1 I_1 \sin\phi_1$$

Comme le wattmètre effectue le produit scalaire des vecteurs de Fresnel associés aux grandeurs appliquées à ses bornes, on peut songer à faire apparaître $\sin\phi$ en appliquant au wattmètre deux grandeurs déphasées d'un angle ψ, complémentaire de ϕ. C'est le cas du montage proposé par la fig. I.A.30; l'appareil, traversé par l'intensité $\underline{I}_1$, a son circuit tension alimenté par $\underline{U}_{23}$, tension composée en quadrature

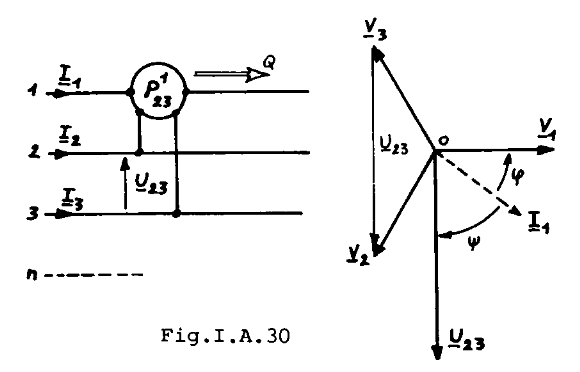


Fig.I.A.30

arrière (dans le cas d'un système de tensions équilibré direct) sur $\underline{V}_1$. D'où la mesure du wattmètre:

$$P^1_{23} = U_{23}.I_1.\cos(\psi) = UI\cos(\phi - \frac{\pi}{2}) = UI\sin\phi \, .$$

La valeur cherchée de la puissance réactive transmise par la ligne s'exprime:

$$Q = \sqrt{3}\ UI\sin\phi = \sqrt{3}.P^1_{23} \qquad \textit{(I.A.47)}$$

METHODE DES DEUX WATTMÈTRES

Nous allons montrer que le montage à deux wattmètres proposé à la fig. I.A.29 permet aussi, dans le cas d'une ligne en régime équilibré en tensions et courants, de déterminer la puissance réactive transmise.

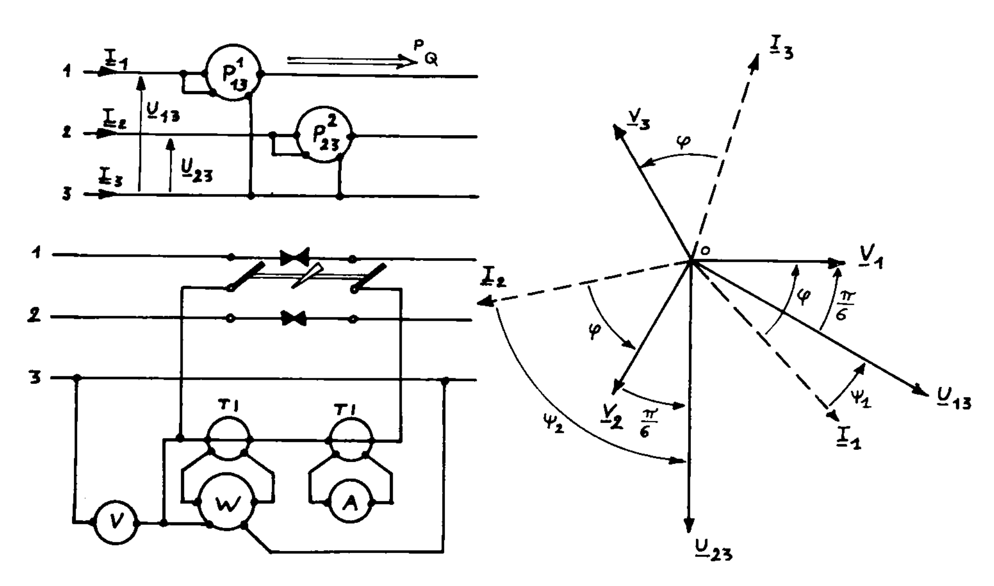


Fig. I.A.31

Considérons le montage de la fig. I.A.31(on a indiqué le schéma de principe ainsi qu'un schéma de montage, aux faibles puissances, utilisant un chahuteur afin de ne mettre en oeuvre qu'un seul appareil de mesure).

En régime équilibré les diagrammes de Fresnel des tensions étoilées et des intensités des courants en ligne ont l'allure représentée sur la fig. I.A.31. Les indications des deux wattmètres s'expriment donc:

$$P^1_{13} = U_{13}.I_1.\cos\psi_1 = UI\cos(\phi - \frac{\pi}{6}) = UI[\cos\phi.\cos\frac{\pi}{6} + \sin\phi.\sin\frac{\pi}{6}]$$

$$P^2_{23} = U_{23}.I_2.\cos\psi_2 = UI\cos(\phi + \frac{\pi}{6}) = UI[\cos\phi.\cos\frac{\pi}{6} - \sin\phi.\sin\frac{\pi}{6}]$$

c'est-à-dire :

$$\left.\begin{aligned} P^1_{13} &= UI\cos(\phi - \tfrac{\pi}{6}) = UI\,[\tfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\phi + \tfrac{1}{2}\sin\phi] \\ P^2_{23} &= UI\cos(\phi + \tfrac{\pi}{6}) = UI\,[\tfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\phi - \tfrac{1}{2}\sin\phi] \end{aligned}\right\} \qquad (I.A.48)$$

On retrouve bien:

$$P^1_{13} + P^2_{23} = \sqrt{3}\,UI\cos\phi = P \quad \text{(résultat du §I.A.II.3c)}$$

mais on observe de plus que:

$$P^1_{13} - P^2_{23} = UI\sin\phi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

CONCLUSION

Dans le cas d'une ligne équilibrée en tensions et courants, les indications des deux wattmètres donnent donc:

$$P = P^1_{13} + P^2_{23} \qquad (I.A.46)$$

$$Q = \sqrt{3}\,(P^1_{13} - P^2_{23}) \qquad (I.A.49)$$

Remarque 1: La méthode des deux wattmètres ne permet de déterminer la puissance réactive que dans le cas d'un fonctionnement équilibré en tensions et courants alors qu'elle fournit la puissance active dans tous les cas de fonctionnements (à condition que $I_n = 0$).

Remarque 2: L'expression (*I.A.49*) montre que les mesures P^1_{13} et P^2_{23} ne jouent pas des rôles symétriques. Il est donc indispensable de connaître avec certitude l'appareil (ou la position du chahuteur) donnant chacune de ces grandeurs. L'emploi de cette méthode de mesure conduira à effectuer une manoeuvre préliminaire que l'on nommera "discrimination des wattmètres" et qui aura pour but d'attribuer à chaque appareil (ou à chaque position du chahuteur une grandeur à mesurer (P^1_{13} ou P^2_{23}). Le plus simple serait de connaître l'ordre de succession des phases des fils de la ligne et de les numéroter dans le sens direct. En général on ne dispose pas d'une telle information avant de réaliser le montage; il suffit alors de se placer dans un cas de fonctionnement pour lequel le signe de Q est connu et d'observer les indications des deux appareils de mesure en remarquant que:

Si $Q > 0$ (charge inductive), on doit avoir $P^1_{13} > P^2_{23}$

Si $Q < 0$ (charge capacitive), on doit avoir $P^1_{13} < P^2_{23}$

d'après la formule (*I.A.49*). Si l'ordre de succession des phases des tensions de la ligne triphasée étudiée n'a pas de raison de changer(couplage sur un réseau ou sur une machine synchrone de sens de rotation fixé) la discrimination ne sera effectuée qu'une seule fois.

Nota: Il est presque toujours possible de se mettre dans des conditions où le signe de la puissance réactive est connu; si la charge n'est pas inerte, il suffit de retenir que:

- une machine à induction (asynchrone) consomme toujours de la puissance réactive;
- un transformateur à vide ou en court-circuit consomme de l'énergie réactive;
- une machine synchrone couplée sur un réseau consomme de l'énergie réactive lorsqu'elle est sous-excitée et en fournit quand elle est sur-excitée (voir les courbes de Mordey de ces machines, pp.82 et 121 du tome 1 du présent ouvrage).

Remarque 3: Les grandeurs P^1_{13} et P^2_{23}, comme presque toutes les lectures de wattmètres en triphasé, ne correspondent à aucune puissance active réelle (il n'existe pas de récepteur traversé par $\underline{I}_1$ sous $\underline{U}_{13}$, ni par $\underline{I}_2$ sous $\underline{U}_{23}$); on exprimera donc leur mesure en VA (volt.ampère), réservant les watts (W) aux puissances actives et les volt.ampère.réactifs (VAR) aux puissances réactives.

b. Ligne équilibrée en tensions mais déséquilibrée en courants

MONTAGE À TROIS WATTMÈTRES

Par analogie avec le montage à un seul wattmètre utilisé dans le cas d'un fonctionnement équilibré, on peut réaliser le montage de la fig. I.A.32. Alors, si on note ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 les déphasages respectifs des intensités $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ sur les tensions étoilées (et équilibrées) $\underline{V}_1, \underline{V}_2$ et $\underline{V}_3$, les indications des wattmètres expriment:

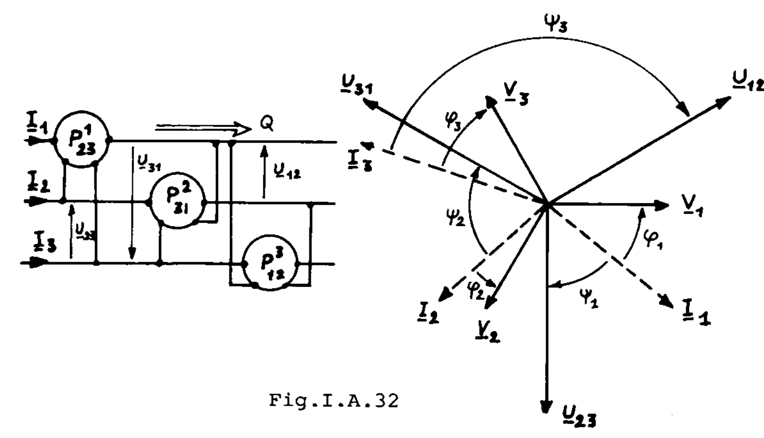


Fig.I.A.32

$$P^1_{23} = U_{23}.\ I_1.\cos\psi_1 = UI_1\cos(\phi_1 - \frac{\pi}{2}) = \sqrt{3}\ VI_1\sin\phi_1 = \sqrt{3}.Q_1$$
$$P^2_{31} = U_{31}.\ I_2.\cos\psi_2 = UI_2\cos(\phi_2 - \frac{\pi}{2}) = \sqrt{3}\ VI_2\sin\phi_2 = \sqrt{3}.Q_2$$
$$P^3_{12} = U_{12}.\ I_3.\cos\psi_3 = UI_3\cos(\phi_3 - \frac{\pi}{2}) = \sqrt{3}\ VI_3\sin\phi_3 = \sqrt{3}.Q_3$$

si on note Q_1, Q_2 et Q_3 les puissances réactives transmises par les trois fils de la ligne. D'où, d'après le théorème de Boucherot,

la puissance réactive totale:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} (P^1_{23} + P^2_{31} + P^3_{12}) \qquad (I.A.50)$$

METHODE D'ILIOVICI (LIGNE A TROIS FILS)

L'expression *(I.A.50)* de la puissance réactive transmise par une ligne triphasée équilibrée en tensions peut encore s'écrire, compte tenu du fonctionnement d'un wattmètre:

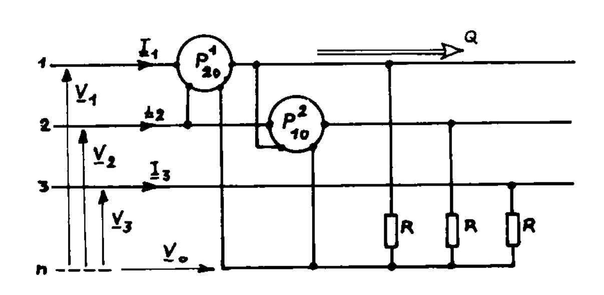


Fig.I.A.33

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (\overline{u_{23}i_1} + \overline{u_{31}i_2} + \overline{u_{12}i_3})$$

c'est-à-dire , en introduisant les tensions étoilées de la ligne et en remarquant que, dans le cas d'une ligne à trois fils, on a aussi:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \text{ , soit } i_3 = -(i_1 + i_2)$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} [\overline{(v_2 - v_3) i_1} + \overline{(v_3 - v_1) i_2} + \overline{(v_1 - v_2)(-i_1 - i_2)}]$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} [\overline{(2v_2 - v_1 - v_3) i_1} - \overline{(2v_1 - v_2 - v_3) i_2}] \ .$$

Comme le système des tensions est équilibré, les tensions étoilées satisfont à:

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0 \text{ , soit } -v_1 - v_3 = v_2 \text{ et } -v_2 - v_3 = v_1 \ .$$

D'où:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (3\overline{v_2 i_1} - 3\overline{v_2 i_1}) = \sqrt{3} (\overline{v_2 i_1} - \overline{v_1 i_2})$$

On peut donc déterminer Q à l'aide de deux wattmètres à condition d'alimenter leurs circuits tension au moyen des tensions étoilées v_2 et v_1 . Comme la ligne n'a que trois fils, on réalise un neutre artificiel grâce à trois résistances identiques montées en étoile (et d'impédance faible devant celle des circuits tension). D'où le montage de la fig.I.A.33 où les appareils indiquent bien:

$$P^1_{2o} = \overline{v_2 i_1} \quad \text{et} \quad P^2_{1o} = \overline{v_1 i_2}$$

La puissance réactive cherchée vaut donc:

$$Q = \sqrt{3} (P^1_{2o} - P^2_{1o}) \qquad (I.A.51)$$

c. Ligne déséquilibrée en tensions et courants

Une telle ligne sera considérée comme superposition de trois lignes monophasées, le conducteur neutre ou un neutre artificiel quelconque servant de fil commun aux trois "phases". On sait alors:

- mesurer la puissance active transmise par chaque ligne élémentaire (cf.§ I.A.II.3.b); d'où les puissances actives P_1, P_2 et P_3.
- calculer les puissances apparentes élémentaires:

$$S_1 = V_1 I_1,\ S_2 = V_2 I_2,\ S_3 = V_3 I_3$$

  à partir des mesures des tensions étoilées et des intensités des courants en ligne.
- en déduire les puissances réactives élémentaires (transmises par chaque ligne monophasée):

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2}\ ,\ Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2}\ ,\ Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_3^2}$$

- déterminer la puissance réactive totale transmise par la ligne triphasée (grâce au théorème de Boucherot):

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

I.A.II.5 MESURE DU FACTEUR DE PUISSANCE

a. Cas général

Comme en monophasé, on nomme *facteur de puissance*, par définition, le rapport:

$$f_p = \frac{P}{S}. \qquad (I.A.52)$$

En régime sinusoïdal, on sait de plus que:

$$\underline{S} = P + jQ\ ,\ \text{soit}\ \ S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

D'où:

$$f = \frac{P.}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \qquad (I.A.53)$$

La mesure du facteur de puissance découle donc de celle des puissances active (P) et réactive (Q) transmises par la ligne.

Remarque 1: En régime équilibré en tensions et courants, on a:

$$P = \sqrt{3}\ UI \cos \phi$$
$$Q = \sqrt{3}\ UI \sin \phi$$
$$S = \sqrt{3}\ UI$$

D'où:

$$f_p = \cos \phi \qquad (I.A.54)$$

Remarque 2: En régime déséquilibré, le théorème de Boucherot impose:

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = (P_1 + P_2 + P_3) + j(Q_1 + Q_2 + Q_3) = P + jQ \ .$$

D'où:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(P_1 + P_2 + P_3)^2 + (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2}$$

et:

$$f_p = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{\sqrt{(P_1 + P_2 + P_3)^2 + (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2}} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

b. Ligne triphasée équilibrée en tensions et courants

On a vu que, dans ce cas, la méthode des deux wattmètres (§I.A.II.3 et I.A.II.4.a) fournit les puissances active et réactive:

$$P = P^1_{13} + P^2_{23} = \sqrt{3}\, UI \cos\phi$$

$$Q = \sqrt{3}(P^1_{13} - P^2_{23}) = \sqrt{3}\, UI \sin\phi$$

On en déduit aisément:

$$tg\phi = \frac{Q}{P} = \frac{\sqrt{3}(P^1_{13} - P^2_{23})}{P^1_{13} + P^2_{23}} = \sqrt{3}.\frac{k-1}{k+1}$$

si on note k le rapport:

$$k = \frac{P^1_{13}}{P^2_{23}} \ .$$

En régime équilibré le facteur de puissance s'exprime donc:

$$f_p = \cos\phi = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\phi}} = \frac{k+1}{2\sqrt{k^2 - k + 1}} \qquad (1.A.55)$$

Le rapport des indications des deux wattmètres conduit donc immédiatement à la valeur du facteur de puissance cherché.

Remarque 1 : Cette méthode de mesure de f_p est plus précise que la mise en oeuvre de la formule :

$$f_p = \frac{P}{S} = \frac{P^1_{13} + P^2_{23}}{\sqrt{3}\, UI}$$

qui fait intervenir quatre résultats de mesure, donc quatre sources d'incertitude. D'autant que si l'on utilise le montage à un seul wattmètre et un chahuteur de la figure I.A.31 on peut connaître le rapport k avec une bonne précision, même si l'appareil est mal étalonné, à condition qu'il soit linéaire et que son zéro soit bien réglé.

Remarque 2 : L'expression (I.A.55) ou la fonction réciproque :

$$k = \frac{\sqrt{3} + \operatorname{tg}\phi}{\sqrt{3} + \operatorname{tg}\phi}$$

montre que:

- pour $|\operatorname{tg}\phi| < \sqrt{3}$ (c.-à-d. $\cos\phi > 0{,}5$), on a $k > 0$
- pour $|\operatorname{tg}\phi| > \sqrt{3}$ (c.-à-d. $\cos\phi < 0{,}5$), on a $k < 0$

Les lectures des deux wattmètres sont donc de signes opposés lorsque le facteur de puissance est inférieur à 0,5. Cette observation conduit à limiter l'emploi de la méthode des deux wattmètres, lorsqu'on désire mesurer une puissance active; en effet, aux faibles valeurs de $\cos\phi$ la puissance

$$P = P^1_{13} + P^2_{23}$$

s'obtient donc au moyen d'une différence arithmétique; l'incertitude absolue :

$$\Delta P = \Delta P^1_{13} + \Delta P^2_{23} = 2.\,\Delta P^1_{13}$$

n'est plus, en général, faible devant P et cette dernière est donc déterminée avec une imprécision importante.

Pour les mesures de puissance active à faible facteur de puissance (moteur asynchrone et transformateur à vide ou en court-circuit) on pourra

- soit utiliser: $P = \sqrt{3}\,UI\cos\phi$ (en mesurant U et I et en déduisant $\cos\phi$ de la méthode des deux wattmètres) mais on ne gagne pas beaucoup en précision;
- soit, mieux, utiliser un compteur d'énergie triphasé; si un tour du disque de ce compteur correspond au passage de q Wh (ou 3600q joules) et si ce disque effectue n tours en t secondes, la puissance transmise à travers le compteur vaut:

$$P = \frac{3600.q.n}{t} \qquad (I.A.56)$$

Remarque 3 : La fonction:

$$f_p = f(k)$$

représentée par la formule *(I.A.55)* satisfait à:

$$f(k) = f(\frac{1}{k})$$

il suffit donc de l'étudier sur l'intervalle $-1 \leq k \leq +1$ et de nommer k le rapport P^1_{13}/P^2_{23} ou P^2_{23}/P^1_{13} dont la valeur absolue est inférieure à l'unité pour être en mesure de déduire le facteur de puissance des lectures des wattmètres; la table de correspondance donnant les valeurs de f_p

associées aux différentes valeurs de k constitue la règle de Brillinsky.

ANNEXE 1. REGLE DE BRILLINSKY

k	f_p	k	f_p	k	f_p	k	f_p
1,00	1,000	0,50	0,866	0,00	0,500	-0,50	0,189
0,98	1,000	0,48	0,854	-0,02	0,485	-0,52	0,179
0,96	0,999	0,46	0,842	-0,04	0,470	-0,54	0,170
0,94	0,999	0,44	0,829	-0,06	0,456	-0,56	0,161
0,92	0,997	0,42	0,816	-0,08	0,441	-0,58	0,152
0,90	0,996	0,40	0,803	-0,10	0,427	-0,60	0,143
0,88	0,994	0,38	0,789	-0,12	0,413	-0,62	0,134
0,86	0,992	0,36	0,775	-0,14	0,399	-0,64	0,126
0,84	0,989	0,34	0,761	-0,16	0,386	-0,66	0,117
0,82	0,986	0,32	0,746	-0,18	0,372	-0,68	0,109
0,80	0,982	0,30	0,731	-0,20	0,359	-0,70	0,101
0,78	0,978	0,28	0,716	-0,22	0,346	-0,72	0,094
0,76	0,973	0,26	0,701	-0,24	0,334	-0,74	0,086
0,74	0,968	0,24	0,686	-0,26	0,321	-0,76	0,078
0,72	0,962	0,22	0,670	-0,28	0,309	-0,78	0,071
0,70	0,956	0,20	0,655	-0,30	0,297	-0,80	0,064
0,68	0,950	0,18	0,639	-0,32	0,285	-0,82	0,057
0,66	0,942	0,16	0,623	-0,34	0,274	-0,84	0,050
0,64	0,935	0,14	0,608	-0,36	0,262	-0,86	0,043
0,62	0,926	0,12	0,592	-0,38	0,251	-0,88	0,037
0,60	0,918	0,10	0,577	-0,40	0,240	-0,90	0,030
0,58	0,908	0,08	0,561	-0,42	0,230	-0,92	0,024
0,56	0,899	0,06	0,546	-0,44	0,219	-0,94	0,018
0,54	0,888	0,04	0,530	-0,46	0,209	-0,96	0,012
0,52	0,877	0,02	0,515	-0,48	0,199	-0,98	0,006
						-1,00	0,000

ANNEXE 2. PUISSANCE FLUCTUANTE EN TRIPHASÉ

Considérons une ligne triphasée dont les valeurs instantanées des tensions étoilées et des intensités des courants satisfont à :

$$v_1(t) = V_1\sqrt{2}\cos(\omega t - \theta_1) \qquad i_1(t) = I_1\sqrt{2}\cos(\omega t - \theta_1 - \phi_1)$$

$$v_2(t) = V_2\sqrt{2}\cos(\omega t - \theta_2) \qquad i_2(t) = I_2\sqrt{2}\cos(\omega t - \theta_2 - \phi_2)$$

$$v_3(t) = V_3\sqrt{2}\cos(\omega t - \theta_3) \qquad i_3(t) = I_3\sqrt{2}\cos(\omega t - \theta_3 - \phi_3)$$

La puissance instantanée disponible sur cette ligne, somme des puissances instantanées transmises par chaque fil, a pour expression:

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) = v_1(t).i_1(t) + v_2(t).i_2(t) + v_3(t).i_3(t)$$

$$p(t) = 2\,V_1I_1\cos(\omega t - \theta_1).\cos(\omega t - \theta_1 - \phi_1) +$$

$$2\,V_2I_2\cos(\omega t - \theta_2).\cos(\omega t - \theta_2 - \phi_2) +$$

$$2\,V_3I_3\cos(\omega t - \theta_3).\cos(\omega t - \theta_3 - \phi_3)$$

soit:

$$p(t) = V_1I_1\cos\phi_1 + V_2I_2\cos\phi_2 + V_3I_3\cos\phi_3 + V_1\,I_1\cos(2\,\omega t - 2\theta_1 - \phi_1)$$

$$+ V_2I_2\cos(2\,\omega t - 2\,\theta_2 - \phi_2) + V_3I_3\cos(2\omega t - 2\theta_3 - \phi_3)\ .$$

On reconnaît en:

$$P = V_1I_1\cos\phi_1 + V_2I_2\cos\phi_1 + V_3I_3\cos\phi_3$$

la puissance active disponible sur la ligne, grandeur indépendante du temps. La puissance instantanée se décompose donc en une grandeur constante, P, et en une grandeur fonction du temps, $\mathcal{P}(t)$, que l'on nomme puissance fluctuante et qui a pour expression:

$$\mathcal{P}(t) = V_1I_1\cos(2\,\omega t - 2\,\theta_1 - \phi_1) + V_2I_2\cos(2\omega\,t - 2\,\theta_2 - \phi_2) + V_3I_3\cos(2\omega t - 2\theta_3 - \phi_3)$$

Si la ligne est alimentée par un système triphasé équilibré direct (par exemple) de tensions étoilées, on a:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V, \quad \theta_2 = \theta_1 + \frac{2\pi}{3}, \quad \theta_2 = \theta_1 + \frac{4\pi}{3}\ .$$

D'où :

$$\mathcal{P}(t) = V\,[I_1\cos(2\,\omega t - 2\theta_1 - \phi_1) + I_2\cos(2\,\omega t - 2\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \phi_2) +$$

$$I_3\cos(2\,\omega t - 2\theta_1 - \frac{8\pi}{3} - \phi_3)\,]$$

Si de plus la ligne est en charge équilibrée, on a:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I \quad \text{et} \quad \phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi$$

et il vient:

$$\mathcal{P}(t) = VI[\cos(2\omega t - 2\theta_1 - \phi) + \cos(2\omega t - 2\theta_1 - \phi - \frac{4\pi}{3}) + \cos(2\omega t - 2\theta_1 - \phi - \frac{8\pi}{3})]\ .$$

D'où :

$$\mathcal{P}(t) = 0 \quad \text{car} \quad \cos(a) + \cos(a - \frac{4\pi}{3}) + \cos(a - \frac{2\pi}{3}) = 0 \quad .$$

THÉORÈME

En charge équilibrée, une ligne triphasée transmet une puissance instantanée constante(et donc égale à la puissance active).

Cette propriété constitue l'un des avantages du triphasé sur le monophasé : les machines tournantes triphasées équilibrées présenteront un couple mécanique (moteur ou résistant) de moment constant, d'où un meilleur fonctionnement(réduction des vibrations, des résonances, etc.).

I.A.III ÉTUDE DES SYSTÈMES DÉSÉQUILIBRÉS

I.A.III.1 ÉTUDE CINÉTIQUE DES SYSTÈMES DÉSÉQUILIBRÉS

a. Introduction

L'analyse des dispositifs triphasés se simplifie considérablement lorsqu'ils fonctionnent en régime équilibré; en effet, l'étude cinétique se réduit alors à celle d'une ligne élémentaire monophasée équivalente (cf.§I.A.I) tandis que des formules permettent une étude énergétique globale (cf.§ I.A.II). En régime déséquilibré, une méthode d'étude d'un dispositif triphasé consisterait à le décomposer en trois éléments monophasés analysés séparément. Dans pas mal de cas, et en particulier celui des machines triphasées(transformateurs,machines synchrones et asynchrones), ces éléments monophasés(enroulements) ne sont pas indépendants(circuit magnétique commun, mutuelle induction, etc.) et cette décomposition devient arbitraire et douteuse si elle n'est pas menée avec soin. De plus, même bien menée elle ne permet pas d'utiliser les théories élaborées dans le cas des fonctionnements équilibrés et dont on a vu l'intérêt (par l'intermédiaire des avantages qu'elles mettent en évidence chez les dispositifs triphasés).
Pour ces raisons, on sera souvent amené à considérer un état de fonctionnement déséquilibré comme la superposition de plusieurs fonctionnements triphasés équilibrés.

b. Définitions

On a déjà introduit deux systèmes triphasés équilibrés de grandeurs électriques, représentés par des vecteurs du plan de Fresnel tels que:

Système direct

$$\begin{cases} \underline{A}_{1d} = \underline{A}_d \\ \underline{A}_{2d} = \underline{a}^2 . \underline{A}_d \\ \underline{A}_{3d} = \underline{a} . \underline{A}_d \end{cases}$$

Système inverse

$$\begin{cases} \underline{A}_{1i} = \underline{A}_i \\ \underline{A}_{2i} = \underline{a} . \underline{A}_i \\ \underline{A}_{3i} = a^2 . \underline{A}_i \end{cases}$$

Il n'est bien entendu pas possible de décomposer un système quelconque de trois grandeurs $\underline{A}_1$, $\underline{A}_2$, $\underline{A}_3$ en une somme de deux systèmes direct et inverse (il y aurait alors trois équations à deux inconnues pour calculer $\underline{A}_d$ et $\underline{A}_i$). Un troisième système équilibré est donc nécessaire, indépendant des deux premiers. Le système inverse est obtenu au moyen d'une progression géométrique de raison $\underline{a}$ (coefficients $1, \underline{a}, \underline{a}^2$) le système direct par une progression de raison $\underline{a}^2$ (1, $\underline{a}^2$, $\underline{a}^4 = \underline{a}$); on peut en obtenir un troisième par une progression de raison $\underline{a}^3 = 1$.

$$\begin{cases} \underline{A}_{1o} = \underline{A}_o \\ \underline{A}_{2o} = \underline{a}^3 . \underline{A}_o = \underline{A}_o \\ \underline{A}_{3o} = \underline{a}^6 . \underline{A}_o = \underline{A}_o \end{cases}$$

Un tel système équilibré n'est plus triphasé; il est constitué de trois grandeurs identiques. On le nomme *système homopolaire*.

c. Composantes symétriques

> THÉORÈME
>
> *Tout système de trois grandeurs de même nature et de même fréquence est la superposition de trois systèmes équilibrés de même fréquence: un système triphasé direct, un système triphasé inverse et un système homopolaire.*

En pratique, cela signifie que pour tout ensemble de trois grandeurs représentées par $\underline{A}_1$, $\underline{A}_2$, $\underline{A}_3$ (même nature et même fréquence), on peut trouver trois éléments $\underline{A}_d$, $\underline{A}_i$ et $\underline{A}_o$ (de même nature et de même fréquence) tels que:

$$\left. \begin{aligned} \underline{A}_1 &= \underline{A}_d + \underline{A}_i + \underline{A}_o \\ \underline{A}_2 &= \underline{a}^2 . \underline{A}_d + \underline{a} . \underline{A}_i + \underline{A}_o \\ \underline{A}_3 &= \underline{a} . \underline{A}_d + \underline{a}^2 . \underline{A}_i + \underline{A}_o \end{aligned} \right\} \qquad (I.A.57)$$

Cette décomposition est unique, c'est-à-dire qu'il n'existe qu'un ensemble ($\underline{A}_d$, $\underline{A}_i$, $\underline{A}_o$) associé à un système donné ($\underline{A}_1$, $\underline{A}_2$, $\underline{A}_3$).

On ne démontrera pas ce théorème ni l'unicité de la décomposition mais on va déterminer les grandeurs $\underline{A}_d$, $\underline{A}_i$ et $\underline{A}_o$, que l'on nomme *composantes symétriques* du système initial. La résolution du système *(I.A.57)* est aisée; on voit que:

$$\underline{A}_d + \underline{a}.\underline{A}_2 + \underline{a}^2.\underline{A}_3 = \underline{A}_d(1 + \underline{a}^3 + \underline{a}^3) + \underline{A}_i\ (1 + \underline{a}^2 + \underline{a}^4) + \underline{A}_o\ (1 + \underline{a} + \underline{a}^2)\ .$$

Soit:

$$\underline{A}_1 + \underline{a}.\underline{A}_2 + \underline{a}^2.\underline{A}_3 = 3\,\underline{A}_d \quad \text{car} \quad 1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0 \quad (\text{et} \quad \underline{a}^4 = \underline{a}).$$

De la même façon, on montre que:

$$\underline{A}_1 + \underline{a}^2.\underline{A}_2 + \underline{a}.\underline{A}_3 = 3\,\underline{A}_i$$

et:

$$\underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_3 = 3\,\underline{A}_o.$$

D'où les équations donnant les composantes symétriques (transformation de Fortescue):

$$\left.\begin{aligned} \underline{A}_d &= \frac{1}{3}\,(\underline{A}_1 + \underline{a}.\underline{A}_2 + \underline{a}^2.\underline{A}_3) \\ \underline{A}_i &= \frac{1}{3}\,(\underline{A}_1 + \underline{a}^2.\underline{A}_2 + \underline{a}.\underline{A}_3) \\ \underline{A}_o &= \frac{1}{3}\,(\underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_3) \end{aligned}\right\} \qquad (I.A.58)$$

On pourra donc toujours ramener l'étude du fonctionnement déséquilibré d'un dispositif triphasé à celles des fonctionnements équilibrés définis par cette décomposition; la superposition des états d'équilibre permettra d'écrire les équations cinétiques de l'état du dispositif.

Remarque 1: Il ne faudra pas oublier que le dispositif n'a pas les mêmes propriétés relativement aux différents systèmes équilibrés: un alternateur, par exemple, n'a pas la même impédance cyclique interne pour les courants de même ordre de succession que les f.e.m. (le champ glissant de réaction magnétique d'induit tourne alors au synchronisme avec la roue polaire) que pour les courants d'ordre de succession inverse (le champ glissant tourne alors en sens inverse). Cf. l'étude des alternateurs en régime déséquilibré (tome 1, chap.B.VII).

Remarque 2 : Bien entendu, il n'existe qu'une composante symétrique dans le cas où on étudie un système triphasé équilibré; en effet:

- si on a un système direct, $\underline{A}_2 = \underline{a}^2.\underline{A}_1$, $\underline{A}_3 = \underline{a}.\underline{A}_1$, il vient:

$$\underline{A}_d = \frac{1}{3}(\underline{A}_1 + a^3.\underline{A}_1 + \underline{a}^3.\underline{A}_1) = \underline{A}_1$$
$$\underline{A}_i = \frac{1}{3}(\underline{A}_1 + \underline{a}^4.\underline{A}_1 + \underline{a}^2.\underline{A}_1) = 0$$
$$\underline{A}_o = \frac{1}{3}(\underline{A}_1 + \underline{a}^2.\underline{A}_1 + \underline{a}.\underline{A}_1) = 0$$

- si on a un système inverse, $\underline{A}_2 = \underline{a}.\underline{A}_1$, $\underline{A}_3 = \underline{a}^2.\underline{A}_1$, il vient de même :

$$\underline{A}_d = \underline{0} \quad , \quad \underline{A}_i = \underline{A}_1 \quad \text{et} \quad \underline{A}_o = \underline{0} .$$

Remarque 3 : L'expression de la composante homopolaire dans la transformation de Fortescue (*I.A.58*), c'est-à-dire:

$$\underline{A}_o = 1/3 \ (\underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_3)$$

montre que tous les systèmes de trois grandeurs dont la somme est nulle n'ont pas de composante $\underline{A}_o$; cette remarque simplifiera la recherche des composantes symétriques dans certains cas:

- système de tensions composées $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$ (et donc système des tensions par élément d'un dispositif connecté en triangle); par construction, la somme de ces trois grandeurs est nulle (si les indices satisfont bien à une permutation circulaire) et leur composante homopolaire est nulle;
- système des courants en ligne dans le cas d'un dispositif en triangle ou en étoile sans neutre connecté et sans retour par la terre ; la loi des noeuds impose alors $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$ et leur composante homopolaire est nulle.

I.A.III.2 DÉTERMINATION DES COMPOSANTES SYMÉTRIQUES

a. Construction directe

Si l'on connaît les vecteurs de Fresnel (norme et phase) associés aux grandeurs étudiées $\underline{A}_1$, $\underline{A}_2$, $\underline{A}_3$, il est possible de déterminer les vecteurs associés aux composantes symétriques en appliquant les relations de définition:

$$\underline{A}_d = 1/3\,(\underline{A}_1 + \underline{a}.\underline{A}_2 + \underline{a}^2.\underline{A}_3)$$
$$\underline{A}_i = 1/3\,(\underline{A}_1 + \underline{a}^2.\underline{A}_2 + \underline{a}.\underline{A}_3)$$
$$\underline{A}_o = 1/3\,(\underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_3)$$

où l'opérateur $\underline{a}$ représente une rotation de $\frac{2\pi}{3}$.

Cette méthode de calcul n'est pas simple et suppose de nombreuses informations (trois normes et trois phases).

b. Détermination des composantes directe et inverse.

La recherche de ces composantes est simplifiée par le théorème suivant :

> THÉORÈME
>
> *Tous les systèmes étoilés de trois vecteurs ayant mêmes extrémités ont les mêmes composantes directe et inverse.*

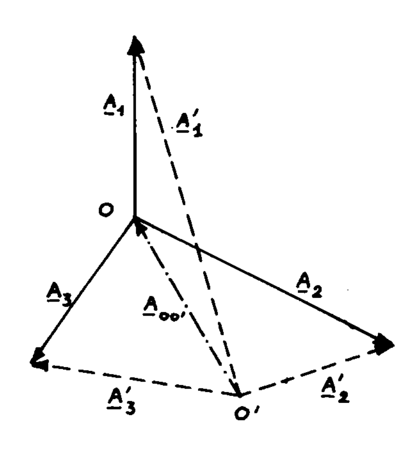


Fig.I.A.34

Considérons en effet les deux systèmes $\underline{A}_1$; $\underline{A}_2$, $\underline{A}_3$, d'origine O et $\underline{A}'_1$, $\underline{A}'_2$, $\underline{A}'_3$, d'origine O', qui ont mêmes extrémités (cf.fig. I.A.34). On peut écrire :

$$\underline{A}'_1 = \underline{A}_1 + \underline{A}_{oo'}$$

$$\underline{A}'_2 = \underline{A}_2 + \underline{A}_{oo'}$$

$$\underline{A}'_3 = \underline{A}_3 + \underline{A}_{oo'}$$

et les composantes directe et inverse s'expriment :

$$\underline{A}'_d = 1/3(\underline{A}'_1 + \underline{a}.\underline{A}'_2 + \underline{a}^2.\underline{A}'_3)$$

$$\underline{A}'_i = 1/3(\underline{A}'_1 + \underline{a}^2.\underline{A}'_2 + \underline{a}.\underline{A}'_3)$$

On peut encore écrire :

$$\underline{A}'_d = \frac{1}{3}(\underline{A}_1 + \underline{a}.\underline{A}_2 + \underline{a}^2.\underline{A}_3) + \frac{1}{3}\underline{A}_{oo'}.(1 + \underline{a} + \underline{a}^2) = \underline{A}_d$$

$$\underline{A}'_i = \frac{1}{3}(\underline{A}_1 + \underline{a}^2.\underline{A}_2 + \underline{a}.\underline{A}_3) + \frac{1}{3}\underline{A}_{oo'}.(1 + \underline{a}^2 + \underline{a}) = \underline{A}_i$$

car : $$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = \underline{0}\ .$$

Ce résultat est indépendant de $\underline{A}_{oo'}$ et on a bien démontré le théorème précédent. On remarque de plus que :

$$\underline{A}'_o = \frac{1}{3}(\underline{A}'_1 + \underline{A}'_2 + \underline{A}'_3) = \frac{1}{3}(\underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_3) + \underline{A}_{oo'} = \underline{A}_o + \underline{A}_{oo'} \qquad (I.A.59)$$

APPLICATION

Puisque les composantes directe et inverse ne dépendent pas de l'origine des vecteurs, on a intérêt à choisir celle qui conduit à la

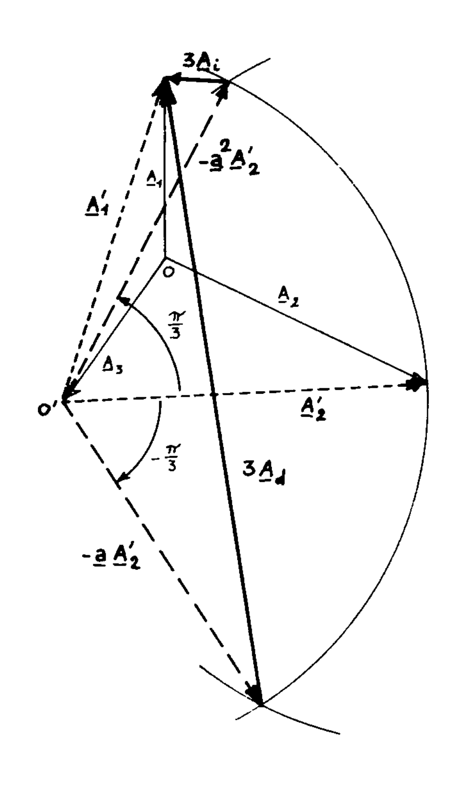


Fig.I.A.35

construction la plus simple. Si on choisit l'extrémité de $\underline{A}_3$ comme nouvelle origine O', le système à étudier se réduit à $\underline{A}'_1$, $\underline{A}'_2$, $\underline{0}$ et ses composantes directe et inverse valent:

$$\underline{A}'_d = \frac{1}{3}(\underline{A}'_1 + \underline{a}.\underline{A}'_2) = \underline{A}_d$$

$$\underline{A}'_i = \frac{1}{3}(\underline{A}'_1 + \underline{a}^2.\underline{A}'_2) = \underline{A}_i .$$

Les composantes symétriques cherchées sont donc obtenues par:

$$3\,\underline{A}_d = \underline{A}'_1 - (-\underline{a}).\underline{A}'_2 = \underline{A}'_1 - (1 + \underline{a}^2).\underline{A}'_2$$

$$3\,\underline{A}_i = \underline{A}'_1 - (-\underline{a}^2).\underline{A}'_2 = \underline{A}'_1 - (1 + \underline{a}).\underline{A}'_2 .$$

On remarque que :

$$1 + \underline{a}^2 = -\underline{a} = e^{j\pi}.e^{j2\pi/3} = e^{j5\pi/3} = e^{-j\pi/3}$$

$$1 + \underline{a} = -\underline{a}^2 = e^{j\pi}.e^{j4\pi/3} = e^{j7\pi/3} = e^{j\pi/3}$$

Le vecteur $(-\underline{a}).\underline{A}'_2$ est donc obtenu, à partir de $\underline{A}'_2$, par une rotation de $-\frac{\pi}{3}$ tandis que $(-a^2).\underline{A}'_2$ résulte d'une rotation de $+\frac{\pi}{3}$.

D'où la construction des grandeurs $3\underline{A}_d$ et $3\underline{A}_i$ (cf.fig.I.A.35). On a fait apparaître une différence dans les expressions de ces grandeurs car la construction graphique de la différence de deux vecteurs de même origine est une opération très simple.

INTÉRÊT DE CETTE MÉTHODE : Outre la détermination plus facile des composantes directe et inverse, ce procédé présente l'avantage de ne pas exiger la connaissance intégrale des grandeurs dont on effectue l'étude; les extrémités, dans le plan de Fresnel, des vecteurs associés et construits en étoile suffisent.

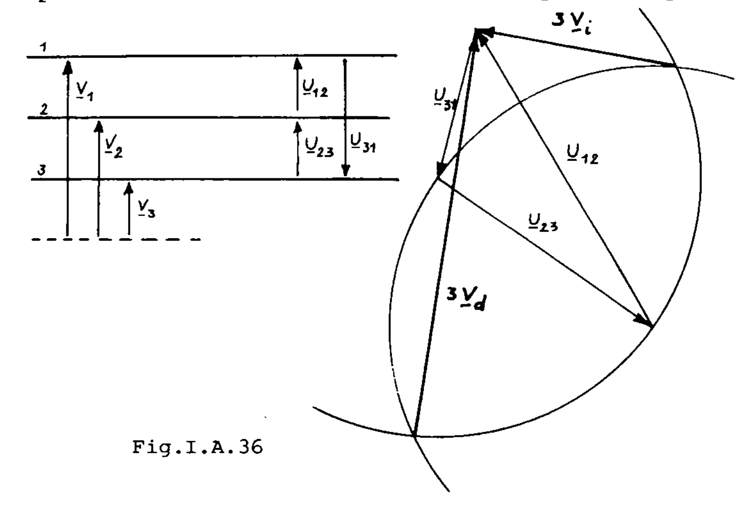


Fig.I.A.36

APPLICATION

Si on recherche les composantes du système des tensions simples

d'une ligne, ou d'un dispositif triphasé dont le neutre (ou le potentiel de référence) est inaccessible, il suffira de mesurer les normes des tensions composées $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$ pour construire le triangle dont les sommets sont les extrémités de $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$, $\underline{V}_3$. $\underline{U}_{13} = -\underline{U}_{31}$ et $\underline{U}_{23}$ jouent alors les rôles des grandeurs $\underline{A}'_1$ et $\underline{A}'_2$ de la démonstration générale; d'où la construction de $3\underline{V}_d$ et $3\underline{V}_i$ (cf.fig. I.A.36). On remarque que les composantes calculées sont indépendantes du potentiel de référence (ou du neutre), ce qui est la conséquence immédiate du théorème cité au début de ce paragraphe.

c. Détermination de la composante homopolaire

Elle est liée à l'origine O des vecteurs associés aux grandeurs étudiées; par définition, elle vaut:

$$\underline{A}_o = \frac{1}{3}(\underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_3).$$

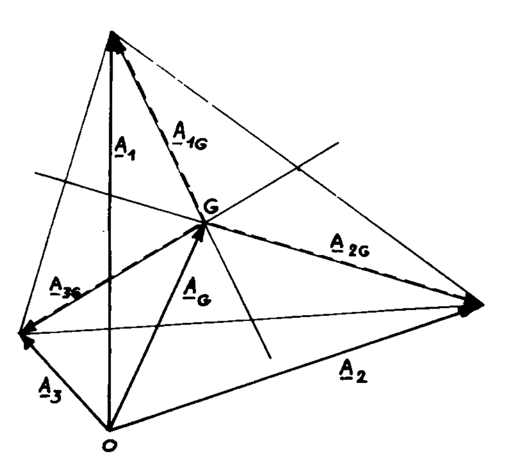


Fig.I.A.37

Or, on sait qu'il existe un point G, centre de gravité ou barycentre du triangle des extrémités de $\underline{A}_1$, $\underline{A}_2$, $\underline{A}_3$ dans le plan de Fresnel.

Une propriété remarquable de ce point G (barycentre de trois masses ponctuelles égales) est que les vecteurs $\underline{A}_{1G}$, $\underline{A}_{2G}$, $\underline{A}_{3G}$ qui en sont issus et ont pour extrémités les sommets du triangle sont tels que :

$$\underline{A}_{1G} + \underline{A}_{2G} + \underline{A}_{3G} = \underline{0} .$$

D'où, en remarquant que :

$$\underline{A}_1 = \underline{A}_G + \underline{A}_{1G} , \quad \underline{A}_2 = \underline{A}_G + \underline{A}_{2G} , \quad \underline{A}_3 = \underline{A}_G + \underline{A}_{3G}$$

on trouve :

$$\underline{A}_o = \frac{1}{3}(\underline{A}_G + \underline{A}_{1G} + \underline{A}_G + \underline{A}_{2G} + \underline{A}_G + \underline{A}_{3G}) = \underline{A}_G .$$

La composante homopolaire cherchée est donc représentée par le vecteur d' origine O et d'extrémité G . Cette composante est nulle lorsque O se trouve au centre de gravité du triangle des extrémités de $\underline{A}_1$, $\underline{A}_2$, $\underline{A}_3$.

I.A.III.3 MESURE DES COMPOSANTES SYMÉTRIQUES ET APPLICATIONS

Leur principe découle en général des déterminations théoriques exposées ci-dessus. On se contentera, ici, d'indiquer les montages les plus utilisés. On pourra, sous forme d'exercices, analyser plus complètement ces dispositifs.

a. Composantes symétriques de systèmes de tensions simples(étoilées)

Les montages de la fig. I.A.38 sont une application directe de la détermination théorique exposée au § I.A.III.2.b . On vérifie facilement que si la condition :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} = R\sqrt{3}$$

est satisfaite et si le voltmètre est d'impédance très supérieure à celle du pont déphaseur R-L-C-R, alors $\underline{U}_{DC}$ résulte d'une rotation de $-\frac{\pi}{3}$ appliquée à $\underline{U}_{CB} = \underline{U}_{23}$ et le voltmètre (fig. I.A.38.a) mesure la valeur efficace

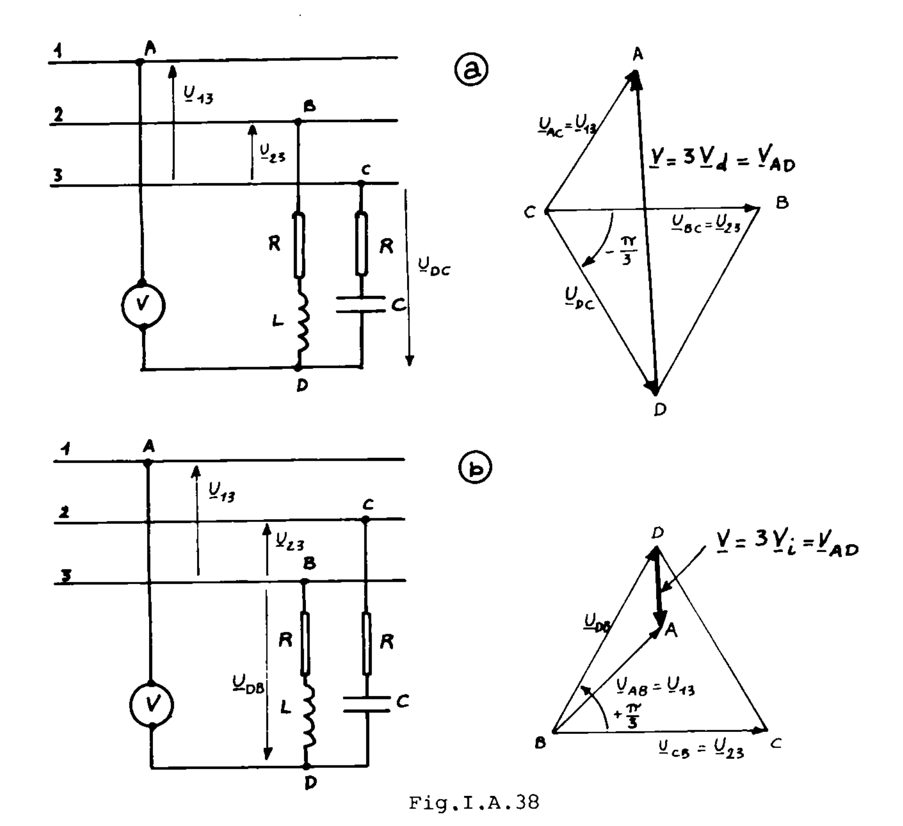


Fig.I.A.38

de : $$\underline{V}_{AD} = \underline{U}_{AC} - \underline{U}_{DC} = \underline{U}_{13} - (-\underline{a}).\underline{U}_{23} = 3.\underline{V}_d$$

Si on permute les branchements des points B et C sur les fils 2 et 3 (fig. I.A.38.b), $\underline{U}_{DB}$ est obtenu, à partir de $\underline{U}_{23}$, par une rotation de $+\frac{\pi}{3}$ et on mesure :

$$\underline{V}_{AD} = \underline{U}_{AB} - \underline{U}_{DB} = \underline{U}_{13} - (-\underline{a}^2).\underline{U}_{23} = 3.\underline{V}_i.$$

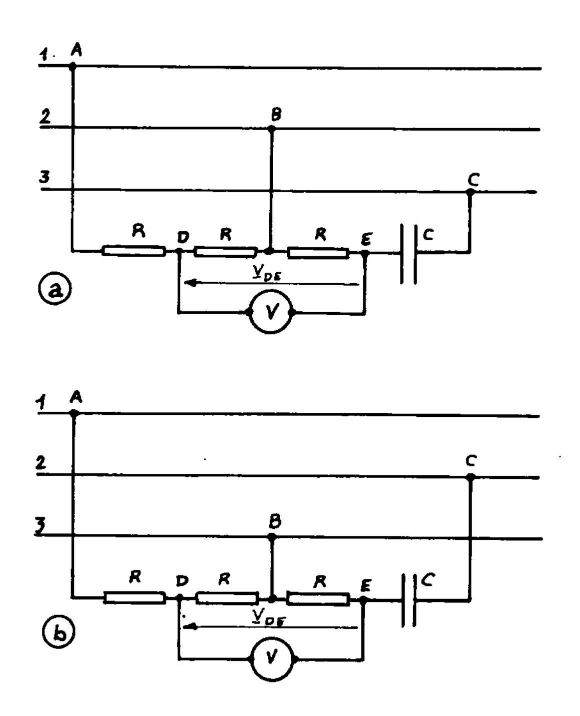


Fig.I.A.39

Les montages de la fig.I.A.39 permettent aussi de déterminer les composantes directe et inverse.

Si : $\frac{1}{C\omega} = R\sqrt{3}$

et si le voltmètre est traversé par un courant d'intensité négligeable devant celles des courants dans les branches du pont R-R-R-C, le voltmètre mesure, dans le cas (a) ; $\underline{V}_{DE} = \frac{3}{2}\,\underline{V}_d$.

Si on permute les points B et C, cas de figure (b), on mesure :

$$\underline{V}_{DE} = \frac{3}{2}\,\underline{V}_i \quad .$$

Les montages des fig. I.A.38 et I.A.39 peuvent aussi servir à déterminer l'ordre de succession des phases d'une ligne ou d'une source triphasée. On voit qu'ils mesurent la composante triphasée symétrique dont l'ordre de succession des phases est A,B,C : dans les cas (a), l'ordre A,B,C correspond à 1,2,3 et on détermine la composante directe, dans les cas (b) A,B,C correspond à 1,3,2 et on relève la composante inverse. Pour établir l'ordre des phases de la ligne il suffit donc de chercher le branchement du pont A-B-C qui donne une déviation maximale du voltmètre (pour un même calibre); les phases des fils de ligne se succèdent alors dans l'ordre des points A,B et C.

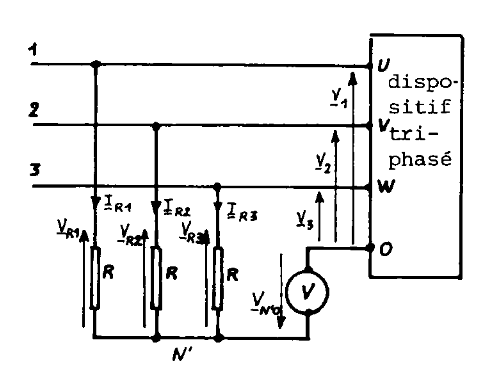


Fig.I.A.40

Pour déterminer la composante homopolaire d'un système de tensions simples, on a vu qu'il suffit de connaître le potentiel du centre de gravité du triangle des extrémités de ces tensions. Ce potentiel est celui d'un neutre artificiel ; en effet, si on monte trois résistances (ou trois impédances) égales R en étoile sur la ligne (fig. I.A.40), elles sont traversées par des courants tels que :

$$\underline{I}_{R1} + \underline{I}_{R2} + \underline{I}_{R3} = \underline{0} \; .$$

D'où :

$$\underline{V}_{R1} + \underline{V}_{R2} + \underline{V}_{R3} = R.(\underline{I}_{R1} + \underline{I}_{R2} + \underline{I}_{R3}) = \underline{0}.$$

Le point N', origine des vecteurs $\underline{V}_{R1}$, $\underline{V}_{R2}$, $\underline{V}_{R3}$ qui ont mêmes extrémités que $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$, $\underline{V}_3$ et dont la somme est nulle, est bien le centre de gravité cherché. La composante homopolaire est la différence de potentiel existant entre ce point N' et l'origine commune 0 des tensions simples étudiées.

b. Composantes symétriques de systèmes de tensions composées

On pourrait chercher des montages spécifiques mesurant ces grandeurs mais c'est inutile dans la mesure où elles se déduisent simplement des composantes symétriques d'un système quelconque de tensions étoilées défini sur la même ligne (tous les systèmes de tensions définis sur une ligne ont même composantes directe et inverse). En effet, si $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$, $\underline{V}_3$ est un système étoilé de composantes $\underline{V}_d$, $\underline{V}_i$, $\underline{V}_o$, on a :

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = \underline{V}_d + \underline{V}_i + \underline{V}_o - \underline{a}^2\underline{V}_d - \underline{a}\underline{V}_i - \underline{V}_o = \underline{V}_d(1-\underline{a}^2) + \underline{V}_i(1-\underline{a})$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3 = \underline{a}^2\underline{V}_d + \underline{a}\underline{V}_i + \underline{V}_o - \underline{a}\underline{V}_d - \underline{a}^2\underline{V}_i - \underline{V}_o = \underline{V}_d(\underline{a}^2 - \underline{a}) + \underline{V}_i(\underline{a} - \underline{a}^2)$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1 = \underline{a}\,\underline{V}_d + \underline{a}^2\underline{V}_i + \underline{V}_o - \underline{V}_d - \underline{V}_i - \underline{V}_o = \underline{V}_d(\underline{a} - 1) + \underline{V}_i(\underline{a}^2 - 1)$$

que l'on peut encore écrire :

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_d(1-\underline{a}^2) + \underline{V}_i(1-\underline{a})$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{a}^2\,\underline{V}_d(1-a^2) + \underline{a}.\underline{V}_i(1-\underline{a})$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{a}\,\underline{V}_d(1-a^2) + \underline{a}^2\underline{V}_i(1-\underline{a}).$$

On en déduit immédiatement les expressions des composantes symétriques des tensions composées (la composante homopolaire étant nécessairement nulle) :

$$\underline{U}_d = (1-a^2)\underline{V}_d = \sqrt{3}.e^{j\pi/6}\,\underline{V}_d$$

$$\underline{U}_i = (1-a)\,\underline{V}_i = \sqrt{3}.e^{-j\pi/6}\,\underline{V}_i$$

c'est-à-dire que : $U_d = \sqrt{3}V_d$ et $\underline{U}_d$ est en avance de $\frac{\pi}{6}$ sur $\underline{V}_d$, d'une part, $U_i = \sqrt{3}\,V_i$ et $\underline{U}_i$ est en retard de $\frac{\pi}{6}$ sur $\underline{V}_i$ d'autre part.

c. Composantes symétriques de systèmes de courants

On déterminera les composantes des courants en ligne, plus facilement accessibles à la mesure. Dans le cas d'un dispositif couplé en étoile, il y aura identité entre courants en ligne et courants dans

les éléments. Si le dispositif étudié est couplé en triangle, les courants en ligne et par élément sont liés par :

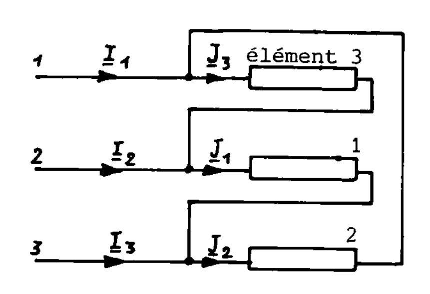


Fig.I.A.41

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_3 - \underline{J}_2$$
$$\underline{I}_2 = \underline{J}_1 - \underline{J}_3$$
$$\underline{I}_3 = \underline{J}_2 - \underline{J}_1$$

(si les indices sont distribués comme l'indique la fig. I.A.41). Une étude analogue à celle des tensions composées (paragraphe précédent) montrerait que les composantes directe et inverse des courants simples ($\underline{J}_d$ et $\underline{J}_i$) et des courants en ligne ($\underline{I}_d$ et $\underline{I}_i$) satisfont à :

$$I_d = \sqrt{3}\, J_d \quad \text{et} \quad I_i = \sqrt{3}\, J_i \ .$$

Les déphasages dépendent du couplage choisi ; dans notre cas de figure, on a :

$$\underline{I}_d = j\sqrt{3}\, \underline{J}_d \ (\underline{I}_d \text{ est en quadrature avance sur } \underline{J}_d) ;$$

$$\underline{I}_i = -j\sqrt{3}\, \underline{J}_i \ (\underline{I}_i \text{ est en quadrature arrière sur } \underline{J}_i) .$$

On pourra donc tout déduire de l'étude des courants en ligne.

Le montage de la fig. I.A.42 permet de mesurer les valeurs efficaces des grandeurs $(\underline{I}_1 - \underline{I}_2)$, $(\underline{I}_2 - \underline{I}_3)$, $(\underline{I}_3 - \underline{I}_1)$, $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ et $\underline{I}_3$. Les trois premières valeurs sont les côtés du triangle dont les sommets sont les extrémités des vecteurs $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ et $\underline{I}_3$; on peut donc tracer ce triangle et, connaissant I_1, I_2 et I_3, en déduire l'origine 0 de ces vecteurs (ce qui permet de construire $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ et $\underline{I}_3$ sans avoir eu à mesurer des phases).

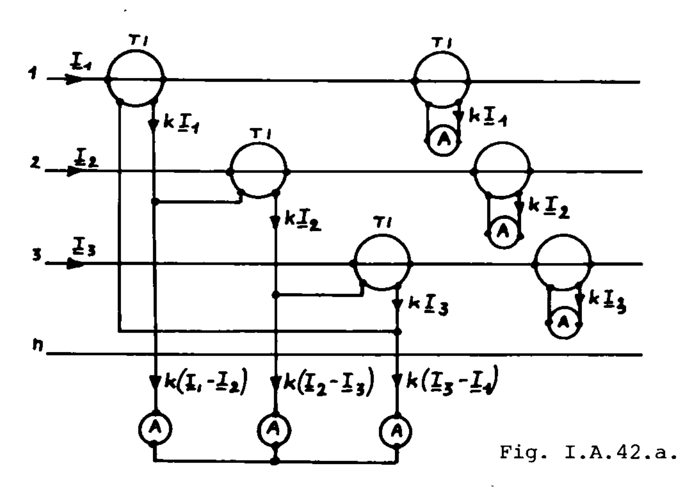


Fig. I.A.42.a.

Au moyen des procédés déjà exposés on pourra donc déterminer les grandeurs $3.\underline{I}_d$, $3.\underline{I}_i$ et $\underline{I}_o$. Le rappel de ces constructions est visible sur la fig. I.A.42.

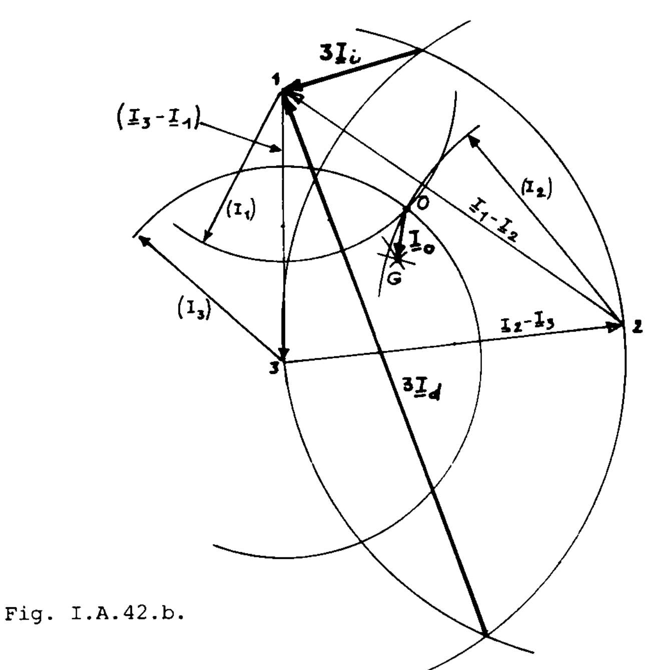


Fig. I.A.42.b.

Remarque : La composante homopolaire I_o n'est non nulle que s'il existe un fil neutre (ou un retour par la terre). Si ce quatrième conducteur est accessible on peut déterminer I_o en mesurant l'intensité du courant I_n qui l'emprunte : $I_n = 3.I_o$; mais cette méthode ne fournit pas la phase de $\underline{I}_o$ par rapport aux autres intensités.

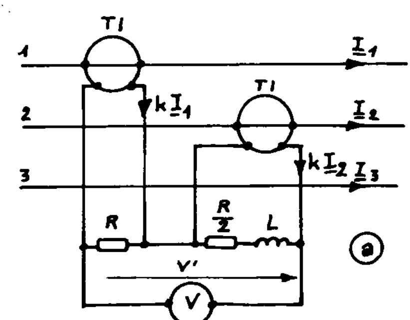
S'il n'y a que trois conducteurs, on sait que la composante $\underline{I}_o$ est nécessairement nulle et le point O est au centre de gravité du triangle construit au début; on peut donc faire l'économie des mesures de I_1, I_2, I_3.

Dans le cas d'une ligne à trois conducteurs sans retour par un neutre ou par la terre, on peut utiliser le montage plus simple de la fig. I.A.43. En choisissant la bobine d'induction de telle sorte que : $L\omega = R\,\frac{\sqrt{3}}{2}$ et en prenant deux transformateurs d'intensité de même rapport k on montrera facilement que, dans le cas de la figure (a), le voltmètre mesure la valeur efficace de :

$$\underline{V}' = kR\underline{I}_1 + k\underline{I}_2\left(\frac{R}{2} + jR\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = kR(\underline{I}_1 - \underline{a}^2 I_2) \quad .$$

En exprimant $\underline{I}_1$ et $\underline{I}_2$ en fonction de leurs composantes symétriques (I_o est nulle puisque c'est une ligne à trois fils), on trouve :

$$\underline{V}' = kR\underline{I}_d(1 - \underline{a}) = \sqrt{3}kR.\underline{I}_d.e^{-j\pi/6} \quad .$$



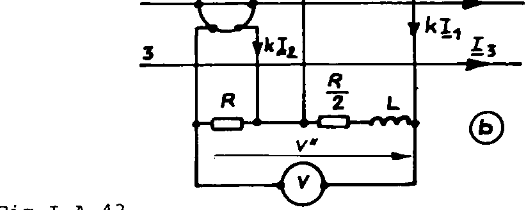


Fig.I.A.43

La lecture de V' donne donc la valeur efficace de I_d par :

$$I_d = \frac{V'}{k\ R\sqrt{3}}$$

Si on permute les positions des T.I. sur la ligne (cas de la figure b), le voltmètre mesure la norme de:

$$\underline{V}'' = kR\underline{I}_2 + k\underline{I}_1\left(\frac{R}{2} + jR\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = kR(\underline{I}_2 - \underline{a}^2\underline{I}_1) = kR\ \underline{I}_i\,(a - a^2) = j\sqrt{3}\ kR\ \underline{I}_i$$

On en déduit la valeur efficace de $\underline{I}_i$ par:

$$I_i = \frac{V''}{k\ R\sqrt{3}}$$

d. Degré de dissymétrie ou de déséquilibre d'un système triphasé

On caractérise l'état de déséquilibre d'un système par le rapport des valeurs efficaces des composantes directe et inverse. Généralement, les systèmes triphasés fonctionnent au voisinage d'un régime équilibré, c'est-à-dire que l'une de ces composantes est très supérieure à l'autre; si on numérote les conducteurs pour que la composante directe soit prépondérante, on définira :

- un degré de dissymétrie en tension :

$$\delta_v = \frac{V_i}{V_d} = \frac{U_i}{U_d} \qquad (I.A.60)$$

- un degré de dissymétrie en courant :

$$\delta_i = \frac{I_i}{I_d} = \frac{J_i}{J_d} \qquad (I.A.61)$$

Une première application de la détermination des composantes symétriques est la mesure de ces degrés de déséquilibre ; la plupart des machines triphasées ne peuvent fonctionner au voisinage de leur charge normale sans échauffement excessif si ce taux de déséquilibre dépasse une valeur indiquée par le constructeur ou les normes de conception (cf. tome 1, alternateur en régime de fonctionnement déséquilibré).

e. Exemple de problème posé par un récepteur déséquilibré

Considérons le problème classique suivant: un réseau triphasé équilibré $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$, $\underline{V}_3$ (cas du réseau E.D.F., par exemple; on a numéroté les conducteurs pour que le système de tensions soit direct) alimente entre phases trois éléments de charge purement passifs (sans f.e.m. internes) d'impédances $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ (éclairage et chauffage domestiques). Peut-on, à partir de l'analyse de ce fonctionnement (cas de la figure I.A.44.a), prévoir les conséquences d'une rupture du neutre: nouvelles tensions appliquées aux bornes des éléments de la charge, nouvelles

intensités, etc. (intérêt pratique immédiat, le matériel électrique monophasé étant destiné à travailler dans une gamme précise de tensions)?.

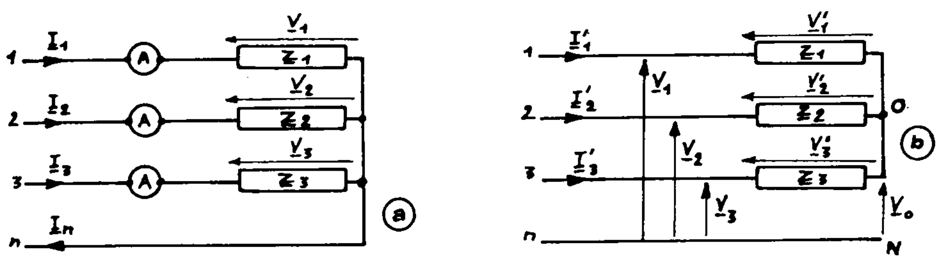


Fig.I.A.44

L'étude, théorique ou expérimentale, du fonctionnement normal (avec neutre) permet de déterminer les valeurs des tensions simples ($V_1 = V_2 = V_3$), des intensités des courants (I_1, I_2, I_3) et des déphasages (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3, déduits des puissances actives P_1, P_2 et P_3). On peut construire les grandeurs $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$, $\underline{V}_3$ et $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ dans les plans de Fresnel des tensions et des courants (cf. fig.I.A.45).

Lorsque le point commun de la charge n'est plus relié au neutre du réseau, cas de figure (b), il apparaît un nouveau système des tensions simples $\underline{V}'_1$, $\underline{V}'_2$, $\underline{V}'_3$ aux bornes des éléments de la charge ; ce système a nécessairement mêmes composantes directe et inverse (c'est-à-dire $\underline{V}_d = \underline{V}_1$ et $\underline{V}_i = 0$) que le premier puisque ce sont deux systèmes étoilés relatifs à la même ligne triphasée. Il suffit donc de déterminer la composante homopolaire du nouveau système des tensions simples pour résoudre le problème posé. C'est-à-dire qu'il suffit de construire la d.d.p. $\underline{V}_o$ entre le point 0 et le neutre N pour situer la nouvelle origine 0 des tensions simples dans le plan de Fresnel.

Si on connaissait cette d.d.p. $\underline{V}_o$, on pourrait exprimer les nouvelles valeurs des intensités :

$$\underline{I}'_1 = \frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_o}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1} - \frac{\underline{V}_o}{\underline{Z}_1} = \underline{I}_1 - \frac{1}{\underline{Z}_1}.\underline{V}_o$$

$$\underline{I}'_2 = \frac{\underline{V}_2 - \underline{V}_o}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{V}_o}{\underline{Z}_2} = \underline{I}_2 - \frac{1}{\underline{Z}_2}.\underline{V}_o$$

$$\underline{I}'_3 = \frac{\underline{V}_3 - \underline{V}_o}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3} - \frac{\underline{V}_o}{\underline{Z}_3} = \underline{I}_3 - \frac{1}{\underline{Z}_3}.\underline{V}_o$$

On sait que ces trois intensités ont une somme nulle (loi des noeuds appliquée en 0), ce qui conduit à :

$$\underline{0} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 - (\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}).\underline{V}_o = \underline{I}_n - (\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{Z_3}).\underline{V}_o .$$

Cette relation aurait pu être déduite du théorème de Millman :

$$\underline{V}_o = \frac{\frac{1}{\underline{Z}_1}.\underline{V}_1 + \frac{1}{\underline{Z}_2}.\underline{V}_2 + \frac{1}{\underline{Z}_3}.\underline{V}_3}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}}$$

ou du théorème de Thévenin ($\underline{I}_n$ est l'intensité du courant de court-circuit du dipôle défini par les points O et N ; ce dipôle présente une f.e.m. à vide $\underline{V}_o$ et a une admittance interne, sources de tensions nulles, $\underline{Y}_i = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}$) :

$$\underline{I}_n = \underline{V}_o.\underline{Y}_i \ .$$

Il peut être commode de la mettre sous la forme :

$$\frac{\underline{V}_o}{\underline{V}_1} = \frac{\underline{I}_n}{\underline{V}_1\underline{Y}_i} = \frac{\underline{I}_n}{\frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_3}} = \frac{\underline{I}_n}{\underline{I}_1 + \underline{I}_2'' + \underline{I}_3''} = \frac{\underline{I}_n}{\underline{I}_n'}$$

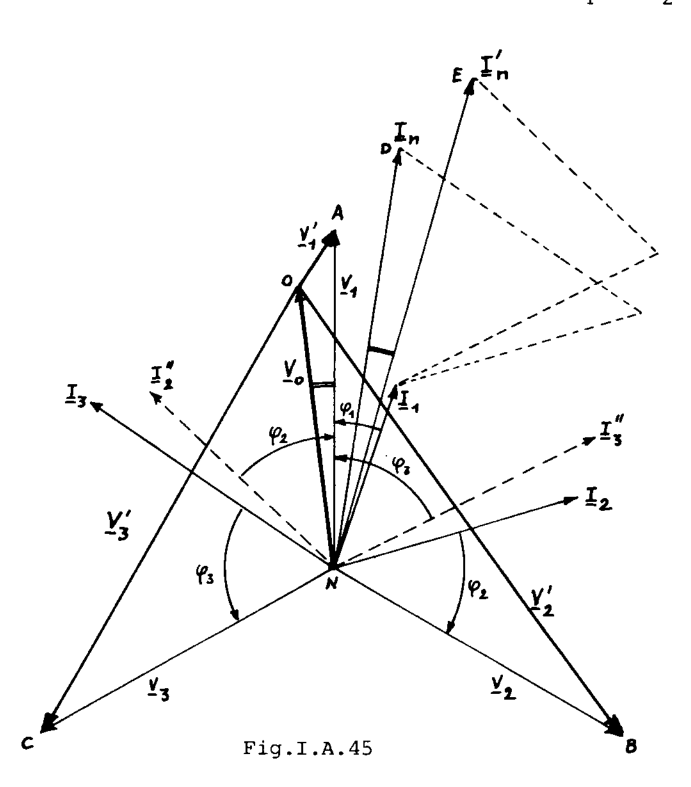


Fig.I.A.45

On construit alors, dans le plan de Fresnel des intensités :

$$\underline{I}_n = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \ ;$$

$\underline{I}_2'' = \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2}$ ($I_2'' = I_2$ mais $\underline{I}_2''$ est en retard de ϕ_2 sur $\underline{V}_1$) ;

$\underline{I}_3'' = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_3}$ ($I_3'' = I_3$, $\underline{I}_3''$ est en retard de ϕ_3 sur $\underline{V}_1$) ;

$$\underline{I}_n' = \underline{I}_1 + \underline{I}_2'' + \underline{I}_3''$$

(voir sur la fig.I.A.45 l'allure de ces constructions).

La recherche du vecteur $\underline{V}_o$ vérifiant :

$$\frac{\underline{V}_o}{\underline{V}_1} = \frac{\underline{I}_n}{\underline{I}_n'}$$

se ramène donc à la construction de deux triangles semblables NOA et NDE. Le déphasage de $\underline{V}_o$ sur $\underline{V}_1$ est celui de $\underline{I}_n$ sur $\underline{I}_n'$ et la norme de $\underline{V}_o$ est donnée par :

$$V_o = V_1 . \frac{I_n}{I_n'} \ .$$

Ayant déterminé la position du point O, on en déduit immédiatement, dans le plan de Fresnel des tensions, les grandeurs $\underline{V}'_1 = \underline{OA}$, $\underline{V}'_2 = \underline{OB}$ et $\underline{V}'_3 = \underline{OC}$; on pourra aussi, toujours graphiquement, construire les nouvelles intensités, sachant que :

$$\frac{\underline{I}'_1}{\underline{V}'_1} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{V}_1} = \frac{1}{\underline{Z}_1} \quad \frac{\underline{I}'_2}{\underline{V}'_2} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{V}_2} = \frac{1}{\underline{Z}_2} \quad \frac{\underline{I}'_3}{\underline{V}'_3} = \frac{\underline{I}_3}{\underline{V}_3} = \frac{1}{\underline{Z}_3} .$$

Si on se contente des valeurs efficaces de ces intensités, on pourra les calculer :

$$I'_1 = I_1 \cdot \frac{V'_1}{V_1} \quad I'_2 = I_2 \cdot \frac{V'_2}{V_1} \quad I'_3 = I_3 \cdot \frac{V'_3}{V_1} .$$

Dans le cas étudié sur la figure I.A.45, on voit tout de suite que la rupture du neutre conduit les éléments 2 et 3 de la charge à supporter une tension très supérieure à la tension normale de service.

I.A.III.4 ÉTUDE ÉNERGÉTIQUE DES DISPOSITIFS TRIPHASÉS DÉSÉQUILIBRÉS

Comme dans le cas des dispositifs équilibrés on va considérer que les puissances peuvent être exprimées au niveau de la ligne connectée à la charge(ou à la source) déséquilibrée, ces puissances seront les sommes des grandeurs de même nature transmises par les trois fils de phases.

a. Puissance apparente complexe

Elle s'exprime :

$$\underline{S} = \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{V}_3 \cdot \underline{I}_3^*$$

soit, en utilisant les décompositions de ces grandeurs :

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = \underline{V}_o + \underline{V}_d + \underline{V}_i \\ \underline{V}_2 = \underline{V}_o + \underline{a}^2 \underline{V}_d + \underline{aV}_i \\ \underline{V}_3 = \underline{V}_o + \underline{aV}_d + \underline{a}^2 \underline{V}_i \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_o + \underline{I}_d + \underline{I}_i \\ \underline{I}_2 = \underline{I}_o + \underline{a}^2 \underline{I}_d + aI_i \\ \underline{I}_3 = \underline{I}_o + \underline{aI}_d + \underline{a}^2 \underline{I}_i \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{I}_1^* = \underline{I}_o^* + \underline{I}_d^* + \underline{I}_i^* \\ \underline{I}_2^* = \underline{I}_o^* + \underline{aI}_d^* + \underline{a}^2 \underline{I}_i^* \\ \underline{I}_3^* = \underline{I}_o^* + \underline{a}^2 \underline{I}_d^* + \underline{aI}_i^* \end{cases}$$

(car le complexe conjugué de $\underline{a}$ est $\underline{a}^2$, et réciproquement).

Le calcul de la puissance apparente complexe conduit rapidement à :

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{V}_o \cdot \underline{I}_o^* + 3 \cdot \underline{V}_d \cdot \underline{I}_d^* + 3 \cdot \underline{V}_i \cdot \underline{I}_i^* \qquad (I.A.62)$$

Soit, encore :

$$\underline{S} = \underline{S}_o + \underline{S}_d + \underline{S}_i$$

si on note $\underline{S}_o$, $\underline{S}_d$, $\underline{S}_i$ les puissances apparentes complexes transmises séparément par les trois systèmes équilibrés homopolaire, direct et inverse. Tout se passe donc comme s'il y avait superposition, sans interaction, des trois régimes équilibrés.

Enfin, si on tient compte des relations :

$$\underline{S}_o = \underline{P}_o + jQ_o = 3V_oI_o\cos\phi_o + j3V_oI_o\sin\phi_o$$
$$\underline{S}_d = P_d + jQ_d = 3V_dI_d\cos\phi_d + j3V_dI_d\sin\phi_d$$
$$\underline{S}_i = P_i + jQ_i = 3V_iI_i\cos\phi_i + j3V_iI_i\sin\phi_i$$

on peut en déduire les expressions des puissances active et réactive :

$$P = P_o + P_d + P_i = 3V_oI_o\cos\phi_o + 3V_dI_d\cos\phi_d + 3V_iI_i\cos\phi_i \qquad (I.A.63)$$
$$Q = Q_o + Q_d + Q_i = 3V_oI_o\sin\phi_o + 3V_dI_d\sin\phi_d + 3V_iI_i\sin\phi_i \qquad (I.A.64)$$

où ϕ_o est le déphasage de $\underline{I}_o$ sur $\underline{V}_o$, ϕ_d celui de $\underline{I}_d$ sur $\underline{V}_d$ et ϕ_i celui de $\underline{I}_i$ sur $\underline{V}_i$.

Remarque : Les expressions *(I.A.62,63,64)* montrent qu'il n'existe une composante homopolaire, directe ou inverse de la puissance apparente complexe transmise par une ligne,que si les deux composantes symétriques de même ordre (homopolaire, directe ou inverse) des tensions et des intensités sont simultanément non nulles.

APPLICATION

Si un réseau alimenté par un système de tensions ou de f.e.m. équilibrées (par exemple direct : $\underline{V}_d = \underline{V}_1$, $\underline{V}_i = \underline{V}_o = \underline{0}$) débite dans une charge dissymétrique des courants déséquilibrés (de composantes $\underline{I}_d$, $\underline{I}_i$, $\underline{I}_o$), la puissance transmise à cette charge vaut :

$$\underline{S} = 3\underline{V}_d\underline{I}_d^* = \underline{S}_d = P_d + jQ_d .$$

Les composantes inverse et homopolaire n'apportent aucune puissance (active ou réactive) au récepteur alors qu'elles provoquent des pertes par effet Joule et même des pertes ferromagnétiques (en général, elles créent des champs d'induction glissants ou pulsants) ; une étude plus fine de ce paradoxe montrerait que ces pertes sont prélevées sur les puissances transportées par le système direct.

b. Puissance fluctuante

On a vu (§ I.A.II.a) qu'une ligne monophasée de tension $v(t)=V\sqrt{2}\cos(\omega t)$ (représentée par $\underline{V} = V$ dans le plan de Fresnel des tensions) parcourue par un courant d'intensité $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \phi)$, représentée par $\underline{I} = I e^{-j\phi}$, transporte une puissance fluctuante :

$$\mathcal{P} = VI \cos(2\omega t - \phi)$$

que l'on peut représenter par $\underline{V}.\underline{I} = VIe^{-j\phi}$ dans le plan de Fresnel de pulsation 2ω. La puissance fluctuante d'une ligne triphasée s'exprime donc :

$$\underline{\mathcal{P}} = \underline{V}_1.\underline{I}_1 + \underline{V}_2.\underline{I}_2 + \underline{V}_3.\underline{I}_3 \ .$$

Si on fait apparaître les composantes symétriques des tensions et des intensités, la puissance fluctuante s'écrit (sous la forme complexe) :

$$\underline{\mathcal{P}} = 3\underline{V}_o.\underline{I}_o + 3\underline{V}_d.\underline{I}_i + 3\underline{V}_i.\underline{I}_d. \qquad \text{(I.A.65)}$$

On vérifie que cette grandeur est nulle dans le cas d'un régime triphasé équilibré (c'est-à-dire si $\underline{V}_d$ et $\underline{I}_d$ sont les seules composantes non nulles, ou $\underline{V}_i$ et $\underline{I}_i$); elle n'est plus nulle dans le cas général d'un régime déséquilibré ou dans le cas d'un fonctionnement équilibré homopolaire, ce qui était prévisible puisqu'un tel état nous ramène aux résultats mis en évidence en monophasé.

L'existence d'une puissance fluctuante est donc un indice de déséquilibre et on pourra quantifier ce déséquilibre grâce au rapport :

$$\Delta = \frac{\mathcal{P}}{S} \ .$$

c. Facteur de puissance

Il s'exprime toujours :

$$f_p = \frac{P}{S} \ .$$

Il peut donc encore s'écrire :

$$f_p = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{P_o + P_d + P_i}{\sqrt{(P_o + P_d + P_i)^2 + (Q_o + Q_d + Q_i)^2}}$$

I.B.

Production, transport et distribution de l'énergie électrique

I.B.1. INTÉRÊT DES SYSTÈMES TRIPHASÉS

a. Production et utilisation

On a vu (tome 1) que les machines synchrones et asynchrones triphasées ont une puissance nominale supérieure de 50 à 100% à celle d'une machine monophasée de même masse, donc de même coût. De plus, en régime équilibré, ces machines ont un fonctionnement plus régulier (pas de puissance fluctuante donc couple mécanique de moment constant) et un meilleur rendement. La production de l'énergie électrique sera donc assurée par des machines triphasées (génératrices synchrones ou asynchrones) et l'utilisation, aux puissances moyennes ou fortes, se fera aussi en triphasé.

b. Transport

On montre facilement qu'à puissance, tension et résistance par conducteur (ou section totale) constantes une ligne triphasée consomme moins d'énergie qu'une ligne monophasée (pendant le même intervalle de temps). Soit la ligne de la fig. I.B.1.a, composée de deux conducteurs de résistance R parcourus par un courant d'intensité I ; cette ligne transmet une puissance :

$$P = VIf_p = VI\cos\phi$$

et dissipe, par effet Joule, une puissance :

$$P_J = 2RI^2 .$$

Considérons maintenant la ligne triphasée du cas de la figure (b), de tensions étoilées $V_1 = V_2 = V_3 = V$ (valeur efficace de la tension monophasée précédente) ; elle comprend trois conducteurs de résistance R parcourus par des courants d'intensité I' (régime équilibré) ; pour

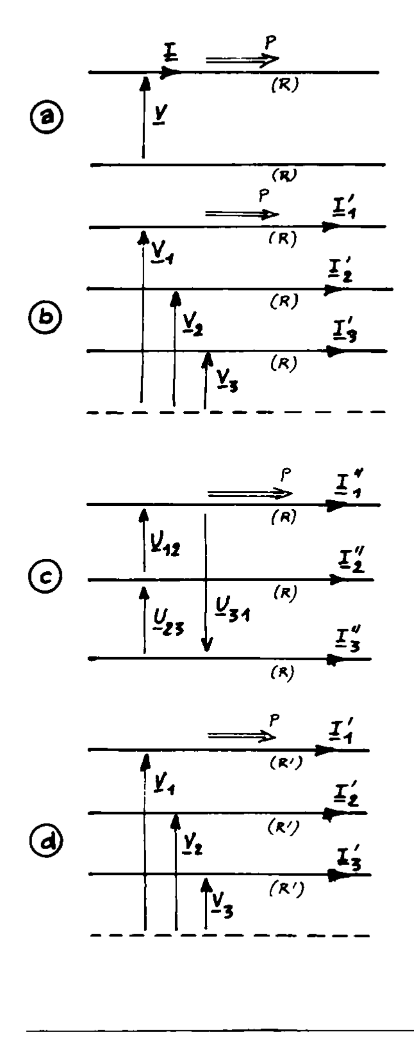


Fig.I.B.1

développer la même puissance (au même facteur de puissance) il faut que :

$$3VI'\cos\phi = P = VI\cos\phi\ ,\ \text{soit}\ I' = \frac{I}{3}\ ;$$

les pertes de la ligne valent donc :

$$P'_J = 3R(\frac{I}{3})^2 = \frac{1}{3}\ RI^2 = \frac{1}{6}\ P_J\ .$$

La nouvelle ligne consomme six fois moins que la précédente, mais on a augmenté de 50% la masse de matériau conducteur (cuivre ou aluminium).

Si on veut transporter la même puissance, au même facteur de puissance, au moyen d'une ligne à trois fils (de résistance R) alimentée par un système de tensions composées $U_{12} = U_{23} = U_{31} = V$, l'intensité I" des courants en ligne devra satisfaire à :

$$\sqrt{3}\ UI''\cos\phi = \sqrt{3}\ VI''\cos\phi = P = VI\cos\phi\ .$$

D'où : $$I'' = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

et les pertes de la ligne, cas de figure (c), s'élèvent à :

$$P''_J = 3R(\frac{I}{\sqrt{3}})^2 = RI^2 = \frac{1}{2}\ P_J\ .$$

Cette nouvelle ligne consomme deux fois moins d'énergie que le dispositif primitif. On a encore augmenté de 50% la masse de matériau conducteur utilisé. Si on désire utiliser la même masse totale de conducteur il faut, à longueur égale, utiliser trois conducteurs ayant chacun une section égale aux $\frac{2}{3}$ de celle des deux conducteurs de la ligne initiale ; leur résistance R' vaut alors :

$$R' = \frac{3}{2}\ R$$

et si la nouvelle ligne, cas (d), est utilisée dans les mêmes conditions qu'au cas (b) ($V_1 = V_2 = V_3 = V$, $I' = \frac{I}{3}$) elle consomme :

$$P'''_J = 3R'(I')^2 = \frac{9}{2}\ R\ (\frac{I}{3})^2 = \frac{1}{2}\ RI^2 = \frac{1}{4}\ P_J\ .$$

Dans tous les cas envisagés une ligne triphasée consomme moins d'énergie qu'une ligne monophasée, toutes choses égales par ailleurs.

I.B.2(PRODUCTION ET TRANSPORT DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

a. Sources d'énergie

Considérons rapidement les différents types de centrales électriques rencontrés ; il importe d'étudier le coût de l'énergie produite, la quantité d'énergie disponible et la durée de mise en route.

∇ énergie d'origine hydraulique ; en général, elle ne coûte rien mais elle est en quantité limitée pour ce qui provient des retenues d'eau en montagne ; la mise en service d'une centrale est très rapide. D'où deux types principaux d'utilisation :

- centrales au fil de l'eau(fleuves) ou marémotrice : énergie inépuisable, donc service permanent ;
- centrales de montagne : service limité aux heures de pointe de consommation ; on pourra même, dans certains cas, returbiner l'eau à l'envers, aux heures creuses, pour reconstituer la réserve d'énergie.

∇ centrales thermiques(combustibles classiques ou nucléaire) : l'énergie est d'un coût élevé mais n'est pas limitée en quantité par les conditions d'installation ou de climat ; la mise en service est assez longue : plusieurs heures pour une centrale classique, une journée pour une centrale nucléaire.

b. Installation et production

L'E.D.F., qui détient le monopole(en France) de la distribution de l'énergie électrique et fournit la plus grande part de cette énergie (le reste provenant de la S.N.C.F., des Houillères et de quelques producteurs privés), prévoit 24 heures à l'avance le plan journalier de production ; comme l'énergie électrique ne peut être stockée, il faut que la puissance appelée par les consommateurs soit à chaque instant égale à celle développée sur le réseau par les centrales en service(aux pertes des lignes près). La prévision du plan journalier de production doit donc être très précise ; elle tiendra compte du jour de la semaine concerné(jour normal de travail, etc.), de la saison, des heures de lever et coucher du soleil, des prévisions météorologiques, des consommations des journées précédentes, etc. Ce plan définira le service des centrales : en plus des groupes en service permanent, il faudra prévoir, à chaque heure de la journée, un certain nombre de machines en service ; on réservera les centrales de montagne pour les pointes de consommation .

Tout déséquilibre entre la puissance que désireraient les utilisa-

teurs(fonction du nombre d'appareils et de machines en service) et la puissance réellement disponible sur le réseau, et donc véritablement consommée par ces utilisateurs (théorème de Boucherot), se traduit par des fluctuations de la tension et de la fréquence du réseau ; c'est en maintenant constantes les tensions et fréquences du réseau que l'E.D.F. ajuste la puissance produite à celle demandée.

Ces considérations montrent les deux aspects du problème posé par la production de l'énergie électrique :

- il faut pouvoir produire la quantité d'énergie demandée par les consommateurs ;
- il faut être en mesure de fournir la puissance maximale appelée au moment de la plus forte pointe de consommation.

La première condition détermine les quantités de combustibles à prévoir(charbon, mazout, combustible nucléaire), compte tenu des réserves d'eau estimées. La seconde définit la puissance à "installer",c'est-à-dire le nombre de centrales dont doit disposer le réseau pour faire face aux pointes, compte tenu des indisponibilités(révisions,réserves d'eau épuisées, etc.). L'interconnexion des réseaux européens permet de rendre le second problème moins critique ; des échanges d'énergie entre les différents pays permettent de rendre plus régulières les conditions de marche des différentes centrales, dans la mesure où les pointes de consommation de ces pays ne sont pas simultanées. Il n'en reste pas moins que le réseau français doit disposer d'une puissance installée plus de deux fois supérieure à la puissance moyenne à developper.

Le tableau ci-après indique la consommation française au cours de l'année 1978 en térawattheures(1 TWh = 10^{12} Wh, 1 Wh = 3 600 J) et sa répartition suivant les différents modes de production, ainsi que la puissance installée suivant chaque type de centrale.

On remarque que la valeur de la puissance moyenne développée en 1978 est de :

$$P_{moy} = \frac{221 \times 10^{12}}{365 \times 24} = 25\ 228\ \text{MW} = 0{,}465\ P_{Max}$$

si on note P_{Max} la valeur maximale de la puissance disponible en France, c'est-à-dire la valeur de la puissance installée, en 1978.

Type de centrale	Puissance installée (en 1978) en MW	Production (en 1978) en TWh
Classique (charbon, mazout) :		
E.D.F.	22 000	120
hors E.D.F.	7 200	
Nucléaire	6 400	29
Hydraulique		
Fil de l'eau	7 880	68
Eclusée	3 650	
Réservoirs	5 970	
Pompage	1 100	
Importation (étranger)		4
Total	54 200 MW	221 TWh

c. Transport de l'énergie électrique

On a vu que les pertes par effet Joule d'une ligne triphasée correspondent à une puissance :

$$P_J = 3RI^2 = 3R\left(\frac{P}{\sqrt{3}\,U\cos\phi}\right)^2 = \frac{R.P^2}{U^2.(\cos\phi)^2} \qquad (I.B.1)$$

En fait, il existe d'autres sources de pertes en ligne, en particulier l'effet de couronne qui correspond à une ionisation de l'air environnant les câbles : la ligne doit fournir l'énergie cinétique communiquée à ces ions par le champ électrique dont elle s'entoure, elle entretient une onde électromagnétique de Très Haute Fréquence et une onde sonore (bruit d'abeilles) due aux chocs ions-molécules. Ces pertes croissent avec la d.d.p. entre fils de ligne mais sont très inférieurs à celles dues à l'effet Joule à l'intérieur des conducteurs.

La formule *(I.B.1.)* montre que ces dernières :

- augmentent comme la résistance des fils et le carré de la puissance à transmettre ;
- sont d'autant plus importantes que le facteur de puissance est plus faible ; l'E.D.F. pénalisera les utilisateurs présentant un facteur de puissance inférieur à 0,857 ;
- sont d'autant plus faibles que la tension U entre fils de ligne est plus élevée ; d'où la course vers les tensions élevées pour le transport des très grandes puissances ; la seule limite semble être imposée par les problèmes liés à l'isolation des conducteurs, les hautes tensions ne semblant pas, dans l'état actuel des recherches, avoir d'effet sur l'homme.

Le transport et la distribution de l'énergie électrique s'effectuent actuellement aux tensions suivantes :

- *Hautes Tensions* pour le transport ;

  Δ 400 kV pour les très grandes puissances issues des centrales modernes ou pour les grandes distances (puissance optimale d'une ligne 400 kW : 600 MW) ; on comptait 8 200 km de lignes 400 kV en 1978 en France ;

  Δ 225 kV pour le réseau maillé national ; le territoire est couvert par ce réseau sur lequel sont connectées toutes les centrales de production et toutes les lignes de distribution (23 700 km de lignes 225 kV en 1978 ; puissance optimale : 150 MW) ;

  Δ 750 kV pour les très grandes puissances (à l'étude ; puissance optimale : 2 400 MW) ;

  Δ 90 kV et 63 kV (mais on trouve aussi 150 kV et 45 kV ; au total 42 000 km) pour le transport régional depuis les mailles du réseau jusqu'aux villes ou aux régions à desservir;

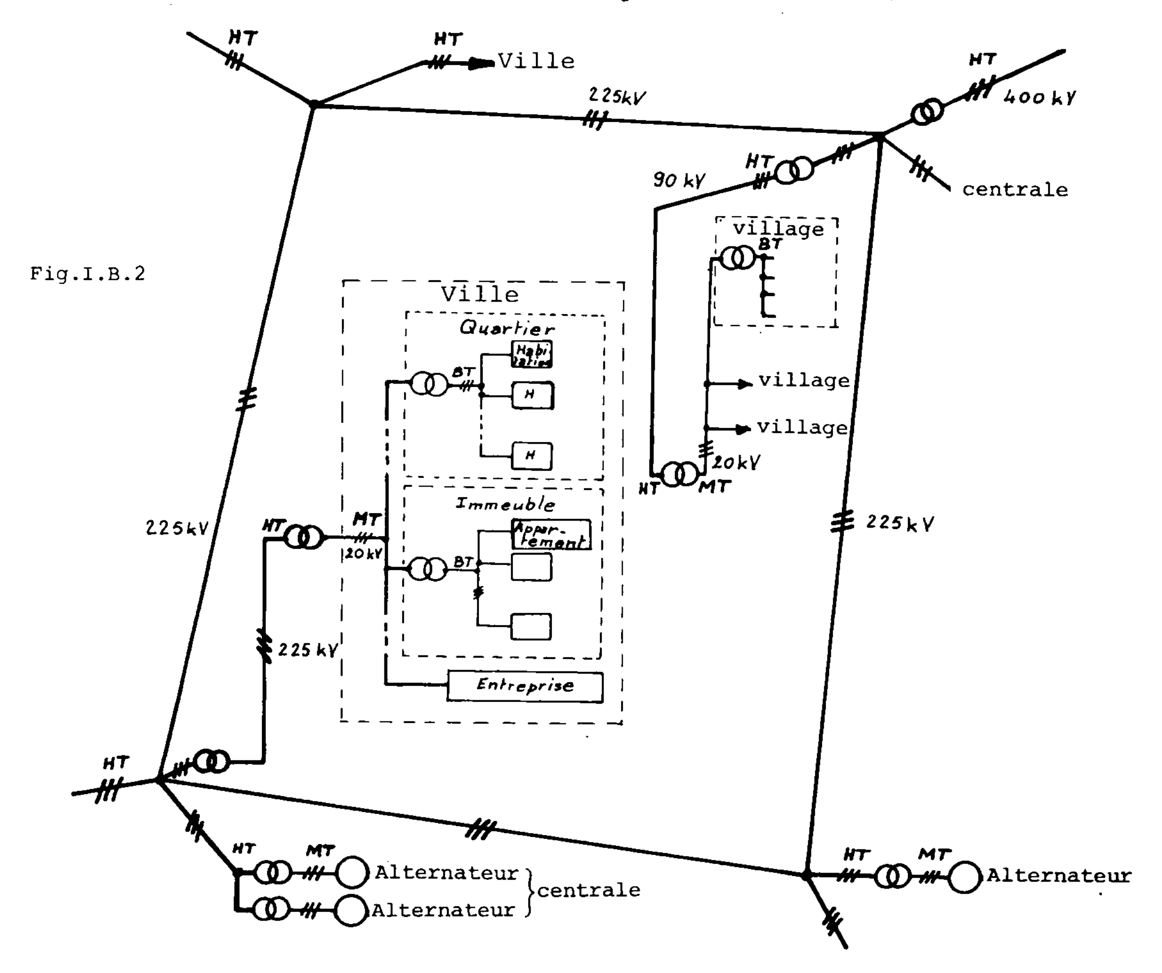


Fig.I.B.2

- *Moyennes Tensions*,20 kV (mais on trouve aussi 5,5, 10, 15 et 35kV, au total 440 000 km en France, en 1978), pour la distribution depuis les postes de transformation situés à la périphérie des agglomérations vers ceux des quartiers, des immeubles, des entreprises ou des villages ;
- *Basses Tensions*, 220/380 V (on trouve d'autres tensions, surtout du 127/220 V ; 583 000 km de lignes B.T. en 1978), pour la distribution domestique. La fig. I.B.2. donne une idée schématisée très simplifiée du transport et de la distribution de l'énergie électrique en France : un réseau maillé (chaque maille peut avoir plusieurs centaines de kilomètres de périmètre ; une seule est représentée sur la figure) de lignes 225 kV recouvre le territoire ; aux noeuds de ce réseau parviennent les lignes 225 ou 400 kV (bientôt 750 kV) amenant l'énergie depuis les centrales électriques proches ou éloignées (suivant les besoins et les ressources de la région) ; des mêmes noeuds partent les lignes de distribution desservant la région considérée. En plus des postes principaux de transformation, représentés sur la figure, un tel dispositif comporte un nombre important de postes intermédiaires ou des autotransformateurs réglables servent à maintenir les tensions choisies en compensant les chutes de tension en charge (fonctions de la puissance transmise et du sens de transfert de l'énergie) ; des dispositifs de protection servent à isoler les portions de lignes ou de conducteurs en défaut.

Un tel réseau unique, maillé, a été obtenu par l'uniformisation des tensions et l'interconnexion des différents réseaux de distribution primitivement en service.

I.B.3. L'INTERCONNEXION

Le réseau français a été obtenu par interconnexion de lignes initialement indépendantes ; il est lui-même connecté aux autres réseaux européens ; quels sont les avantages et les inconvénients d'un tel choix ?

a. Avantages de l'interconnexion

Des réseaux indépendants nécessitent chacun une puissance installée égale à la puissance de la pointe maximale de consommation ; les pointes n'étant pas simultanées, un réseau interconnecté se contentera d'une puissance installée totale moindre.

Le réseau unique permet de disposer les centrales au voisinage des sources d'énergie (montagne, mines de charbon) ou en des lieux jugés propices(sécurité, proximité d'un fleuve utilisé pour le refroidissement) quitte à transporter l'énergie électrique sur de grandes distances, plutôt que de les disposer impérativement au voisinage des centres de consommation(d'où nécessité du transport de la source primaire d'énergie, onéreux et pas toujours réalisable,exemples : énergies hydroélectrique et marémotrice).

Enfin, l'interconnexion du réseau atténue les variations de fréquence et de tensions consécutives aux fluctuations de la consommation ou à l'évolution du service des centrales. En effet, le théorème de Boucherot impose qu'on ne puisse fonctionner aux tensions et fréquence nominales que si la puissance appelée par les consommateurs dans ces conditions est rigoureusement égale à celle fournie par les centrales (aux pertes en ligne près) ; toute fluctuation, imprévisible, de la consommation ou toute variation, conforme au plan de charge, de la production devrait se traduire par une dérive des tensions et fréquence du réseau ; mais les dimensions du réseau et la puissance qui y est développée font que ces fluctuations (et surtout celles, aléatoires pour une courte durée,de la consommation) ne peuvent avoir une valeur relative importante et donc un effet sensible. Il faudra un gros écart entre puissance désirée et puissance fournie pour que les conséquences en soient visibles. Le réseau interconnecté se comporte donc comme s'il avait la possibilité de stocker et de restituer de l'énergie, ce qui est rigoureusement faux(cf. théorème de Boucherot).

Le réseau maillé présente de plus l'avantage de permettre à n'importe quel récepteur d'être alimenté normalement même si la portion de maille qui le relie à la centrale la plus proche est mise hors service.

b. Contraintes de l'interconnexion

L'inconvénient de cette structure provient de la nécessité d'une même fréquence pour toutes les centrales connectées et des relations très rigides qui lient les tensions de tous les points du réseau. Toute variation de ces grandeurs sera répercutée en tout point du dispositif. Tout incident susceptible de perturber une partie du réseau pourra déséquilibrer l'ensemble. Deux cas de figure permettent d'analyser les difficultés à surmonter :

- une région fortement consommatrice (et peu productrice) reçoit son énergie d'une région éloignée ; en cas de surcharge des lignes

les reliant, l'une d'elles peut être amenée à disjoncter, surchargeant les autres dont les protections fonctionnent à leur tour ; le réseau se trouve subdivisé en deux : une partie a une consommation excédentaire, l'autre une production trop importante ; dans les deux cas, la fréquence et les tensions sortent des limites acceptables (elles diminuent fortement dans les régions sur-consomatrices, augmentent dans les autres) et l'ensemble du dispositif s'écroule (scénario de la panne générale du 19 décembre 1978) ;

- un court-circuit provoque une chute importante de la tension aux bornes des alternateurs les plus proches (les autres débitent dans les lignes qui les séparent du court-circuit et qui peuvent avoir une impédance suffisante pour que la tension garde une valeur acceptable) ; la stabilité du fonctionnement de ces machines peut être compromise (Voir Stabilité du fonctionnement d'une génératrice synchrone couplée sur un réseau, Tome 1, § B.VI.5), leurs turbines s'emballent et elles sont déconnectées du réseau. D'où un déficit de production, par rapport à l'équilibre antérieur, et un risque, comme dans le cas précédent, de dislocation de l'ensemble des lignes.

Pour diminuer les conséquences des incidents décrits ci-dessus et réduire le nombre des pannes générales on voit qu'il est nécessaire d'éviter tout écart important entre puissance appelée (aux conditions nominales) et puissance fournie, écart qui peut être dû à l'évolution de la consommation, à la désynchronisation d'une ou plusieurs centrales où à la subdivision du réseau. Quelques mesures peuvent être citées, qui aident à résoudre ce problème :

- rééquilibrage énergétique du réseau : les lignes de transport et les centrales de production supportent un travail en surcharge pendant une durée suffisante à la mise en service de nouvelles centrales (ou au retour de la consommation à une valeur acceptable).
- réenclenchement rapide : les dispositifs de protection des lignes procèdent, après ouverture due à un défaut, à un réenclenchement rapide (quelques dixièmes de seconde au maximum si l'ouverture a été pratiquée sur les trois phases, quelques secondes si l'ouverture n'a concerné qu'un fil de ligne) destiné à conserver la synchronisation des deux parties du réseau reliées par la ligne ; en cas de défaut fugitif (coup de foudre, décharge électrostatique entre fil de ligne et terre), tout est rentré dans l'ordre ; si le défaut persiste, le deuxième déclenchement sera maintenu ;

- surexcitation des alternateurs en court-circuit : les alternateurs répondent à une chute de la tension à leurs bornes par une surexcitation de leur roue polaire destinée à maintenir la stabilités de leur fonctionnement et donc leur synchronisme (cf. tome 1, § B.VI.5) et à provoquer le fonctionnement des dispositifs de protection encadrant le défaut ;
- délestage : si la puissance développée sur le réseau par les centrales ne peut atteindre la valeur de celle demandée, l'E.D.F. peut procéder à des délestages ; les consommateurs sont groupés par tranches (dix au total) et ces tranches sont successivement déconnectées jusqu'à l'équilibre ; les entreprises ou les quartiers ainsi privés d'électricité sont à nouveau alimentés dès que la situation énergétique le permet ; dans la première tranche concernée on trouve de gros industriels qui ont accepté le risque de pannes (contre une tarification avantageuse de l'énergie), dans la dernière se trouvent les consommateurs prioritaires (hôpitaux) ;
- liaisons asynchrones : pour réduire les contraintes du réseau étendu de fréquence unique et de tensions liées, on peut imaginer plusieurs réseaux de fréquences et tensions indépendantes interconnectés au moyen d'ensembles pont redresseur commandé-ligne à courant continu (quelques mètres suffisent) - pont onduleur ; les fluctuations des caractéristiques de l'un des réseaux n'ont plus d'influence sur les autres, le sens et l'amplitude des transferts d'énergie ne dépendent que des commandes des redresseurs et la séparation de deux systèmes voisins est immédiate (blocage des redresseurs de l'un des ponts) ; peu utilisé jusqu'à présent, sauf pour des liaisons sous-marines (exemple : liaison France-Angleterre par 64 km de ligne 200 kV, 160 MW), ce procédé va bénéficier des gros progrès de l'électronique industrielle de puissance.

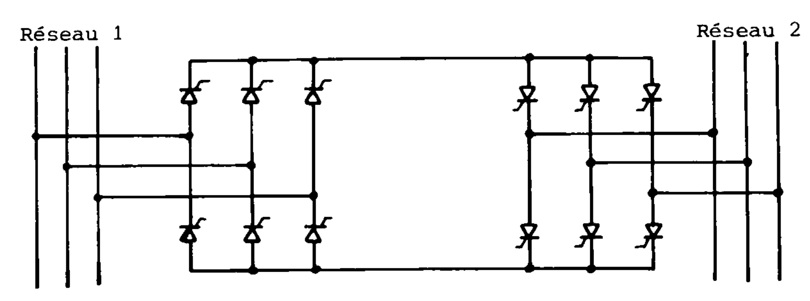


Fig.I.B.3

La fig. I.B.3 schématise la partie puissance d'un tel dispositif.

La remise en service du réseau interconnecté est assez complexe ; elle peut prendre deux formes principales :

- on met en service des portions séparées de l'ensemble initial, en réalisant dans chacune l'équilibre énergétique, puis on connecte ces différents systèmes les uns aux autres (voir conditions de couplage d'un alternateur sur un réseau) ;
- on procède par extension d'une portion à laquelle on connecte sus-cessivement les centrales et les lignes de distribution les plus proches ; il faut à chaque instant être au voisinage de l'équilibre nominal (fréquence et tensions nominales), ce qui conduit à jouer sur la possibilité de stockage du réseau : avant de connecter une ligne de distribution, il faut augmenter la puissance disponible, sans sortir des limites de tolérance pour f et V ; puis on branche la ligne prévue, la consommation augmente et f et V chutent; si elles tombent en-dessous des valeurs tolérables (c'est-à-dire si on avait sous-estimé la consommation supplémentaire due à cette ligne), l'ensemble du réseau ainsi reconstitué s'écroule à nouveau et il faut tout recommencer.

En conclusion, il peut sembler que le réseau maillé interconnecté ait été choisi en fonction du Premier principe de la logique Shadok ("Pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué?")et fonctionne conformément au Second principe de cette même logique ("Plus ça rate, plus on a de chances que ça marche."), mais il faut remarquer que son efficacité est nettement supérieure à celle de la fusée Shadok, même si on retrouve des problèmes analogues de combustible et de pompage.

Deuxième partie

CONVERTISSEURS MAGNÉTIQUES

II.A.

Bobines d'induction en alternatif

II.A.I BOBINES À CIRCUIT MAGNÉTIQUE NON SATURABLES

II.A.I.1 RAPPEL DES DÉFINITIONS

a. Conventions de signes

Durant toute l'étude consacrée aux convertisseurs électromagnétiques, on adoptera le système suivant de conventions pour les dispositifs monophasés ou pour chaque colonne d'un dispositif triphasé :

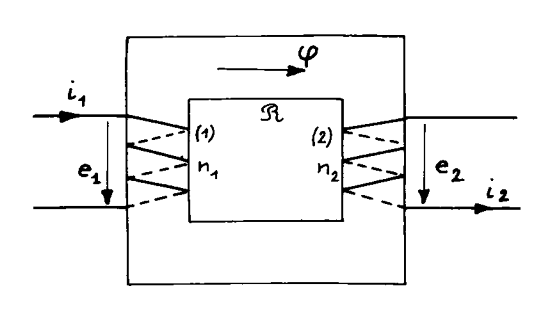


Fig. II.A.1.

- une f.e.m. interne positive induite dans une bobine tend à créer, seule, un courant d'intensité positive ;
- des courants positifs alimentant les bobines d'un même circuit magnétique (ou d'une colonne, en triphasé) tendent à créer, seuls, des flux positifs dans ce circuit.

La fig. II.A.1 montre un circuit portant deux enroulements et muni d'un système cohérent de conventions de signes satisfaisant aux règles fixées ; il suffit de choisir arbitrairement l'une des conventions (par exemple i_1 ou ϕ) pour que toutes les autres s'en déduisent de façon unique.

b. Inductance propre

La bobine (1) comportant n_1 spires parcourues par un courant d'intensité instantanée $i_1(t)$, est responsable de l'apparition d'une force magnéto-motrice :

$$\mathcal{E}_1 = n_1 . i_1$$

appliquée au circuit magnétique de réluctance $\mathcal{R}$ où circule le flux d'induction. S'il n'y a pas d'autre f.m.m. le flux ϕ engendré par $\mathcal{E}_1$ a pour expression, d'après la relation d'Hopkinson :

$$n_1 . i_1 = \mathcal{E}_1 = \mathcal{R} . \phi \ .$$

D'où le flux total embrassé par les n_1 spires de la bobine (1) :

$$\phi_{t1} = n_1 . \phi = \frac{1}{\mathcal{R}} . (n_1)^2 . i_1 \ .$$

On nomme *inductance propre* de la bobine (1), ou encore coefficient d'auto-induction, le rapport :

$$L_1 = \frac{\phi_{t1}}{i_1} = \frac{(n_1)^2}{\mathcal{R}} \ . \qquad \textit{(II.A.1)}$$

L'unité d'inductance est le henry (H) ; c'est l'inductance d'une bobine qui crée un flux total de un weber lorsqu'elle est parcourue par un courant de un ampère.

Si le circuit magnétique est non saturable, c'est-à-dire composé de portions homogènes dont les matériaux ont une perméabilité constante, la réluctance s'écrit (en sommant sur toutes les portions disposées en série et traversées par le flux ϕ) :

$$\mathcal{R} = \sum \frac{\ell}{\mu . s}$$

(où ℓ , μ et s sont les longueur, perméabilité et section droite de chaque portion de circuit). La réluctance $\mathcal{R}$ est donc constante et il en est de même de l'inductance propre L_1 . Dans le cas encore plus simple d'un circuit de longueur ℓ composé d'un seul matériau de perméabilité μ et de section efficace s, on a :

$$L_1 = \frac{(n_1)^2 . \mu . s}{\ell} \ . \qquad \textit{(II.A.2)}$$

c. Inductance mutuelle

La bobine (2) de la fig. II.A.1, formée de n_2 spires, est traversée par le flux d'induction ϕ crée par (1) (si l'enroulement (2) n'est pas alimenté) ; elle embrasse donc un flux total dû à (1) :

$$\phi_{t21} = n_2 . \phi = \frac{n_2 . n_1 . i_1}{\mathcal{R}}$$

On nomme *inductance mutuelle*, ou coefficient de mutuelle induction, de (1) et (2) le rapport :

$$M_{21} = \frac{\phi_{t21}}{i_1} = \frac{n_1 . n_2}{\mathcal{R}}$$

Remarque : Dans le cas simple envisagé jusqu'ici (les deux bobines sont traversées par le même flux) on a donc :

$$L_1 = \frac{(n_1)^2}{\mathcal{R}} \quad , \quad L_2 = \frac{(n_2)^2}{\mathcal{R}} \quad , \quad M_{12} = M_{21} = \frac{n_1 . n_2}{\mathcal{R}} = \sqrt{L_1 . L_2} \; .$$

d. Inductances de fuites

On dit qu'il y a des fuites lorsque le flux d'induction n'a pas même valeur à travers toutes les sections du circuit magnétique considéré (c'est-à-dire lorsque des lignes d'induction sortent de ce circuit). Des bobines disposées sur un même circuit ne sont plus alors nécessairement traversées par le même flux (cas de la fig. II.A.2).

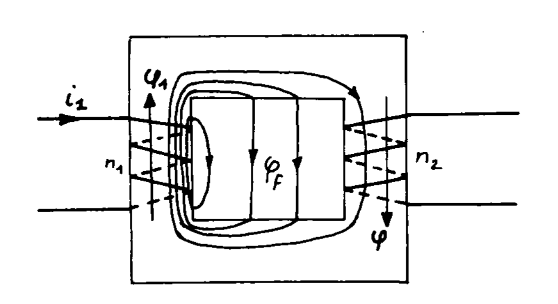


Fig. II.A.2

Il est impossible, a priori, de localiser avec précision les lignes d'induction du flux de fuite, même si on peut prévoir que la majeure partie du flux de fuite circule autour des brins ou des bobines parcourus par des courants (circuits de longueur réduite).

On pourra simplifier l'étude de ce phénomène en admettant que la totalité du flux de fuites ϕ_f emprunte un circuit de réluctance $\mathcal{R}_f$ magnétisé par la bobine (1) ; on dit que l'on a "ramené" toutes les fuites à l'enroulement (1) et le dispositif étudié est équivalent à celui de la fig. II.A.3.

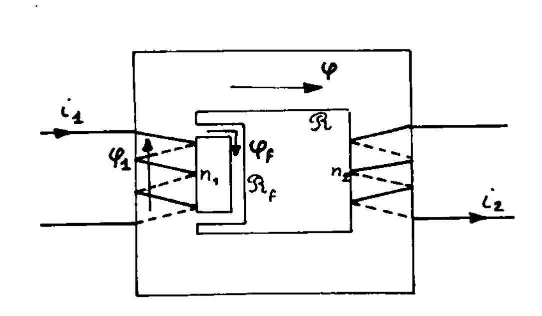


Fig. II.A.3

La bobine (1) voit un flux :

$$\phi_1 = \phi + \phi_f$$

et embrasse au total :

$$\phi_{t1} = n_1 . \phi_1 = n_1 . \phi + n_1 . \phi_f \; .$$

D'où son inductance propre :

$$L_1 = \frac{\phi_{t1}}{i_1} = \frac{n_1 . \phi}{i_1} + \frac{n_1 . \phi_f}{i_1} = L_{p1} + L_{f1}$$

où :

$$L_{p1} = \frac{n_1 . \phi}{i_1} = \frac{(n_1)^2}{\mathcal{R}}$$ est l'*inductance principale* de (1),

$$L_{f1} = \frac{n_1 . \phi_f}{i_1} = \frac{(n_1)^2}{\mathcal{R}_f}$$ est l'*inductance totale de fuites de Boucherot* ramenée à l'enroulement (1) .

La bobine (2), dépourvue de fuites par hypothèse, a pour inductance :

$$L_2 = \frac{n_2 . \phi}{i_2} = \frac{(n_2)^2}{\mathcal{R}} = L_{p2}$$

et l'inductance mutuelle des deux enroulements, calculée dans le cas où (1) est seul alimenté, s'exprime :

$$M = \frac{n_2 . \phi}{i_1} = \frac{n_2}{n_1} . L_{p1} = \frac{n_1 . n_2}{\mathcal{R}} = \sqrt{L_{p1} . L_{p2}} = \sqrt{(L_1 - L_{f1}) . L_2} \quad .$$

Remarque : On peut aussi symétriser le problème en attribuant à chaque enroulement une partie du flux de fuites, c'est-à-dire adopter un schéma équivalent du type de celui représenté sur la fig. II.A.4 . Deux circuits, de réluctances $\mathcal{R}_{f1}$ et $\mathcal{R}_{f2}$, provoquent des fuites ϕ_{f1} et ϕ_{f2} . La conservation du flux conduit aux relations :

$$\phi_1 = \phi + \phi_{f1}$$

$$\phi_2 = \phi + \phi_{f2} \ .$$

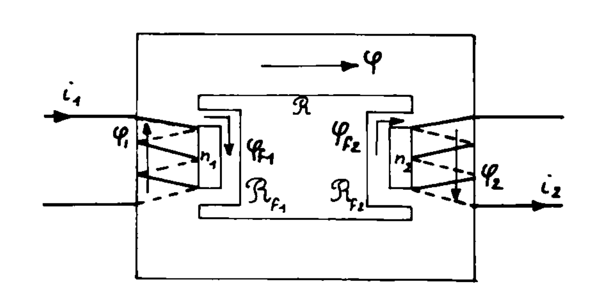


Fig. II.A.4

D'où les inductances propres :

$$L_1 = \frac{n_1 . \phi_1}{i_1} = \frac{n_1 . \phi}{i_1} + \frac{n_1 . \phi_{f1}}{i_1} = \frac{(n_1)^2}{\mathcal{R}} + \frac{(n_1)^2}{\mathcal{R}_{f1}} = L_{p1} + \ell_1$$

$$L_2 = \frac{n_2 . \phi_2}{i_2} = \frac{n_2 . \phi}{i_2} + \frac{n_2 . \phi_{f2}}{i_2} = \frac{(n_2)^2}{\mathcal{R}} + \frac{(n_2)^2}{\mathcal{R}_{f2}} = L_{p2} + \ell_2$$

L_{p1} et L_{p2} sont les inductances principales de (1) et (2), ℓ_1 et ℓ_2 sont les *inductances partielles de fuites* associées à ces enroulements. On peut aussi définir :

- l'inductance mutuelle (en la calculant dans le cas où (1) est seul alimenté) :

$$M = \frac{n_2 . \phi_2}{i_1} = \frac{n_2 . \phi}{i_1} = \frac{n_2}{n_1} . L_{p1} = \frac{n_1 . n_2}{\mathcal{R}} = \sqrt{L_{p1} . L_{p2}} = \sqrt{(L_1 - \ell_1) . (L_2 - \ell_2)}$$

- les *coefficients d'Hopkinson* des deux bobines :

$$\nu_1 = \frac{\phi_1}{\phi} = \frac{L_1}{L_{p1}} = \frac{L_{p1} + \ell_1}{L_{p1}} = \frac{L_1}{L_1 - \ell_1}$$

$$\nu_2 = \frac{\phi_2}{\phi} = \frac{L_2}{L_{p2}} = \frac{L_{p2} + \ell_2}{L_{p2}} = \frac{L_2}{L_2 - \ell_2} .$$

- le *coefficient de couplage :*

$$K = \frac{1}{\sqrt{\nu_1 . \nu_2}} = \frac{\sqrt{L_{p1} . L_{p2}}}{\sqrt{L_1 . L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 . L_2}}$$

- le *coefficient de dispersion* de Blondel :

$$\sigma = 1 - K^2 = \frac{\nu_1 . \nu_2 - 1}{\nu_1 . \nu_2}$$

(application : voir l'étude des court-circuits brusques des alternateurs, tome 1, § B.VII.3).

Nous disposerons donc de deux possibilités pour rendre compte des fuites de flux : chaque enroulement a même effet sur le circuit magnétique qu'une bobine sans perte d'inductance L_p (inductance principale de l'enroulement) ; les fuites sont représentées :

- soit par des bobines d'inductances ℓ_1 , ℓ_2 montées en série avec les précédentes ;
- soit par une seule bobine rassemblant la totalité des pertes au niveau d'un enroulement.

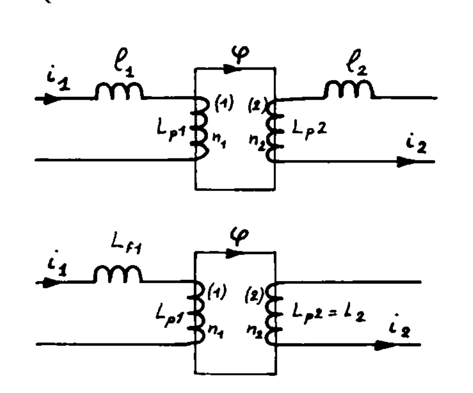


Fig. II.A.5

La fig. II.A.5 montre les schémas électriques équivalents obtenus. Ces deux représentations ne sont pas indépendantes. Compte tenu des conventions de signes choisies, on a :

$$\phi_f = \phi_{f1} - \phi_{f2} .$$

D'où :

$$L_{f1} = \frac{n_1 . \phi_f}{i_1} = \frac{n_1 . \phi_{f1}}{i_1} - \frac{n_1}{i_1} . \frac{i_2}{n_2} \ell_2 = \ell_1 - \left(\frac{n_1 . i_2}{n_2 . i_1}\right) . \ell_2 .$$

Dans le cas d'un transformateur, donc d'un circuit magnétique de très grande perméabilité, on verra que :

$$i_1 = - \frac{n_2}{n_1} . i_2 = - m . i_2 .$$

D'où :

$$L_{f1} = \ell_1 + \frac{\ell_2}{m^2} \quad (\text{où} \quad m = \frac{n_2}{n_1}) . \qquad (II.A.3)$$

II.A.I.2 FONCTIONNEMENT EN RÉGIME PERMANENT SINUSOÏDAL

a. Équations

Considérons la bobine représentée par les schémas de la fig. II.A.6 . Si on adopte la convention de signes des récepteurs, la loi des mailles impose :

$$v_1 = R_1 \cdot i_1 - e_1$$

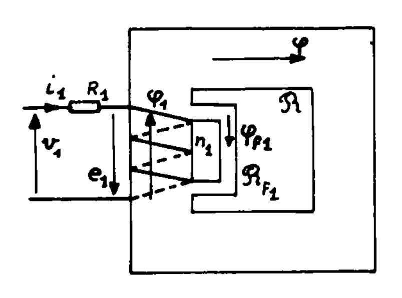
où la f.e.m. e_1 s'exprime, dans le système des conventions fixé plus haut :

$$e_1 = -n_1 \cdot \frac{d\,\phi_1}{dt} = -\frac{d(n_1 \cdot \phi_1)}{dt} = -\frac{d(L_1 \cdot i_1)}{dt} .$$

On a vu que l'inductance propre est constante dans le cas d'un circuit magnétique non saturable. Donc :

$$e_1 = -n_1 \cdot \frac{d\phi_1}{dt} = -L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (II.A.4)$$

$$v_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} . \quad (II.A.5)$$



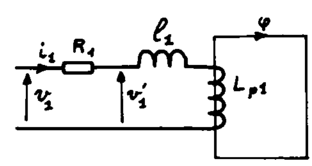


Fig. II.A.6

Si l'intensité $i_1(t)$ est une fonction sinusoïdale de pulsation ω , il en est bien sûr de même de $v_1(t)$. Inversement, on sait démontrer facilement que la résolution de l'équation différentielle *(II.A.5)* dans le cas où $v_1(t)$ est une fonction sinusoïdale de pulsation ω , conduit aussi à une grandeur $i_1(t)$ sinusoïdale et de même pulsation. En régime sinusoïdal permanent (on n'étudiera pas ici le régime transitoire associé, par exemple, à la mise sous tension), les grandeurs v_1, i_1 ,ϕ_1, e_1 et $R_1 . i_1$ sont donc susceptibles d'être représentées par des vecteurs de Fresnel de même pulsation. Cherchons les relations liant ces vecteurs. Les équations *(II.A.4)* et *(II.A.5)* se conservent lorsqu'on remplace e_1,ϕ_1, i_1 et v_1 par leurs valeurs complexes $\underline{e}_1$, $\underline{\phi}_1$, $\underline{i}_1$ et $\underline{v}_1$, dont on a vu qu'elles sont liées aux représentations vectorielles par :

$$\underline{e}_1 = \underline{E}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t} \;,\; \underline{\phi}_1 = \underline{\Phi}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t} \;,\; \underline{i}_1 = \underline{I}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t},\; \underline{v}_1 = \underline{V}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t} .$$

D'où les nouvelles écritures des équations précédentes :

$$\underline{E}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t} = -n_1 \cdot \frac{d}{dt}(\Phi_1\sqrt{2}.e^{j\omega t}) = -L_1 \cdot \frac{d}{dt}(\underline{I}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t})$$

$$\underline{V}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t} = R_1 . \underline{I}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t} + L_1 .\frac{d}{dt}(\underline{I}_1\sqrt{2}.e^{j\omega t})$$

En remarquant que les grandeurs de Fresnel sont indépendantes du temps, par construction du plan de Fresnel, et en simplifiant par $\sqrt{2}.e^{j\omega t}$, on trouve donc :

$$\underline{E}_1 = -j\omega n_1 . \underline{\Phi}_1 = -j\omega L_1 . \underline{I}_1 \qquad (II.A.6)$$

$$\underline{V}_1 = R_1 . \underline{I}_1 + jL_1\omega . \underline{I}_1 \qquad (II.A.7)$$

Remarque : La comparaison des équations entre grandeurs électriques instantanées, *(II.A.4)* et *(II.A.5)*, et entre grandeurs vectorielles, *(II.A.6)* et *(II.A.7)*, montre qu'une dérivation se traduit par une multiplication par $j\omega$ de la grandeur vectorielle associée ; inversement, une intégration est associée à une division par $j\omega$. Ces règles seront très utiles désormais pour établir les relations vectorielles.

En définitive, on est donc amené à résoudre le système suivant :

$$\underline{\Phi}_1 = L_1 (\frac{1}{n_1}) . \underline{I}_1$$

$$\underline{E}_1 = -jL_1\omega . \underline{I}_1$$

$$\underline{V} = R_1 . I_1 + jL_1\omega . \underline{I}_1 = (R_1 + jL_1\omega) . \underline{I}_1 = \underline{Z}_1 . \underline{I}_1$$

si on note $\underline{Z}_1$ l'impédance complexe de la bobine à la pulsation ω.
Une étude plus fine des flux aurait conduit, pour des raisons analogues, à :

$$\underline{\Phi} = \frac{L_{p1}}{n_1} . \underline{I}_1 \ , \ \underline{\Phi}_{f1} = \frac{\ell_1}{n_1} . \underline{I}_1 \ , \ \underline{\Phi}_1 = \frac{L_1}{n_1} . \underline{I}_1$$

b. Représentations dans les plans de Fresnel

On voit tout de suite sur les équations précédentes que :

- les trois flux sont représentés par des vecteurs de même phase;
- le vecteur $\underline{I}_1$ est lui aussi en phase avec ϕ et ϕ_{f1} ;
- le vecteur $\underline{E}$ est en quadrature arrière sur $\underline{I}_1$ et $\underline{\phi}$;

$\underline{V}'_1 = -\underline{E}_1 = jL_1\omega . \underline{I}_1$ est donc en quadrature avance sur $\underline{I}_1$;

- le vecteur $\underline{V}_1$ est en avance de ϕ (argument de $\underline{Z}_1 = R_1 + jL_1\omega$) sur $\underline{I}_1$.

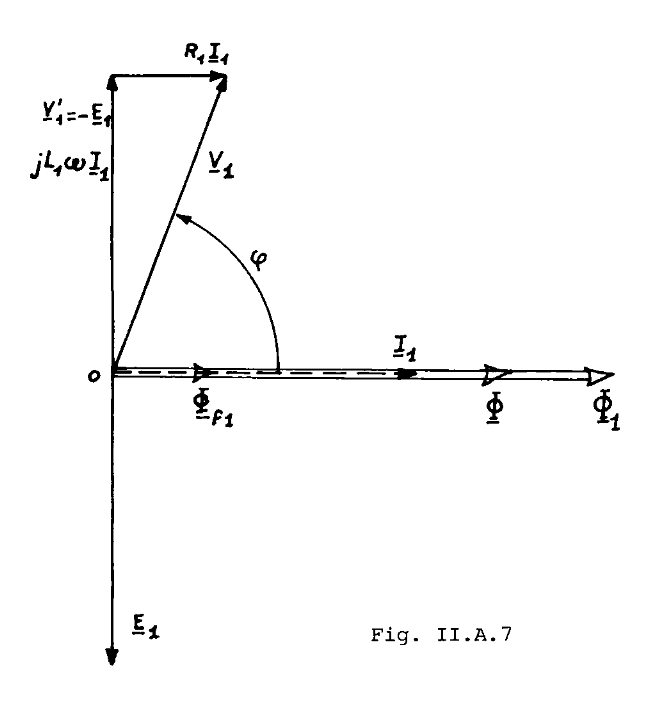


Fig. II.A.7

D'où les allures de ces grandeurs dans leurs plans de Fresnel respectifs (fig. II.A.7). Bien entendu, on peut aussi calculer les valeurs efficaces des grandeurs électriques ou magnétiques :

$$\phi = \frac{L_{p1}}{n_1}.I_1 \quad ,$$

$$E_1 = L_1\omega.I_1 \, ,$$

$$V_1 = Z_1.I_1$$
$$= \sqrt{(R_1)^2+(L_1\omega)^2}.I_1 \; .$$

On remarque que:

$$E_1 = n_1\omega.\Phi_1 = n_1.2\pi f.\frac{\Phi_{1m}}{\sqrt{2}} = \pi\sqrt{2}n_1.f.\Phi_{1m} = 4,44\, n_1.f.\Phi_{1m} \qquad (II.A.8)$$

où $f = \frac{\omega}{2\pi}$ est la fréquence des phénomènes et $\Phi_{1m} = \Phi_1\sqrt{2}$ est la valeur maximale du flux d'induction circulant dans la bobine. Cette expression, dite *formule de Boucherot*, est d'une grande importance ; elle montre en particulier que si le flux d'induction d'une bobine est dû au courant qui l'alimente (cf. le théorème d'Ampère ou la relation d'Hopkinson, expressions équivalentes d'une même propriété), la valeur de ce flux est liée à la f.e.m. qui apparaît aux bornes de cette bobine.

APPLICATION

Alimentée sous tension sinusoïdale de valeur efficace constante, une bobine de chute résistive de tension négligeable (c'est-à-dire telle que $E_1 \neq V_1 = Cte$) sera le siège d'un flux d'induction d'amplitude sinusoïdale et de valeur maximale constante :

$$\Phi_{1m} = \frac{V_1}{4,44.n_1.f} \qquad (II.A.9)$$

On dit alors que la bobine travaille à *flux forcé* : Φ_{1m} ne dépend que de V_1. On a déjà vu que les machines à induction, ou machines asynchrones (cf. tome 1), fonctionnent dans de telles conditions ; ce sera aussi le cas des transformateurs alimentés à tension constante.

Dans le cas où le circuit magnétique, de section utile s au niveau de la bobine, peut être considéré comme le siège d'un champ d'in-

duction instantané uniforme et normal à la section droite (ce qui est le cas pour un transformateur mais ne l'est pas pour une machine asynchrone), on pourra en déduire la relation liant V_1 à la valeur maximale de l'induction : $V_1 = \pi\sqrt{2}.n_1.f.\Phi_{1m} = 4{,}44.n_1.f.s.B_m$ *(II.A.10)*

II.A.II BOBINES À NOYAU DE FER

II.A.II.1 ÉQUATIONS DU FONCTIONNEMENT

La loi des mailles et la loi de Lenz continuent à imposer les relations suivantes (dans le système de conventions de signes défini au chapitre II.A.I) :

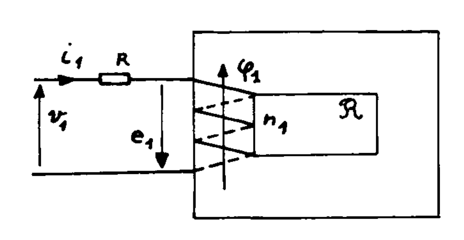


Fig. II.A.8

$$v_1 = R_1.i_1 - e_1$$

$$e_1 = -n_1.\frac{d\phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}(L_1.i_1) = -(n_1)^2.\frac{d}{dt}\left(\frac{i_1}{\mathcal{R}}\right)$$

Mais la réluctance d'un circuit ferromagnétique n'est pas indépendante du temps, puisque la perméabilité $\mu = B/H$ dépend de l'état magnétique du matériau, donc de l'instant considéré (en régime variable.) L'inductance propre de la bobine n'est plus constante et la f.e.m. induite ne s'exprime plus simplement à partir de la dérivée de l'intensité du courant inducteur.

La résolution du système d'équations ci-dessus exigera donc la connaissance, à chaque instant, de l'état magnétique du circuit. Si les matériaux ferromagnétiques du circuit fonctionnent toujours dans la région linéaire (où $\mu = B/H = Cte$), on est ramené aux résultats du chapitre précédent.

II.A.II.2 ALLURES DU FLUX D'INDUCTION ET DE L'INTENSITÉ DU COURANT

a. Etude expérimentale

On peut aisément visualiser à l'oscilloscope les courbes $i_1(t)$ et $\phi(t)$, ainsi bien sûr que $v_1(t)$, grâce au montage de la fig. II.A.9. Une résistance r provoquant une chute de tension négligeable devant v_1 permet d'observer, sur la

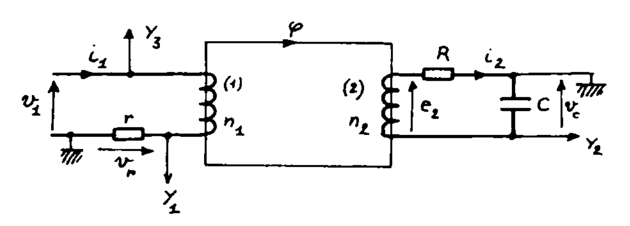


Fig. II.A.9

voie Y_1, une d.d.p. : $v_r = r.i_1 = \frac{r}{n_1}.\mathscr{E}_1 = \frac{r.\ell}{n_1}.h_1$

où h_1 est la valeur instantanée du champ magnétique (valeur supposée constante, à un instant donné, le long d'une ligne d'induction fermée de longueur ℓ). La voie Y_1 indique donc l'allure de $i_1(t)$ ou de $h_1(t)$; la connaissance de r, n_1 et ℓ permet d'étalonner l'écran en A en ou en A/m.

Un second enroulement, placé sur le même circuit magnétique, est le siège d'une f.e.m. induite :

$$e_2 = -n_2 . \frac{d\phi}{dt} \quad \text{(dans les conventions adoptées ici).}$$

Pour ne pas nuire à l'observation du courant magnétisant i_1, il convient que l'intensité i_2 soit telle que la f.m.m. $n_2.i_2$ soit négligeable devant $n_1.i_1$.

On choisira en conséquence l'impédance de l'intégrateur R-C. La valeur de R sera très supérieure à celle de l'impédance de la bobine (2), à la fréquence de travail, et à celle de l'impédance du condensateur C. D'où l'intensité du courant dans cette maille :

$$i_2 = \frac{e_2}{R} = -\frac{n_2}{R} . \frac{d\phi}{dt}$$

et la d.d.p. aux bornes du condensateur :

$$v_C = \frac{q_C}{C} = \frac{\int i_2 dt}{C} = -\frac{n_2}{RC} . \int \frac{d\phi}{dt} = -\frac{n_2}{RC} . \phi \quad .$$

La voie Y_2 de l'oscilloscope visualise donc :

$$v_{Y2} = -v_C = \frac{n_2}{R.C} . \phi = \frac{n_2 . s}{R.C} . b$$

où s est la section utile du circuit et b la valeur instantanée de l'induction magnétique. On peut donc représenter $\phi(t)$ et $b(t)$ en étalonnant les déviations verticales en Wb ou en T(Wb/m^2), à partir des valeurs de R,C,s et n_2.

Une voie Y_3 servirait à observer $V_1(t)$.

Remarque 1 : Si on utilise l'oscilloscope en Lissajous, v_r produisant les déviations horizontales et $-v_C$ les déviations verticales, l'écran montreta le cycle d'hystérésis dynamique $b = f(h_1)$, ou $\phi = f(i_1)$.

Remarque 2 : Le montage de la fig. II.A.9 ne permet pas de visualiser le flux d'induction ϕ_1 créé par la bobine (1) ; on ne peut reproduire que celui, ϕ, qui traverse (2). On a donc intérêt à avoir des fuites de flux négligeables ou un bobinage (2) disposé de telle sorte qu'il soit aussi traversé par le flux de fuites de (1).

b. Détermination théorique

On peut prévoir l'évolution des tension et courant dans une bobine en fonction des conditions d'alimentation. On se limitera au cas d'une tension d'alimentation $v_1(t)$ purement sinusoïdale, fonctionnement le plus souvent rencontré, mais les méthodes décrites sont applicables à la plupart des tensions périodiques.

∇ *CAS D'UNE BOBINE MONTÉE DANS UNE MAILLE, ALIMENTÉE SOUS TENSION SINUSOÏDALE, DE RÉSISTANCE TOTALE TRÈS SUPÉRIEURE À LA RÉACTANCE MAXIMALE À LA FRÉQUENCE DE TRAVAIL.*

Si on note R la résistance totale de la maille, l'intensité du courant qui circule dans les spires de la bobine a pour expression :

$$i_1 = \frac{v_1}{R} = \frac{V_1\sqrt{2}}{R} \sin \omega t = I_{1m} \sin \omega t \quad .$$

Connaissant le cycle d'hystérésis $\phi = f(i_1)$ du circuit magnétique portant n_1 spires conductrices parcourues par un courant évoluant entre $-I_{1m}$ et $+I_{1m}$, il est possible d'établir la courbe représentant ϕ (t). La fig. II.A.10 détaille la construction de deux points de cette courbe (aux instants t_1 et t_2).

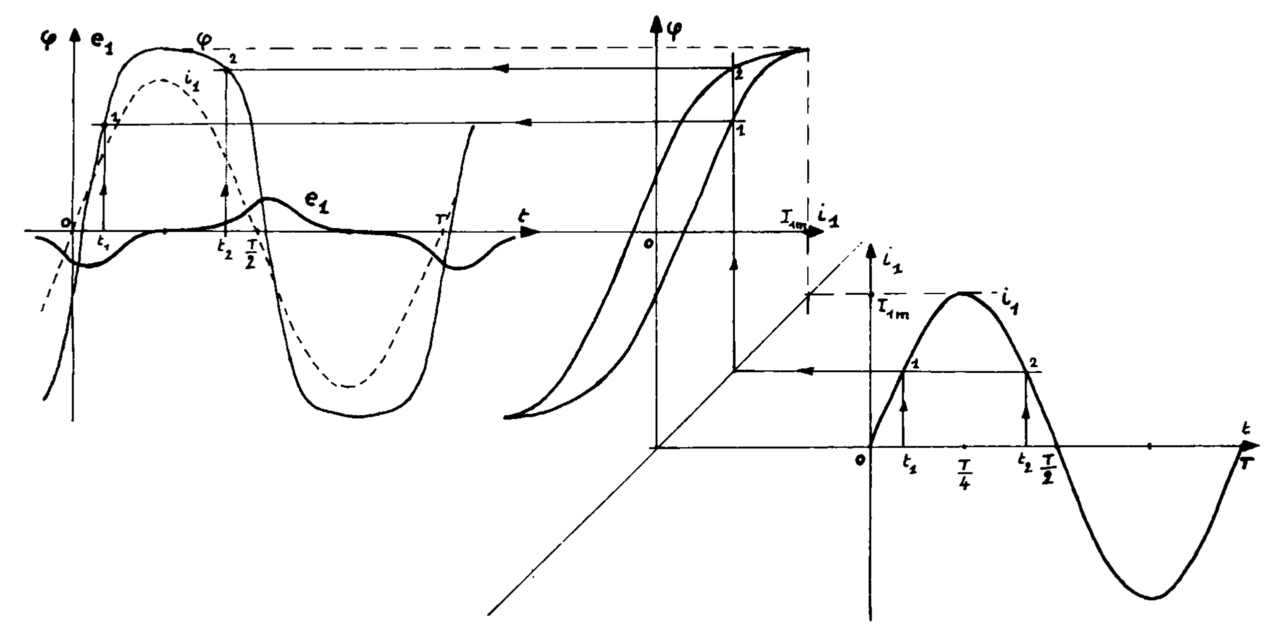


Fig. II.A.10

On en déduit l'évolution de la f.e.m. induite dans la bobine :

$$e_1 = - n_1 \frac{d\phi}{dt} \quad .$$

On remarque que le passage de e_1 par sa valeur maximale se produit avec environ un quart de période de retard sur celui de i_1, ou de v_1. La f.e.m. $e_1(t)$ n'est plus, en général, une fonction sinusoïdale ; c'est une fonction périodique (de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$) donc susceptible d'une décomposition (série de Fourier) en série de termes sinusoïdaux de pulsation ω, 3ω, 5ω, etc.

∇ *CAS D'UNE BOBINE DONT LA F.E.M. INDUITE EST DU MÊME ORDRE DE GRANDEUR QUE LA CHUTE DE TENSION RÉSISTIVE DANS LA MAILLE.*

La relation :

$$v_1 = R.i_1 - e_1$$

ne peut plus être simplifiée mais on peut l'écrire :

$$v_1 - R.i_1 = -e_1 = n_1\frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}(n_1\phi) .$$

On en déduit que la variation $\Delta(n_1\phi)$ du flux total embrassé par la bobine pendant la durée Δt satisfait à :

$$\frac{v_1 - R.i_1}{\Delta(n_1\phi)} = \frac{1}{\Delta t} .$$

Cette propriété va être utilisée pour construire $R.i_1(t)$, d'où on tirera $i_1(t)$. Cette détermination s'effectue à partir de la courbe $v_1(t)$ et du cycle d'hystérésis du circuit magnétique (ou de sa courbe de magnétisation $b = f(h_1)$ ou $\phi = f(i_1)$ puisque les valeurs extrêmes de i_1 et de ϕ sont inconnues, a priori) ; ce dernier sera construit sous la forme $R.i_1 = f(n_1.\phi)$. La fig. II.A.11 indique la construction proposée.

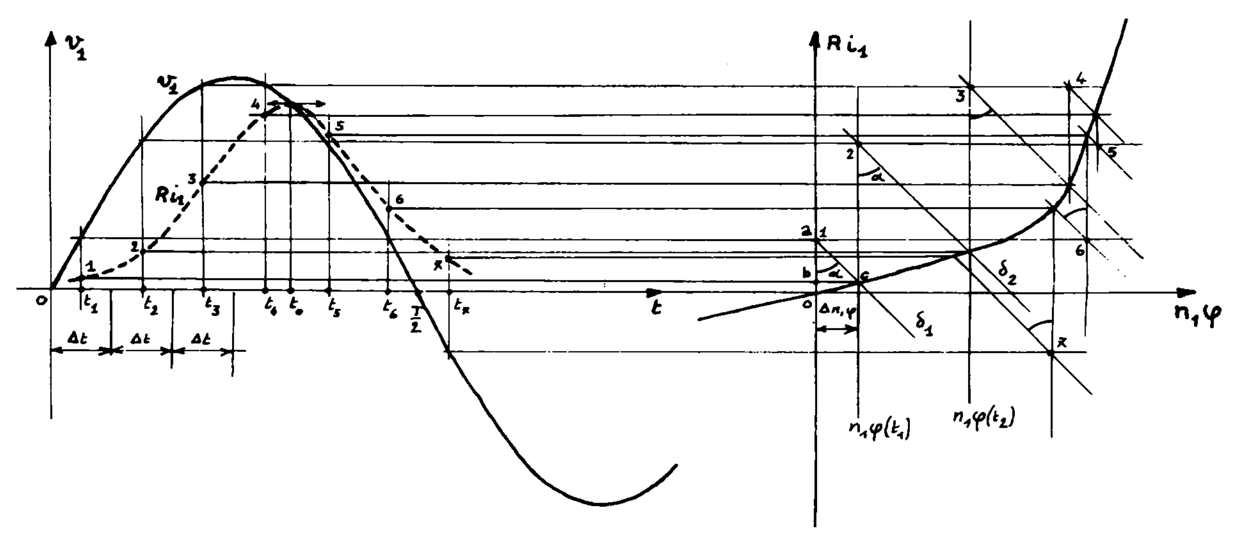


Fig. II.A.11

On considère des intervalles de temps successifs égaux, d'amplitude Δt, centrés en t_1, t_2, t_3, t_4, etc. Les valeurs de $v_1 - R.i_1$ et de $\Delta(n_1.\phi)$ correspondant à ces mêmes intervalles satisfont à :

$$\frac{v_1 - R.i_1}{\Delta(n_1\phi)} = \frac{1}{\Delta t} = Cte \ . \qquad (II.A.11)$$

La valeur de cette constante est calculable, à partir de l'intervalle Δt choisi, et elle définit l'angle α que font avec l'axe des tensions $(R.i_1)$ du plan de la courbe de magnétisation les droites qui découpent sur les axes des segments tels que :

$$\frac{R.i_1}{n_1.\phi} = \frac{1}{\Delta t} = Cte \ .$$

A l'instant t_1, la tension vaut $v_1(t_1)$ que l'on porte en Oa(suivant $R.i_1$) ; par a on trace la droite δ_1 faisant l'angle α avec l'axe $R.i_1$; cette droite coupe la courbe de magnétisation au point c ; on voit facilement que les points a ,b et c sont tels que :

$$Oa = v_1 \quad \text{(par construction de a)}$$
$$\frac{ba}{bc} = \frac{1}{\Delta t} \quad \text{(par construction de } \delta_1) \ .$$

D'où :

$$bc = \Delta(n_1\phi) \ , \quad ba = v_1 - R.i_1 \quad \text{et} \quad Ob = R.i_1 \ .$$

On porte la valeur de $R.i_1$ au-dessus de l'abscisse t_1 et on continue la construction. $R.i_1(t)$ et $i_1(t)$ ne sont plus des fonctions sinusoïdales ; on constate que $i_1(t)$ prend sa valeur maximale à l'instant t_o tel que :

$$R.i_1(t_o) = v_1(t_o) \ .$$

C'était prévisible puisqu'à cet instant-là on a :

$$v_1(t_o) - R.i_1(t_o) = \frac{d}{dt}(n_1\phi) = \frac{d}{dt}(L_1.i_1) = 0$$

$i_1(t)$ passe par sa valeur maximale avec un certain retard sur le maximum de $v_1(t)$.

On montrerait facilement que ce retard augmente lorsque le coefficient directeur moyen de la courbe $R.i_1 = f(n_1\phi)$ diminue, ce qui correspond, soit à une diminution de R , soit à une augmentation de la perméabilité du matériau, soit à une augmentation du coefficient $(n_1)^2.s/\ell$ (où s et ℓ sont les section utile et longueur du circuit ferromagnétique).

∇ CAS OÙ LA RÉSISTANCE TOTALE DE LA MAILLE EST NÉGLIGEABLE DEVANT LA RÉACTANCE PROPRE DE LA BOBINE, À LA FRÉQUENCE DE TRAVAIL.

C'est le cas le plus intéressant et le plus souvent rencontré, du moins pour les enroulements disposés sur des circuits ferromagnétiques fermés (à quelques entrefers de faible épaisseur près).

L'équation aux tensions se réduit alors à :

$$v_1 = -e_1 = n_1\left(\frac{d\phi}{dt}\right) \ .$$

Si $v_1(t)$ est de la forme :

$$v_1(t) = V_1\sqrt{2}\omega\sin\omega t$$

on en déduit immédiatement :

$$\phi(t) = \frac{V_1\sqrt{2}}{n_1\omega} \cdot (-\cos\omega t) = -\frac{V_1\sqrt{2}}{n_1\omega} \cdot \cos\omega t = -\Phi_m\cos\omega t$$

On construit $\phi(t)$, en quadrature retard sur $v_1(t)$, et le cycle d'hystérésis symétrique $\phi = f(i_1)$ du circuit ferromagnétique lorsque le flux d'induction évolue entre $-\Phi_m$ et $+\Phi_m$. La fig. II.A.12 montre comment, pour chaque valeur du temps t (les constructions sont détaillées aux instants t_1 et t_2), on détermine l'intensité du courant i_1 appelé par la bobine.

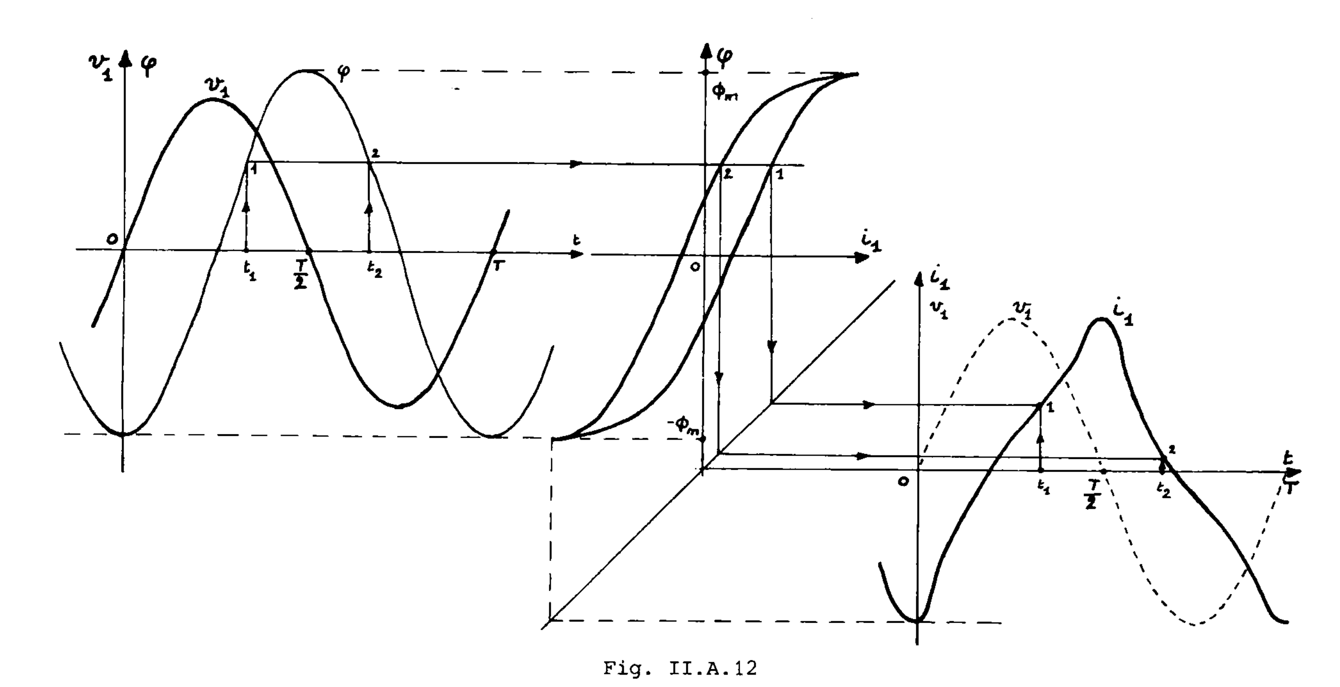


Fig. II.A.12

Le maximum de $i_1(t)$ est en retard d'un quart de période sur celui de $v_1(t)$; $i_1(t)$ n'est pas une fonction sinusoïdale mais c'est une

fonction périodique, de même période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ que $v_1(t)$; on pourra la décomposer en série de Fourier :

$$i_1(t) = I_{11}\sqrt{2}.\sin(\omega t - \phi_{11}) + I_{13}\sqrt{2}.\sin(3\omega t - \phi_{13}) + I_{15}\sqrt{2}.\sin(5\omega t - \phi_{15}) + \ldots$$

En effet, le cycle d'hystérésis admettant l'origine comme centre de symétrie, la grandeur $i_1(t)$ doit satisfaire à :

$$i_1(t + \frac{T}{2}) = -i_1(t).$$

Les termes de la série de Fourier doivent donc satisfaire aussi à cette condition, ce qui exclut les composantes harmoniques d'ordre pair, c'est-à-dire de pulsation 2ω , 4ω , etc.

On montre que la valeur efficace de l'intensité $i_1(t)$ s'exprime (d'après sa définition : racine carrée de la valeur moyenne du carré de l'intensité instantanée) :

$$I_1 = \sqrt{I_{11}^2 + I_{13}^2 + I_{15}^2 + I_{17}^2 + \ldots} \qquad (II.A.12)$$

Remarque : Lors de l'intégration qui a permis d'exprimer $\phi(t)$ à partir de $v_1(t)$ on a négligé la constante d'intégration ; en toute rigueur l'intégrale cherchée doit s'écrire :

$$\phi(t) = \Phi_o - \Phi_m \cos \omega t \quad .$$

La composante continue Φ_o du flux ne peut être créée que par une composante continue de l'intensité (cf. la relation d'Hopkinson) ; une telle composante ne peut être produite par une source sinusoïdale de tension.

III.A.II.3 BOBINE ALIMENTÉE A TENSION EFFICACE CONSTANTE

On ne s'intéressera qu'au dernier cas étudié, celui d'une bobine de résistance négligeable devant sa réactance propre. Alors, l'expression obtenue de la valeur du flux d'induction :

$$\phi(t) = -\frac{V_1\sqrt{2}}{n_1\omega}.\cos \omega t = -\Phi_m.\cos\omega t \qquad (II.A.13)$$

montre que la valeur maximale du flux d'induction (et donc aussi celle de l'induction magnétique B_m) ne dépend que de la valeur efficace de la tension appliquée (à fréquence constante, bien entendu) :

$$\Phi_m = \frac{V_1\sqrt{2}}{n_1\omega} = \frac{V_1\sqrt{2}}{2\pi n_1 f} = \frac{V_1}{4,44\ n_1 f}$$

$$B_m = \frac{\Phi m}{s} = \frac{V_1}{4,44\ n_1 f s}$$

(si l'induction est uniforme et normale aux sections droites du circuit)

$$V_1 = 4{,}44\, n_1 f\, \Phi_m = 4{,}44\, n_1 f\, s\, B_m \ .$$

On retrouve la *formule de Boucherot* et on constate qu'à tension efficace constante une bobine travaille à valeurs maximales du flux et de l'induction constantes ; le circuit fonctionne *à flux forcé*. La construction de la fig. II.A.12 permet une bonne analyse d'un tel régime :

- la tension appliquée impose une f.e.m. d'auto-induction $e_1 = -v_1$ dans nos conventions de signes) ; c'est la traduction de la loi des mailles dans le cas où $R.i_1$ est négligeable devant v_1 ;
- la f.e.m. ainsi imposée implique la circulation d'un certain flux dans le circuit magnétique (loi de Lenz $e_1 = -n_1 \frac{d\phi}{dt}$) ;
- l'existence de ce flux nécessite une certaine force magnéto-motrice (théorème d'Ampère ou relation d'Hopkinson) ; la bobine appelle un courant susceptible de produire cette f.m.m.

En conclusion, la tension d'alimentation impose un flux et l'enroulement appelle un courant en conséquence.

Remarque : La fig.II.A.12 montre aussi que, dans le cas étudié, la tension $v_1(t)$, la f.e.m. $e_1(t)$, le flux d'induction $\phi(t)$ et l'induction $b(t)$ sont des fonctions sinusoïdales alors que le champ magnétique $h_1(t)$, la f.m.m. $\mathcal{E}_1(t)$ et l'intensité du courant $i_1(t)$ ne le sont pas ; la non-linéarité est introduite par la relation $b = f(h)$.

II.A.II.4 PERTES FERROMAGNÉTIQUES

On nomme ainsi l'énergie dissipée dans les tôles du circuit magnétique (et provoquant l'échauffement de ces tôles). On les exprime au moyen de la puissance reçue par le circuit depuis l'enroulement inducteur. On distingue deux causes de dissipation d'énergie dans les matériaux ferromagnétiques : l'hystérésis et les courants de Foucault.

a. Pertes dues à l'hystéréris magnétique

Un matériau ferromagnétique se subdivise en un grand nombre de "domaines" ; dans chacun d'eux, les aimantations élémentaires des atomes sont parallèles et de même sens ; deux domaines voisins, de directions d'aimantation différentes, sont séparés par une "paroi". L'évolution de l'aimantation macroscopique du matériau provient du retournement

de certains domaines ou du déplacement des parois ; ces deux processus se voient opposer le champ démagnétisant (en général) des domaines voisins : d'où un retard de l'aimantation globale M (et donc de l'induction $B = \mu_o . M + \mu_o . H$) sur le champ magnétique H appliqué : c'est le phénomène d'hystérésis magnétique ; d'où aussi une consommation d'énergie ; enfin, on peut parfois mettre en évidence un retard temporel entre l'application du champ H et l'arrivée de M à sa valeur finale : c'est le traînage magnétique.

L'énergie dissipée au cours d'un cycle vaut, par unité de volume du matériau :

$$w_h = \int_C H.dB \qquad (II.A.14)$$

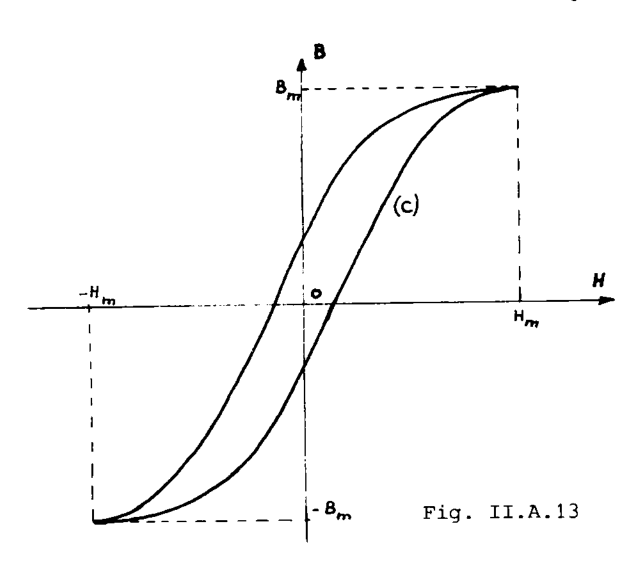


Fig. II.A.13

Cette intégrale, étendue à un cycle (C), a pour valeur l'aire découpée par (C) dans le plan (H,B).

Cette formule est difficilement utilisable ; on lui préfère des expressions empiriques donnant la puissance consommée en fonction de l'induction maximale B_m .

Citons la *formule de Steinmetz :*

$$P_h = \eta . v.f.(B_m)^{1,6} \qquad (II.A.15)$$

et la *formule de Richter* :

$$P_h = a.v.f.B_m + b.v.f.(B_m)^2 \qquad (II.A.16)$$

où v est le volume de matériau, f la fréquence des cycles et η , a et b des constantes dépendant de la nature du matériau. Pour les fortes valeurs de l'induction ($B_m \geq 1$ T), la formule de Richter se réduit pratiquement à :

$$P_h = b.v.f.(B_m)^2 \quad .$$

Cette dernière formule est généralement mieux adaptée que celle de Steinmetz aux matériaux ferromagnétiques modernes.

b. Pertes dues aux courants de Foucault

Les courants de Foucault sont induits dans la masse du matériau ferromagnétique, en vertu de la loi de Lenz, lorsque ce matériaux est

soumis à un champ d'induction variable. Ces courants provoquent, par effet Joule, une dissipation d'énergie et un échauffement du circuit magnétique.

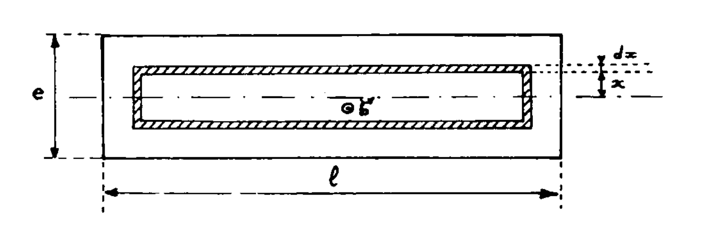


Fig. II.A.14

Considérons une tôle de longueur L, de largeur ℓ et d'épaisseur e soumise à un champ d'induction uniforme

$$b = B_m \cos\omega t$$

(le vecteur induction étant toujours dirigé suivant L ; cf.fig. II.A.14).

On peut décomposer cette tôle en circuits fermés élémentaires tels que celui couvert de hachures sur la figure ci-dessus. La spire conductrice représentée, de résistivité ρ, de longueur $2.\ell$ et de section L.dx, présente une résistance :

$$r = \frac{2.\ell.\rho}{L.dx}$$

Cette spire embrasse un flux d'induction :

$$\phi = s.b = 2.x.\ell.b = 2.x.\ell.B_m \cos\omega t.$$

Elle est donc le siège d'une f.e.m. induite :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = 2.x.\ell.B_m.\omega.\sin\omega t$$

de valeur efficace :

$$E = \sqrt{2}.x.\ell.B_m.\omega = \sqrt{8}.x.\ell.B_m.\pi.f \ .$$

Si on néglige l'inductance de cette spire, l'intensité du courant qui la traverse a pour valeur efficace :

$$I = \frac{E}{r} = \frac{\sqrt{8}.x.\ell.B_m.\pi.f.L.dx}{2.\ell.\rho} = \frac{\sqrt{2}.\pi.L.f.B_m.x.dx}{\rho} \ .$$

D'où la puissance dissipée par effet Joule dans cette spire élémentaire :

$$dp_f = r.I^2 = E.I = \frac{4.(\pi)^2.\ell.L.(f)^2.(B_m)^2.(x)^2.dx}{\rho} \ .$$

D'où la puissance dissipée dans la tôle, en intégrant l'expression précédente sur l'intervalle $(0,\frac{e}{2})$ de x :

$$P_f = \int dp_f = \int_0^{e/2} \frac{4.(\pi)^2.\ell.L.}{\rho} (f)^2.(B_m)^2.(x)^2.dx$$

$$P_f = \frac{4.(\pi)^2.\ell.L}{\rho}(f)^2.(B_m)^2.\left[\frac{x^3}{3}\right]_o^{e/2} = \frac{4.(\pi)^2.\ell.L.(e)^3}{24.\rho}(f)^2.(B_m)^2.$$

On reconnaît en $\ell.L.e = v$ le volume de la tôle et la puissance cherchée devient :

$$P_f = \frac{\pi^2}{6}.\frac{v.e^2}{\rho}.f^2.B_m^2 \qquad (II.A.17)$$

On retiendra, compte tenu des simplifications admises lors de ce calcul, que la puissance correspondant aux courants de Foucault s'exprime sous la forme :

$$P_f = k.\frac{e}{\rho}.v.f^2.B_m^2 = K.v.f^2.B_m^2 \quad .(II.A.18)$$

On note que la réduction de ces pertes nécessite des tôles très minces et de grande résistivité (d'où l'adjonction de silicium). Cette puissance dissipée varie comme le carré de la fréquence et de l'induction maximale. On mesure aussi l'importance de l'isolation électrique des tôles d'un noyau (vis de serrage, bavures du découpage, isolation par peinture, vernis ou oxydation de surface.)

c. Pertes ferromagnétiques totales

Les pertes totales s'expriment donc, en utilisant la formule de Richter :

$$P_{Fer} = a.v.f.B_m + b.v.f.B_m^2 + K.v.f^2.B_m^2 \quad (II.A.19)$$

ou, pour les inductions maximales importantes :

$$P_{Fer} = b.v.f.B_m^2 + K.v.f^2.B_m^2 \quad . \qquad (II.A.20)$$

La mesure de ces pertes ne peut être que globale (on ne peut séparer ces deux phénomènes) ; on pourra toutefois déterminer l'importance des pertes dues aux différentes causes en remarquant qu'à induction maximale donnée on peut écrire :

$$P_h = A.f \qquad P_f = B.f^2 \qquad P_{Fer} = A.f + B.f^2 \ .$$

Il suffit de mesurer les pertes fer totales pour deux valeurs de la fréquence et pour une même valeur de l'induction maximale, pour avoir :

$$P_{Fer1} = A.f_1 + B.f_1^2$$

$$P_{Fer2} = A.f_2 + B.f_2^2$$

D'où :

$$A = \frac{f_2^2.P_{Fer1} - f_1^2.P_{Fer2}}{f_1.f_2.(f_2 - f_1)} \ , \quad B = \frac{f_2.P_{Fer1} - f_1.P_{Fer2}}{f_1.f_2.(f_1 - f_2)}$$

(cf. méthode de Mordey pour la séparation des pertes ferromagnétiques des machines à induction).

Lorsque la bobine est alimentée par une tension sinusoïdale de valeur efficace constante, on a vu que l'induction maximale est de la forme :

$$B_m = \frac{V_1}{4,44.n_1.f.s} = C.\frac{V_1}{f} \quad (\text{où} \quad C = \frac{1}{4,44.n_1.s} = \text{Cte}).$$

D'où l'expression des pertes ferromagnétiques totales :

$$P_{Fer} = a.v.C.V_1 + b.v.C^2.\frac{V_1^2}{f} + K.v.C^2.V_1^2. \quad (II.A.21)$$

THÉORÈME
Lorsqu'elle est alimentée par une d.d.p. sinusoïdale de tension efficace constante, une bobine à noyau de fer voit ses pertes ferromagnétiques diminuer lorsque la fréquence de travail augmente.

Ce résultat n'est pas en contradiction avec celui de la formule *(II.A.19)*; il provient du fait qu'à tension constante la valeur maximale de l'induction varie comme l'inverse de la fréquence.

d. Calcul pratique des pertes fer

Les constructeurs indiquent les pertes des tôles ferromagnétiques, p_m , par unité de masse (en W/kg), à la fréquence $f_o = 50$ Hz et pour une induction maximale $B_o = 1$ T. Une portion de circuit de masse M soumise à une induction sinusoïdale d'amplitude maximale B_m et de fréquence f_o , consommera donc :

$$P_{Fer} = M.\left(\frac{B_m}{B_o}\right)^2 .p_m .$$

Un circuit ferromagnétique canalisant un flux d'induction de valeur maximale Φ_m, de fréquence f_o et formé, par exemple de trois portions de masses M_1, M_2, M_3, de sections droites utiles s_1, s_2, s_3 et de pertes massiques p_{m1}, p_{m2} et p_{m3} consommera :

$$P_{Fer} = M_1.\left(\frac{\Phi_m}{s_1.B_o}\right)^2.p_{m1} + M_2.\left(\frac{\Phi_m}{s_2.B_o}\right)^2.p_{m2} + M_3.\left(\frac{\Phi_m}{s_3.B_o}\right)^2.p_{m3} .$$

Remarque : Si le circuit magnétique est destiné à travailler à une fréquence f différente de f_o, il convient de séparer les pertes massiques p_{mh} dues à l'hystérésis de celles, p_{mf}, dues aux courants de Foucault (voir séparation de ces pertes au paragraphe précédent). La puissance perdue par une masse M

de matériau soumis à une induction maximale B_m s'exprime alors :

$$P_{fer} = M.(\frac{B_m}{B_o})^2.\left[(\frac{f}{f_o}).p_{mh} + (\frac{f}{f_o})^2.p_{mf}\right]. \qquad (II.A.22)$$

S'il n'est pas possible de séparer les pertes, on pourra toujours encadrer leur valeur réelle en considérant (par exemple pour une fréquence de travail f supérieure à f_o) :

- qu'on les sous-estime en les attribuant entièrement à l'hystérésis; d'où une limite inférieure :

$$(P_{Fer})_{min} = M.(\frac{B_m}{B_o})^2.(\frac{f}{f_o}).p_m$$

- qu'on les sur-estime en les attribuant totalement aux courants de Foucault ; d'où la limite supérieure :

$$(P_{Fer})_{max} = M.(\frac{B_m}{B_o})^2.(\frac{f}{f_o})^2.p_m .$$

L'ordre de ces valeurs limites est inversé si la fréquence de travail est inférieure à la valeur de référence f_o.

II.A.II.5 SCHÉMA ÉLECTRIQUE ÉQUIVALENT EN RÉGIME SINUSOÏDAL

a. Analyse du problème

On a vu qu'une bobine à noyau saturable soumise à une tension sinusoïdale n'est pas traversée par un courant d'intensité sinusoïdale (si la réactance n'est pas négligeable devant la résistante). On ne peut donc plus, en toute rigueur, utiliser les méthodes de calcul établies pour les régimes sinusoïdaux (diagrammes vectoriels de Fresnel, expressions des puissances). Pour continuer à employer ces procédés on va chercher à remplacer la bobine étudiée par un enroulement fictif qui, alimenté par la même tension sinusoïdale et disposé sur le même circuit magnétique :

- produirait les mêmes effets (flux, induction) sur ce circuit ;
- appellerait un courant d'intensité sinusoïdale sur la source de tension ;
- aurait la même consommation énergétique que la bobine réelle.

Analysons les conditions ainsi imposées :

∇ *mêmes effets magnétiques sur le circuit :* la bobine réelle crée une induction sinusoïdale d'amplitude maximale :

$$B_m = \frac{V_1}{4{,}44\ n_1 f s} \ .$$

La bobine fictive doit satisfaire à la relation de Boucherot (conséquence de la loi de Lenz) :

$$V = 4{,}44\ n\ f\ s\ B_m \ .$$

Alimentée sous la même tension ($V = V_1$) que la bobine réelle, à la même fréquence, la bobine fictive ne pourra créer une induction de même valeur maximale B_m dans un même circuit que si $n = n_1$. *L'enroulement fictif a même nombre de spires que la bobine réelle.*

∇ *même comportement énergétique :* le dispositif étudié, alimenté par :

$$v_1(t) = V_1\sqrt{2}\ \sin\omega t$$

appelait un courant d'intensité :

$$i_1(t) = I_{11}\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \phi_{11}) + I_{13}\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \phi_{13}) + I_{15}\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \phi_{15}) + \ldots$$

On a vu que seul un système de tension et courant de même pulsation peut tranmettre de la puissance (cf. I.A.II.1.a). D'où la puissance absorbée par la bobine :

$$P = V_1 I_{11} \cos\phi_{11} \ .$$

L'enroulement fictif, alimenté sous la même tension, va appeler :

$$i'_1(t) = I'_1\sqrt{2}\sin(\omega t - \psi_1) \ .$$

Il aura la même consommation si :

$$P = V_1 I_{11} \cos\phi_{11} = V_1 I'_1 \cos\psi_1 \ .$$

Cette puissance correspond aux pertes ferromagnétiques du circuit. On en déduit que l'intensité i'_1, sinusoïdale et de même pulsation ω que v_1, est représentée par une grandeur vectorielle $\underline{I}'_1$ en retard de ψ_1 sur $\underline{V}_1$. Comme une bobine non saturable est traversée par un courant en quadrature arrière sur la tension, l'angle $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \psi_1$ est dit *"angle d'avance hystérétique"*. La fig. II.A.15 montre les représentations de $\underline{V}_1$ et $\underline{I}'_1$ dans leurs plans de Fresnel.

En fait, l'angle α_1 rend compte de toutes les sources de pertes d'énergie dans le fer, les courants de Foucault pouvant être réduits (par action sur l'épaisseur des tôles) mais jamais annulés.

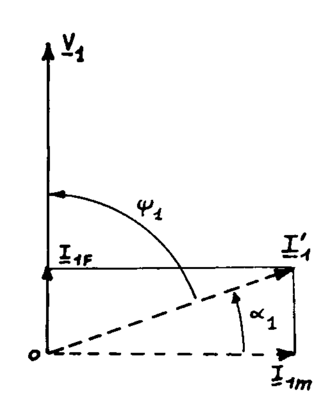


Fig. II.A.15

On remarque que la composante active de $\underline{I}'_1$, dont la valeur efficace s'exprime :

$$I_{1a} = I'_1 \cos \psi_1 = \frac{P_{Fer}}{V_1} = I_{1F} \qquad \textit{(II.A.23)}$$

sert à transporter les pertes fer ; en conséquence, on pourra la noter $\underline{I}_{IF}$. On a pris l'habitude de nommer "composante magnétisante" $\underline{I}_{1m}$ la partie réactive de $\underline{I}'_1$, par analogie avec l'intensité dans une bobine non saturable (en quadrature arrière, elle ne sert alors qu'à magnétiser le circuit). Il serait ici impossible de justifier rigoureusement cette dénomination, le théorème d'Ampère n'ayant aucune raison de s'appliquer sélectivement aux composantes réactives des intensités. Toutefois, comme le courant sinusoïdal d'intensité $\underline{I}'_1$ est fictif et ne rend pas compte du champ magnétique du matériau(qui n'est pas sinusoïdal), rien ne nous interdit de conserver le nom d'*intensité du courant magnétisant* à $\underline{I}_{1m}$.

Si la bobine étudiée n'a pas une résistance nulle (soit R_1 la valeur de cette résistance), il faut que l'enroulement fictif introduit dans ce paragraphe présente la même dissipation d'énergie par effet Joule.

On lui attribuera donc une résistance R_1 et on choisira la valeur efficace I'_1 de i'_1 pour qu'elle provoque une perte de puissance identique;cette condition implique que les intensités efficaces I'_1 et I_1 sont égales :

$$I'_1 = I_1 = \sqrt{I_{11}^2 + I_{13}^2 + I_{15}^2 + \ldots} \qquad \textit{(II.A.24)}$$

Cette propriété a pour grand intérêt de permettre la connaissance immédiate de la valeur efficace de i'_1 grâce à une mesure de celle de i_1 (appareil de mesure ferromagnétique ou à thermocouple, à l'exclusion des appareils magnétoélectriques à redresseurs qui ne sont destinés qu'aux grandeurs sinusoïdales). Par la suite on notera $\underline{I}_1$ le vecteur de Fresnel, de norme I_1, associé à i'_1 ; cette simplification des notations ne devra pas nous faire oublier que le vrai courant d'intensité $i_1(t)$ n'est pas sinusoïdal.

Enfin, si la bobine étudiée est montée sur un circuit présentant des fuites de flux on a vu qu'il est possible de les attribuer à une bobine disposée en série avec l'enroulement principal.

a. Schémas électriques équivalents et diagrammes vectoriels

L'analyse précédente permet d'établir des schémas équivalents, en régime sinusoïdal, à la bobine étudiée. La fig. II.A.16 donne un type possible de schéma.

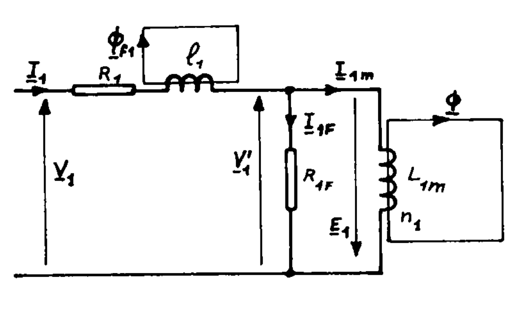


Fig. II.A.16

D'où aussi les relations liant les grandeurs électriques :

$$\underline{V}_1 = R_1 . \underline{I}_1 + j . \ell_1 \omega . \underline{I}_1 + \underline{V}'_1$$

$$\underline{V}'_1 = R_{1F} . \underline{I}_{1F} = j . L_{1m} \omega . \underline{I}_{1m} = - \underline{E}_1$$

où :

$$R_{1F} = \frac{\underline{V}'_1}{\underline{I}_{1F}} = \frac{V'_1}{I_1 \cos \psi_1}$$

$$L_{1m} \omega = \frac{V'_1}{I_{1m}} = \frac{V'_1}{I_1 \sin \psi_1}$$

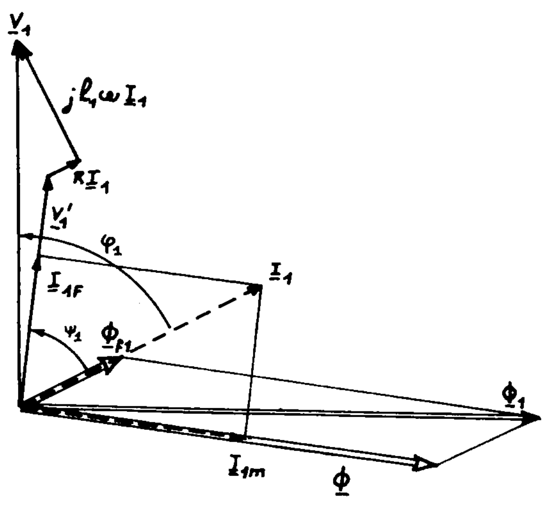


Fig. II.A.17

Ces équations se traduisent également par les diagrammes vectoriels de la fig. II.A.17 . On a superposé les plans de Fresnel des tensions, des intensités et des flux pour mettre en évidence les phases relatives des vecteurs.

Le flux $\underline{\Phi}$ dû à la bobine fictive magnétisante d'inductance L_{1m} est en phase avec $\underline{I}_{1m}$, c'est-à-dire en quadrature avance sur la f.e.m.

$\underline{E}_1 = - \underline{V}'_1$ tandis que le flux de fuites est en phase avec $\underline{I}_1$. D'où le flux dans une section droite, au niveau de la bobine :

$$\underline{\Phi}_1 = \underline{\Phi} + \underline{\Phi}_{f1} .$$

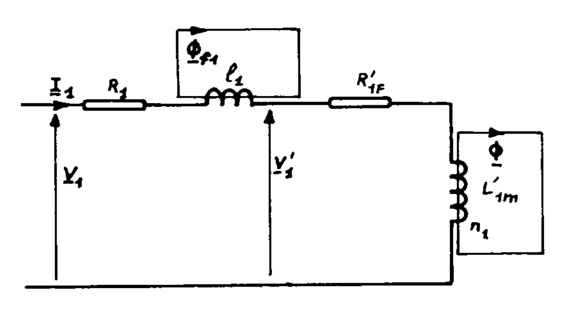


Fig. II.A.18

On peut aussi chercher un schéma équivalent série du type de celui de la fig. II.A.18 . On montre facilement que :

$$\underline{V}'_1 = R'_{1F} \cdot \underline{I}_1 + j.L'_{1m}\omega.\underline{I}_1$$

où :

$$R'_{1F} = \frac{V'_1 . \cos \psi_1}{I_1}$$

et :

$$L'_{1m}\omega = \frac{V'_1 . \sin\psi_1}{I_1}.$$

c. Hypothèses de Kapp

On peut simplifier le schéma équivalent et les diagrammes vectoriels lorsque la chute de tension aux bornes de l'impédance de pertes $(R_1 + j\ell_1\omega = \underline{z}_1)$ est négligeable devant la tension appliquée. Cette hypothèse simplificatrice de Kapp ne dispensera pas nécessairement de tenir compte, lors de l'étude du rendement, des pertes par effet Joule dans le conducteur de l'enroulement.

Le schéma électrique équivalent se réduit à celui de la bobine magnétisante disposée sur un circuit dissipant des pertes fer. La fig. II.A.19 donne ce schéma et le diagramme vectoriel associé. On voit que :

$$R_{1F} = \frac{V_1}{I_1 \cos \phi_1} = \frac{V_1^2}{P_{Fer}}$$

$$L_{1m}\omega = \frac{V_1}{I_1 \sin\phi_1}$$

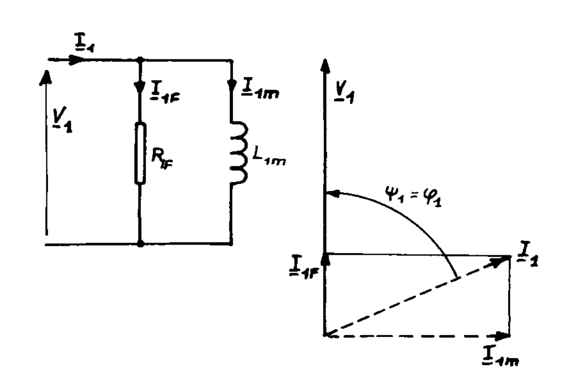


Fig. II.A.19

Remarque 1 : Les schémas équivalents établis dans ce chapitre n'ont pour ambition que de rendre compte du comportement énergétique et magnétique (flux et induction seulement) du bobinage réel. On a déjà vu qu'ils ne permettent pas de déterminer la f.m.m., qui n'est pas sinusoïdale. Ils ne permettent pas non plus d'exprimer la puissance réactive absorbée par la bobine ; en toute rigueur, cette grandeur vaut :

$$Q = V_1 . I_{11} . \sin \phi_{11}$$

alors que celle consommée par la bobine fictive équivalente :

$$Q' = V_1 . I_{1m} = V_1 . I_1 . \sin \psi_1$$

n'a aucune raison de lui être égale. En effet, l'angle ψ_1 est défini par :

$$I_1 . \cos \psi_1 = I_{11} . \cos \phi_{11} \quad \text{(égalité des puissances).}$$

Comme $I_1 > I_{11}$, d'après *(II.A.24)*, ϕ_{11} est inférieur à ψ_1 et il est impossible d'avoir :

$$I_1 . \sin \psi_1 = I_{11} . \sin \psi_{11} \ .$$

Toutefois, les composantes harmoniques de la série de Fourier de $i_1(t)$ ayant des amplitudes qui décroissent très rapidement avec le rang de l'harmonique, on admettra généralement que :

$$I_1 \neq I_{11} \ , \ \psi_1 \neq \phi_{11} \ .$$

Cette approximation sera très suffisante dans le cas des transformateurs où elle s'applique au courant à vide, d'intensité faible devant celle du courant nominal. La puissance réactive consommée, dite *puissance magnétisante* sera donc exprimée :

$$Q_m = V_1 . I_{11} . \sin \phi_{11} \neq V_1 . I_1 . \sin \psi_1 = V_1 . I_{1m}$$

et la force magnéto-motrice, supposée sinusoïdale, vaudra :

$$\underline{\mathcal{E}}_1 = n_1 . \underline{I}_{1m} \ .$$

De toute façon, et sans faire d'hypothèses restrictives, il sera toujours possible de calculer les puissances active et réactive au niveau du schéma équivalent, même si la dernière ne représente rien, pour déterminer le facteur de puissance de la bobine réelle, si on nomme facteur de puissance la grandeur :

$$f_p = \frac{P}{V_1 . I_1} = \cos \psi_1$$

Remarque 2 : La détermination des éléments des schémas équivalents a été effectuée pour une valeur donnée de la tension efficace d'alimentation, c'est-à-dire pour un cycle d'hystérésis donné du matériau ; l'évolution du cycle d'hystérésis avec V_1 n'étant pas linéaire, les valeurs de ces éléments, R_{1F} et L_{1m} sont liées à celle de V_1. On pourra admettre que de faibles variations de V_1 ne modifient pas trop R_{1F} et L_{1M}. L'inductance de fuites, ℓ_1, correspondant à un circuit non saturable (comprenant beaucoup d'air), et la résistance R_1 sont indépendantes de V_1, a priori.

II.A.II.6 CALCUL D'UN ENROULEMENT

Donnons rapidement les étapes du calcul de la bobine destinée à créer, dans un circuit magnétique connu (section s, longueur moyenne ℓ,

perméabilité moyenne μ), un flux sinusoïdal de fréquence f et de valeur maximale Φ_m grâce à une tension de fréquence f et de valeur efficace V .

La formule de Boucherot donne tout de suite le nombre de spires à bobiner :

$$n = \frac{V}{4,44\, f\phi_m}$$

(si on prévoit un bobinage de coefficient d'Hopkinson ν , il faut bobiner $n' = \frac{n}{\nu}$ spires).

La valeur maximale de l'induction, $B_m = \frac{\phi_m}{s}$, et la valeur moyenne de la perméabilité (ou les cycles d'hystéréris du matériau) permettent de déterminer les valeurs maximales du champ magnétique et de la force magnéto-motrice :

$$H_m = \frac{B_m}{\mu} \quad \text{et} \quad \mathscr{E}_m = H_m.\ell = \frac{B_m.\ell}{\mu} = n.I_m.\sqrt{2}\ .$$

D'où l'intensité du courant magnétisant :

$$I_m = \frac{B_m.\ell}{n.\mu.\sqrt{2}} = \frac{\phi_m}{s.n.\mu.\sqrt{2}}$$

et la réactance de la bobine équivalente :

$$L_m\omega = \frac{V}{I_m}\ .$$

Connaissant le circuit magnétique on peut évaluer sa masse et ses pertes fer :

$$P_{Fer} = M.\left(\frac{B_m}{B_o}\right)^2.p_m$$ (si on travaille à la fréquence f_o= 50 Hz)

On en déduit la composante active du courant :

$$I_F = \frac{P_{Fer}}{V}$$

et la valeur efficace de l'intensité du courant :

$$I = \sqrt{I_m^2 + I_F^2}\ .$$

D'où aussi l'impédance apparente :

$$Z = \frac{V}{I}\ .$$

On choisira en conséquence la section du conducteur. Ayant le nombre de spires et la forme du circuit magnétique, on calculera la longueur de fil à bobiner, sa résistance totale et la valeur des pertes par effet Joule.

II.A.III BOBINES TRIPHASÉES

II.A.III.1 CONSTITUTION

Trois bobines monophasées indépendantes alimentées en triphasé, par exemple en étoile, constituent une bobine triphasée (fig. II.A.20). On peut chercher à réduire la masse de fer utilisé et le volume occupé en disposant trois bobines sur un circuit magnétique ayant la forme indiquée à la fig. II.A.21. Chaque enroulement, dont le circuit magnétique se referme dans la colonne centrale, est indépendant des deux autres. Les bobines ainsi réalisées sont à *flux indépendants*.

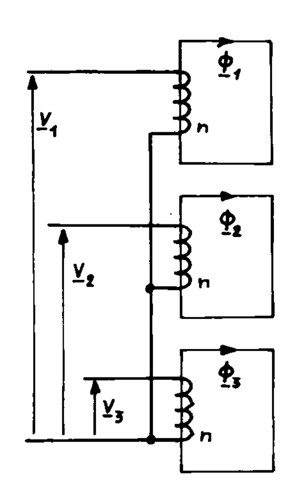


Fig. II.A.20

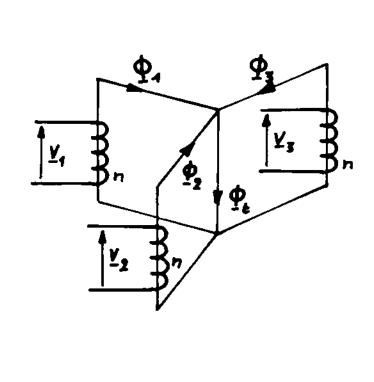
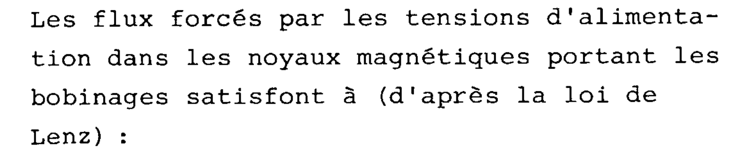


Fig. II.A.21

Les flux forcés par les tensions d'alimentation dans les noyaux magnétiques portant les bobinages satisfont à (d'après la loi de Lenz) :



$$\underline{V}_1 = jn\omega\underline{\Phi}_1 \quad \underline{V}_2 = jn\omega\underline{\Phi}_2 \quad \underline{V}_3 = jn\omega\underline{\Phi}_3 \ .$$

D'où le flux circulant dans la colonne centrale :

$$\underline{\Phi}_t = \underline{\Phi}_1 + \underline{\Phi}_2 + \underline{\Phi}_3 = \frac{1}{jn\omega} \cdot (\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3) \ .$$

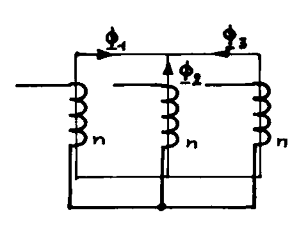


Fig. II.A.22

Si la bobine est alimentée par un système triphasé équilibré, la somme des trois tensions est nulle et il en est de même de la valeur du flux Φ_t. Dans le cas d'une alimentation triphasée équilibrée (ou plus précisément par un système de tensions de composante homopo-

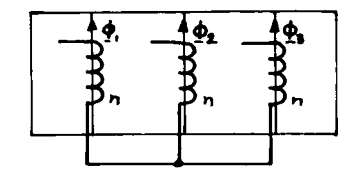


Fig. II.A.23

laire nulle) on peut faire l'économie de la colonne centrale. Pour simplifier la construction, on pourra réaliser des circuits à noyaux coplanaires(fig. II.A.22) qui ont pour inconvénient de ne plus respecter la symétrie des trois enroulements (voir plus loin, lors de l'étude de l'inductance cyclique). Par sa construction, le circuit de la fig. II.A.22 impose aux flux la relation :

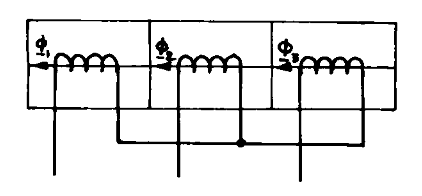


Fig. II.A.24

$$\underline{\Phi}_1 + \underline{\Phi}_2 + \underline{\Phi}_3 = \underline{0}$$

(si on néglige les fuites de flux). Les enroulements portés par ce type de circuit constituent donc une *bobine triphasée à flux liés :* toute variation de l'un des flux, due à une modification de la tension d'alimentation associée, se répercute sur les deux autres.

Pour obtenir une meilleure indépendance des flux, sans revenir au montage de la fig. II.A.21, on peut disposer des colonnes latérales (fig.II.A.23) ou réaliser un circuit magnétique cuirassé (fig. II.A.24).

II.A.III.2 INDUCTANCES PROPRES ET MUTUELLES

Considérons le dispositif symétrique de la fig. II.A.25 où les trois branches, de réluctance $\mathcal{R}$, portent des bobines de n spires.

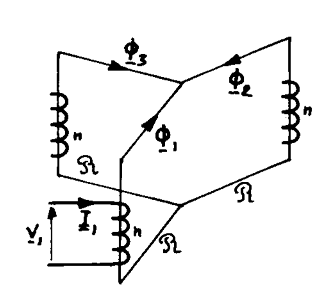


Fig. II.A.25

Dans tout ce chapitre nous supposerons toutes les grandeurs sinusoïdales ; si le circuit est saturable, nous utiliserons les bobines fictives équivalentes définies au chapitre précédent(en négligeant toutes les sources de pertes, en première approximation).

Un seul enroulement est alimenté par un courant d'intensité représentée par $\underline{I}_1$; La relation d'Hopkinson impose :

$$n\underline{I}_1 = \mathcal{R}.\underline{\Phi}_1 - \mathcal{R}.\underline{\Phi}_2 = \mathcal{R}.\underline{\Phi}_1 - \mathcal{R}.\underline{\Phi}_3 .$$

Comme la conservation du flux s'écrit, en l'absence de fuites :

$$\underline{\Phi}_1 + \underline{\Phi}_2 + \underline{\Phi}_3 = \underline{0}$$

on en déduit aisément que :

$$\underline{\Phi}_2 = \underline{\Phi}_3 = -\frac{1}{2}\cdot\underline{\Phi}_1$$

et : $n\underline{I}_1 = \frac{3}{2}.\mathcal{R}.\,\underline{\phi}_1$.

On en déduit l'inductance propre de la bobine (1) :

$$L = \frac{\underline{\phi}_{t1}}{\underline{I}_1} = \frac{n.\underline{\phi}_1}{\underline{I}_1} = \frac{2}{3}.\frac{(n)^2}{\mathcal{R}} \quad . \qquad (II.A.25)$$

La bobine (2), traversée par $\underline{\phi}_2 = -\frac{1}{2}\,\underline{\phi}_1$, embrasse un flux total :

$$\underline{\phi}_{t2} = n.\underline{\phi}_2 = -\frac{n}{2}.\underline{\phi}_1 \quad .$$

D'où l'inductance mutuelle, qui a même valeur quel que soit le couple de bobines considéré, du fait de la symétrie du problème :

$$M = \frac{\underline{\phi}_{t2}}{\underline{I}_1} = -\frac{n}{2}.\frac{\underline{\phi}_1}{\underline{I}_1} = -\frac{1}{3}.\frac{(n)^2}{\mathcal{R}} = -\frac{L}{2} \quad (II.A.26)$$

Le signe négatif de M provient des conventions de signes adoptées pour les flux : un courant i_1 d'intensité positive crée un flux ϕ_1 positif et un flux ϕ_2 négatif. On pouvait prévoir le rapport 1/2 entre les valeurs absolues des inductances propre et mutuelle de bobines de même nombre de spires n, du fait de la topographie du circuit magnétique.

II.A.III.3 INDUCTANCES CYCLIQUES

Supposons maintenant les trois bobines alimentées par un système triphasé équilibré de tensions. On a vu qu'alors une colonne centrale disposée entre A et B serait traversée par un flux nul, car :

$$\underline{\phi}_t = \underline{\phi}_1 + \underline{\phi}_2 + \underline{\phi}_3 = \frac{\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3}{jn\omega} = \underline{0} \quad .$$

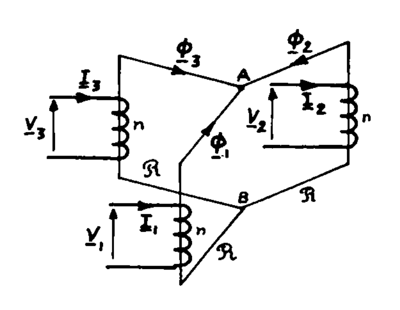


Fig. II.A.26

Cette propriété signifie que la d.d.p. magnétique entre les points A et B est nulle : tout se passe comme si ces deux points étaient confondus et chaque enroulement semble monté sur un circuit magnétique fermé de réluctance $\mathcal{R}$, réluctance d'une colonne. D'où l'inductance apparente d'une bobine :

$$\mathcal{L} = \frac{n^2}{\mathcal{R}} = \frac{3}{2}.L \quad . \qquad (II.A.27)$$

Cette inductance est dite *inductance cyclique de la bobine* considérée ; il faut remarquer qu'elle suppose l'existence de deux autres en-

roulements alimentés par des tensions déphasées (puisqu'il faut avoir $\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = \underline{0}$) . Cette inductance est supérieure à l'inductance propre de la bobine, L, et n'est pas accessible à une détermination directe du type mesure d'impédance en monophasé : une telle mesure appliquée à la bobine (1) donnerait $L\omega$ et non $\mathscr{L}\omega$.

On a déjà vu l'importance de la notion d'inductance cyclique lors de l'étude des machines tournantes à courants alternatifs. On insistera sur le fait que cette notion suppose que les flux créés par les trois enroulements circulent dans un même circuit (ici la colonne centrale, même absente) ; on ne pourra pas parler d'inductance de fuites cyclique, les flux de fuites des bobines ayant des circuits indépendants.

La valeur de $\mathscr{L}$ ne dépend pas de l'ordre de succession des tensions $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$, $\underline{V}_3$. *Les inductances cycliques directe et inverse sont donc égales.*

Remarque 1 : On aurait pu déterminer la valeur de $\mathscr{L}$ en utilisant le théorème de superposition, c'est-à-dire en écrivant que le flux total embrassé par (1) est la somme des flux créés par les trois bobines :

$$\underline{\phi}_{t1} = \mathscr{L}.\underline{I}_1 = L.\underline{I}_1 + M.\underline{I}_2 + M.\underline{I}_3 \ .$$

En régime triphasé équilibré on a :

$$\underline{I}_2 + \underline{I}_3 = -\underline{I}_1 \ .$$

D'où :

$$\underline{\phi}_{t1} = \mathscr{L}.\underline{I}_1 = (L - M).\underline{I}_1$$

et la valeur de l'inductance cyclique :

$$\mathscr{L} = L - M = \frac{2}{3} \cdot \frac{n^2}{\mathscr{R}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{n^2}{\mathscr{R}} = \frac{n^2}{\mathscr{R}} \ .$$

Remarque 2 : Dans le cas, souvent rencontré, d'un circuit magnétique composé de trois colonnes coplanaires, donc dissymétrique, la recherche de l'impédance des enroulements est moins évidente. Considérons le dispositif de la fig. II.A.27 où les colonnes latérales présentent une réluctance $\mathscr{R}'$ distincte de celle, $\mathscr{R}$, de la colonne centrale ; la relation d'Hopkinson permet d'écrire :

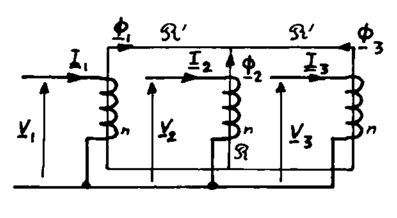


Fig. II.A.27

$$n.\underline{I}_1 - \mathscr{R}'.\underline{\phi}_1 = n.\underline{I}_2 - \mathscr{R}.\underline{\phi}_2 = n.\underline{I}_3 - \mathscr{R}'.\underline{\phi}_3 \ .$$

Si on se place dans le cas où :

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0} \ ,$$

on en déduit :

$$n\underline{I}_1 - n\underline{I}_2 = \mathscr{R}'.\underline{\phi}_1 - \mathscr{R}.\underline{\phi}_2$$

$$n\underline{I}_1 - n\underline{I}_3 = \mathscr{R}'.\underline{\phi}_1 - \mathscr{R}'.\underline{\phi}_3$$

$$\underline{I}_2 + \underline{I}_3 = -\underline{I}_1 \ .$$

D'où :

$$3n.\underline{I}_1 = 2\mathcal{R}'.\underline{\phi}_1 - \mathcal{R}.\underline{\phi}_2 - \mathcal{R}'.\underline{\phi}_3$$

$$3n.\underline{I}_2 = 2\mathcal{R}.\underline{\phi}_2 - \mathcal{R}'.\underline{\phi}_3 - \mathcal{R}'.\underline{\phi}_1$$

$$3n.\underline{I}_3 = 2\mathcal{R}'.\underline{\phi}_3 - \mathcal{R}'.\underline{\phi}_1 - \mathcal{R}.\underline{\phi}_2$$

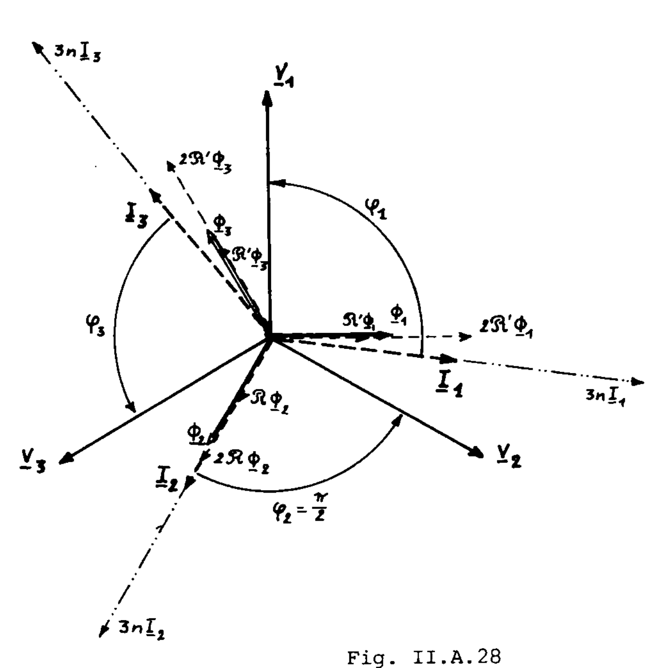


Fig. II.A.28

Connaissant les tensions d'alimentation $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$ et $\underline{V}_3$, on peut graphiquement construire les flux forcés :

$$\underline{\phi}_1 = \frac{\underline{V}_1}{jn\omega}, \quad \underline{\phi}_2 = \frac{\underline{V}_2}{jn\omega}$$

et : $$\underline{\phi}_3 = \frac{\underline{V}_3}{jn\omega}$$

On en déduit les f.m.m. $3n.\underline{I}_1$ $3n.\underline{I}_2$ et $3n.\underline{I}_3$, dont on peut tirer les intensités cherchées $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$. La fig. II.A.28 indique l'allure de ces constructions dans le cas où $\mathcal{R}'$ est plus grande que $\mathcal{R}$. On voit qu'alors $\underline{I}_2$ est en quadrature arrière sur $\underline{V}_2$ et présente une valeur efficace I_2 inférieure à la valeur commune $I_1 = I_3$ (résultat prévisible du fait de la symétrie des branches (1) et (3)). On remarque aussi que le déphasage ϕ_1 est supérieur à $\frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire que la bobine (1) fournit de la puissance active à la source, alors que ϕ_3 est inférieur à $\frac{\pi}{2}$: (3) consomme de la puissance active, en quantité égale à ce qui est fourni par (1).

Ce déséquilibre des courants est sensible dans le cas des dispositifs coplanaires : on l'observe lors de l'étude des transformateurs à vide.

II.A.III.4 INDUCTANCES HOMOPOLAIRES

On a vu qu'en régime déséquilibré de tensions et de courants il est possible de faire apparaître des composantes symétriques directes, inverses et homopolaires (chap. I.A.II). On sait aussi qu'un système équilibré de tensions crée un système de courants de mêmes caractéristiques dans une charge équilibrée. Le système direct des tensions est donc lié au système direct des courants par :

$$\underline{V}_d = \mathcal{L}_d.\underline{I}_d$$

et on a de même : $\underline{V}_i = \mathcal{L}_i.\underline{I}_i$ et $\underline{V}_o = \mathcal{L}_o.\underline{I}_o$.

On a vu qu'une bobine triphasée symétrique présente, lors de l'alimentation par des tensions triphasées équilibrées, une inductance cy-

clique : $$\mathcal{L} = \mathcal{L}_d = \mathcal{L}_i = L - M = \frac{3}{2} . L = \frac{n^2}{\mathcal{R}} \qquad (II.A.28)$$

Déterminons l'inductance homopolaire.

a. Cas d'une bobine à flux indépendants

Considérons le dispositif de la fig.II.A.29 où les trois colonnes latérales ont une réluctance $\mathcal{R}$ alors que le noyau central a une réluctance $\mathcal{R}'$. Lorsque les enroulements sont parcourus par des courants homopolaires d'intensité $\underline{I}_o$, chaque noyau est traversé par un flux $\underline{\phi}_o$ et la colonne centrale par $3.\underline{\phi}_o$.La relation d'Hopkinson permet d'écrire :

$$n\underline{I}_o = \mathcal{R}.\underline{\phi}_o + 3\,\mathcal{R}'.\underline{\phi}_o = (\mathcal{R} + 3\mathcal{R}').\underline{\phi}_o \; .$$

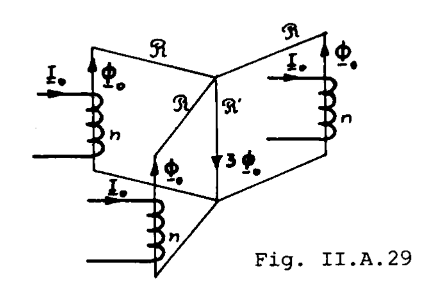


Fig. II.A.29

D'où la valeur de l'inductance homopolaire :

$$\mathcal{L}_o = \frac{n.\underline{\phi}_o}{\underline{I}_o} = \frac{n^2}{\mathcal{R}+3\mathcal{R}'} < \mathcal{L} = \frac{n^2}{\mathcal{R}} \qquad (II.A.29)$$

b. Bobine triphasée à flux liés

La fig. II.A.30 indique l'allure d'un tel dispositif. La relation liant, par construction, les flux circulant dans les colonnes :

$$\underline{\phi}_1 + \underline{\phi}_2 + \underline{\phi}_3 = \underline{0}$$

interdit la création des flux homopolaires ; les seuls flux embrassés par les enroulements sont leurs flux de fuites. Si $\mathcal{R}_f$ est la valeur de la réluctance du circuit emprunté par un de ces flux (réluctance importante devant $\mathcal{R}$ car les fuites circulent dans beaucoup d'air), on voit que :

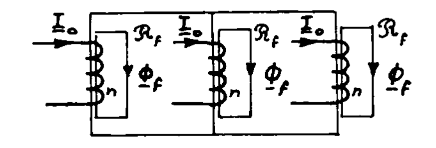


Fig. II.A.30

$$n.\underline{I}_o = \mathcal{R}_f.\underline{\phi}_f$$

et la valeur de l'inductance homopolaire cherchée s'exprime :

$$\mathcal{L}_o = \frac{n.\underline{\phi}_f}{\underline{I}_o} = \frac{n^2}{\mathcal{R}_f} \ll \mathcal{L} = \frac{n^2}{\mathcal{R}} \; . \qquad (II.A.30)$$

II.B.

Transformateurs monophasés

II.B.1 TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ PARFAIT

III.B.I.1 DÉFINITION

Alors que les convertisseurs et les transducteurs électrotechniques sont des dispositifs qui changent la nature de l'énergie (d'électrique à mécanique ou inversement) ou la forme des signaux(d'alternatif à unidirectionnel ou inversement), les *transformateurs* n'ont pour but que de modifier les amplitudes des grandeurs électriques alternatives : ils transforment des signaux tensions et courants de fréquence f en signaux de même fréquence mais de valeurs efficaces différentes. On a vu l'intérêt de tels dispositifs lors de la description du réseau de transport et de distribution de l'énergie électrique.

Un transformateur est constitué d'un circuit ferromagnétique fermé portant plusieurs enroulements sans liaison conductrice. Un des enroulements, nommé " *primaire*" est alimenté par une source de tension alternative sinusoïdale ; un flux d'induction, forcé par cette alimentation, circule donc dans la carcasse magnétique. Les autres bobines voient apparaître entre leurs bornes des f.e.m. induites (loi de Lenz) ; si on les fait débiter dans des récepteurs,elles sont traversées par des courants qui tendent à réduire la force magnéto-motrice totale, donc le flux ; comme le flux est forcé par la tension d'alimentation, le primaire va appeler un courant permettant de maintenir sa valeur nominale. Le primaire module donc les valeurs de l'intensité et de la puissance appelées sur la source en fonction des courants et des puissances fournis par les autres enroulements, dits "*secondaires*".

La description du transformateur et l'énoncé du principe de son fonctionnement montrent que ce dernier est réversible : n'importe quel enroulement peut jouer le rôle de "primaire", à condition d'être connecté

sur une source d'énergie. En pratique, les transformateurs sont construits pour des usages très précis et les "primaires" et "secondaires" sont parfaitement définis.

La constitution du transformateur permet d'envisager un autre type d'utilisation ; le fait que les enroulements puissent être "galvaniquement" indépendants conduit à utiliser ce dispositif pour assurer l'isolement, ou la "séparation", de deux portions d'un réseau, sans modifier les valeurs efficaces des tension et courant.

Dans ce premier chapitre, nous étudierons les propriétés d'un transformateur monophasé parfait, matériel idéal que nous définirons ainsi :

∇ circuit magnétique fermé de *perméabilité infinie*, ce qui implique :
- une *réluctance nulle ;*
- *pas de fuites de flux* (puisque la réluctance des circuits de fuites est non nulle) ;
- *pas de pertes ferromagnétiques* car une perméabilité infinie impose un champ magnétique nul et un cycle d'hystérésis réduit à un segment.

∇ enroulements primaire et secondaire de résistance nulle.

II.B.I.2 CONVENTIONS DE SIGNES

La fig. II.B.1 représente un transformateur à deux enroulements, de façon schématique. L'étude des propriétés de ce dispositif, c'est-à-dire la recherche des équations liant les différentes grandeurs électriques et magnétiques rencontrées, suppose des conventions de signes pour exprimer ces grandeurs.

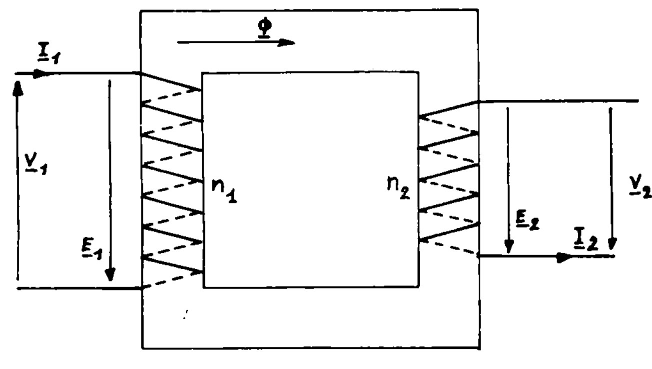


Fig. II.B.1

Comme pour l'étude des bobines, les conventions de signes seront choisies ainsi :

- des f.e.m. positives naissant dans les enroulements tendent à y faire circuler des courants positifs ;
- des courants positifs dans les bobines tendent à créer des flux

positifs dans la carcasse ferromagnétique.

Nous ajouterons, dans le cas particulier du transformateur, les règles suivantes :

- les tension et courant du primaire seront liés par la convention des récepteurs (le primaire recevant généralement de l'énergie d'un réseau) ;
- les tension et courant secondaires seront conformes à la convention des générateurs (le secondaire alimentant généralement une charge).

La fig. II.B.1 montre le système complet et cohérent des conventions associées au dispositif étudié. On a affecté de l'indice 1 les grandeurs relatives à l'enroulement primaire et de l'indice 2 les grandeurs "secondaires".

On représentera directement les grandeurs étudiées par leurs transformées dans les plans de Fresnel.

II.B.I.3 ÉQUATIONS DU TRANSFORMATEUR PARFAIT

a. Équations aux tensions

Dans le système des conventions adopté ici (une f.e.m. positive provoque un courant d'intensité positive qui fait circuler un flux d'induction positif) on sait que l'expression de la f.e.m. induite dans une spire par la variation du flux $\phi(t)$ à travers cette spire est de la forme :

$$e(t) = - \frac{d}{dt}\phi(t) \quad .$$

Forcé par une tension sinusoïdale, le flux d'induction est aussi une fonction sinusoïdale du temps (cf. l'étude des bobines à circuit non saturable) et il en est de même de la f.e.m. e(t) ; toutes ces grandeurs ont même fréquence et on peut les représenter par des vecteurs de plans de Fresnel (un pour les f.e.m., un pour les flux) de même pulsation. On sait que la transformée de l'opération "dérivation" est un produit par $j\omega$ .D'où la transformée de la loi de Faraday précédente :

$$\underline{E} = - j\omega.\underline{\phi}$$

Les n_1 spires primaires sont donc le siège d'une f.e.m. :

$$\underline{E}_1 = -jn_1\omega.\underline{\phi}$$

tandis que les n_2 spires secondaires font apparaître :

$$\underline{E}_2 = -jn_2\omega.\underline{\phi} \ .$$

Les spires primaires et secondaires sont traversées par le même flux d'induction puisque le circuit magnétique sur lequel elles sont bobinées est sans fuites (perméabilité infinie).

Les bobines étant sans résistance, on en déduit les tensions aux bornes des enroulements, conformément aux conventions portées sur la fig. II.B.1 :

$$\underline{V}_1 = -\underline{E}_1 = jn_1\omega.\underline{\phi} \qquad (II.B.1)$$

$$\underline{V}_2 = \underline{E}_2 = -jn_2\omega.\underline{\phi} \ . \qquad (II.B.2)$$

On en tire immédiatement :

$$\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{n_2}{n_1} \ ; \quad \underline{V}_2 = -\frac{n_2}{n_1}.\underline{V}_1 = -m.\underline{V}_1 \qquad (II.B.3)$$

où $m = \dfrac{n_2}{n_1}$ est nommé *rapport de transformation* du dispositif étudié.

b. État magnétique du transformateur

L'équation *(II.B.1)* implique, en valeur efficace :

$$V_1 = E_1 = n_1\omega.\phi = 2\pi n_1 \ f\phi = \sqrt{2}\pi n_1 f\phi_m = 4,44 \ n_1 f\phi_m$$

où $\phi_m = \sqrt{2}.\phi$ est l'amplitude maximale du flux d'induction. On reconnaît la *formule de Boucherot* qui lie la valeur de ϕ_m à celle de V_1 .

CONSEQUENCE

Si son primaire est alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace constante, la carcasse est le siège d'un flux d'induction sinusoïdal d'amplitude maximale fixe :

$$\phi_m = \frac{V_1}{\sqrt{2}\pi n_1 f} = \frac{V_1}{4,44 \ n_1 f} \ . \qquad (II.B.4)$$

Connecté sur un réseau stable, *le transformateur est une machine à flux forcé.*

Si l'induction peut être considérée comme uniforme, à un instant donné, dans une section droite d'aire s du circuit, sa valeur maximale aura pour expression :

$$B_m = \frac{\phi_m}{s} = \frac{V_1}{4,44 n_1 f \ s} \ . \qquad (II.B.5)$$

La formule *(II.B.3)* se traduit, en valeurs efficaces, par :

$$V_2 = m.V_1 = \frac{n_2}{n_1}.V_1 = 4,44 \ n_2 f\phi_m = 4,44 \ n_2 f B_m s. \qquad (II.B.6)$$

Alimenté par une source de tension efficace constante, le transformateur fournira une tension secondaire sinusoïdale de valeur efficace constante et proportionnelle à la tension primaire.

Cette propriété est la justification de l'emploi de ces appareils ; l'ordre de grandeur de m permet de distinguer plusieurs types d'utilisation :

- rapport m supérieur à l'unité : le transformateur fonctionne "en élévateur" ; des transformateurs triphasés, utilisés ainsi, alimentent les lignes H.T. de transport (225kV,400 kV ou 750 kV) à partir des machines tournantes productrices d'énergie ;
- rapport inférieur à l'unité : emploi "en abaisseur" ; l'alimentation des réseaux de distribution M.T. puis B.T. à partir des lignes de transport s'effectue ainsi en triphasé ;
- rapport égal à 1 (légèrement supérieur pour compenser la chute de tension des dispositifs réels) : le transformateur de "séparation" isole galvaniquement deux portions de réseau.

c. Equation aux intensités

Dans le système de conventions de signes choisi, la relation d'Hopkinson s'écrit :

$$n_1 . \underline{I}_1 + n_2 . \underline{I}_2 = \mathcal{R} . \underline{\phi} \qquad (II.B.7)$$

(traduction immédiate de la forme instantanée :

$$n_1 i_1(t) + n_2 i_2(t) = \mathcal{R} . \phi(t)).$$

L'hypothèse d'un circuit magnétique fermé de perméabilité infinie nous conduit, on l'a vu, à une réluctance nulle ; comme le flux d'induction est de valeur efficace finie (si V_1 est finie), il en résulte que :

$$n_1 . \underline{I}_1 + n_2 . \underline{I}_2 = \underline{0} \quad \text{ou} \quad \underline{I}_2 = - \frac{n_1}{n_2} . \underline{I}_1 = - \frac{1}{m} . \underline{I}_1 . \qquad (II.B.8)$$

Le rapport de transformation des intensités est l'inverse de celui des tensions.

L'équation *(II.B.8)* montre aussi que le courant appelé au primaire sur la source est destiné à compenser en permanence les ampère-tours du courant secondaire, fixé par la charge ; la f.m.m. totale doit rester nulle.

II.B.I.4 SCHÉMA ÉLECTRIQUE ÉQUIVALENT ET DIAGRAMMES VECTORIELS

Un transformateur parfait (T.P.) sera représenté par le symbole de la fig. II.B.2.

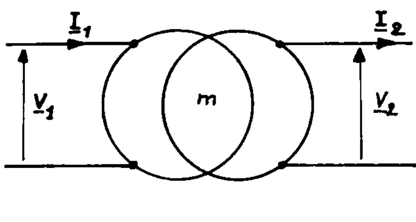


Fig. II.B.2

Un tel dispositif introduit donc entre les grandeurs primaires et secondaires les relations :

$$\underline{V}_2 = -\frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{V}_1 = -m.\underline{V}_1$$

$$\underline{I}_2 = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \underline{I}_1 = -\frac{1}{m} \cdot \underline{I}_1 .$$

Les diagrammes vectoriels associés à ces relations sont représentés sur la fig. II.B.3 . Ils montrent immédiatement que le déphasage ϕ_1 de $\underline{I}_1$ sur $\underline{V}_1$ est identique à celui, ϕ_2, de $\underline{I}_2$ sur $\underline{V}_2$.

Cette propriété pouvait aussi être déduite de la relation :

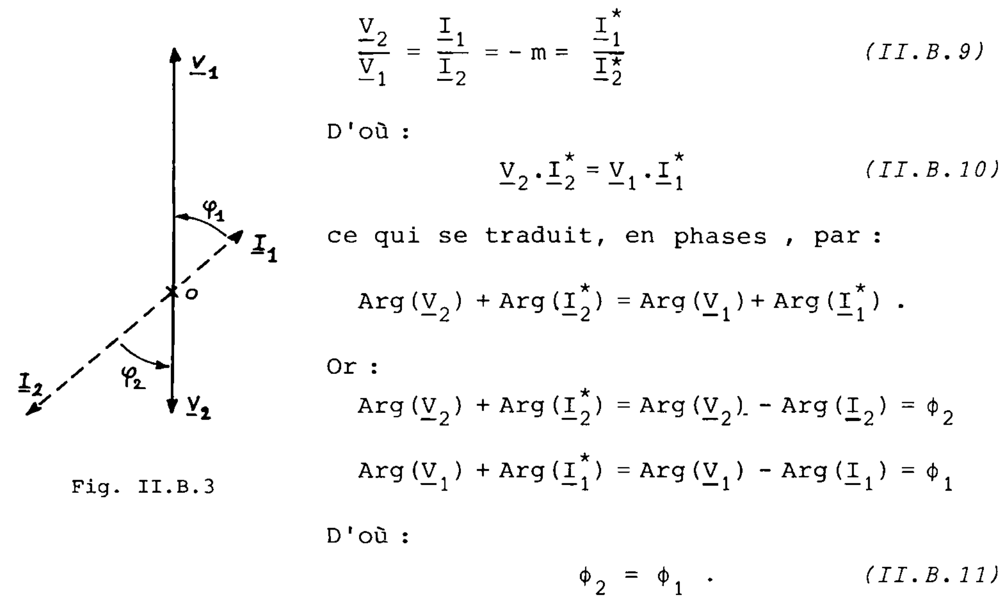


Fig. II.B.3

$$\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = -m = \frac{\underline{I}_1^*}{\underline{I}_2^*} \qquad \textit{(II.B.9)}$$

D'où :

$$\underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2^* = \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1^* \qquad \textit{(II.B.10)}$$

ce qui se traduit, en phases , par :

$$\text{Arg}(\underline{V}_2) + \text{Arg}(\underline{I}_2^*) = \text{Arg}(\underline{V}_1) + \text{Arg}(\underline{I}_1^*) .$$

Or :

$$\text{Arg}(\underline{V}_2) + \text{Arg}(\underline{I}_2^*) = \text{Arg}(\underline{V}_2) - \text{Arg}(\underline{I}_2) = \phi_2$$

$$\text{Arg}(\underline{V}_1) + \text{Arg}(\underline{I}_1^*) = \text{Arg}(\underline{V}_1) - \text{Arg}(\underline{I}_1) = \phi_1$$

D'où :

$$\phi_2 = \phi_1 . \qquad \textit{(II.B.11)}$$

II.B.I.5 PROPRIÉTÉS DU TRANSFORMATEUR PARFAIT

a. Comportement énergétique

La relation *(II.B.10)* : $\underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2^* = \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1^*$

indique qu'il y a conservation de la puissance apparente complexe au passage à travers le T.P. . En effet, la puissance fournie à la charge par le secondaire s'exprime :

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = V_2 I_2 \cos\phi_2 + jV_2 I_2 \sin\phi_2 = \underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2^*$$

tandis que la puissance appelée par le primaire sur la source d'alimentation vaut :

$$\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1 = V_1 I_1 \cos\phi_1 + jV_1 I_1 \sin\phi_1 = \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1^* \, .$$

La conservation des puissances observée :

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_2 \quad \text{soit} \quad P_1 = P_2 \quad \text{et} \quad Q_1 = Q_2$$

était prévisible, du fait du théorème de Boucherot et de l'absence de toute consommation de puissance, active ou réactive, au niveau du transformateur parfait.

b. Impédance ramenée

Considérons le T.P. de la fig. II.B.4 alimentant par son secondaire une charge d'impédance $\underline{Z}_2$. Les grandeurs secondaires sont donc liées par :

$$\underline{V}_2 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2$$

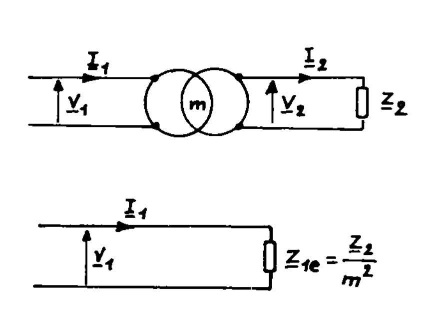


Fig. II.B.4

et on en déduit que :

$$\underline{V}_1 = -\frac{\underline{V}_2}{m} = -\frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2}{m} = -\frac{\underline{Z}_2}{m} \cdot \left(-\frac{\underline{I}_1}{m}\right) = \frac{1}{m^2} \cdot \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_1 \, .$$

On voit que tout se passe comme si la source d'alimentation débitait dans une charge d'impédance :

$$\underline{Z}_{1e} = \frac{\underline{V}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{m^2} \qquad (II.B.12)$$

$\underline{Z}_{1e}$ est l'impédance équivalente, vue par la source, au transformateur de rapport m débitant dans $\underline{Z}_2$.

Plus généralement, on montre que l'on peut ramener au primaire d'un T.P. une partie de la charge secondaire en la divisant par le carré du rapport de transformation. En effet, montrons que les deux schémas représentés sur la fig. II.B.5 sont équivalents. L'impédance de charge a été décomposée :

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}'_2 + \underline{Z}''_2 \, .$$

Sur le schéma (b), la composante $\underline{Z}'_2$ a été ramenée au primaire sous la forme :

$$\underline{Z}'_{1e} = \frac{\underline{Z}'_2}{m^2} \, .$$

L'équivalence des deux schémas est évidente ; on la vérifie simplement en déterminant, dans chaque cas, l'impédance totale équivalente, vue du primaire :

- schéma (a) : l'impédance équivalente est donnée, d'après *(II.B.12)* par :

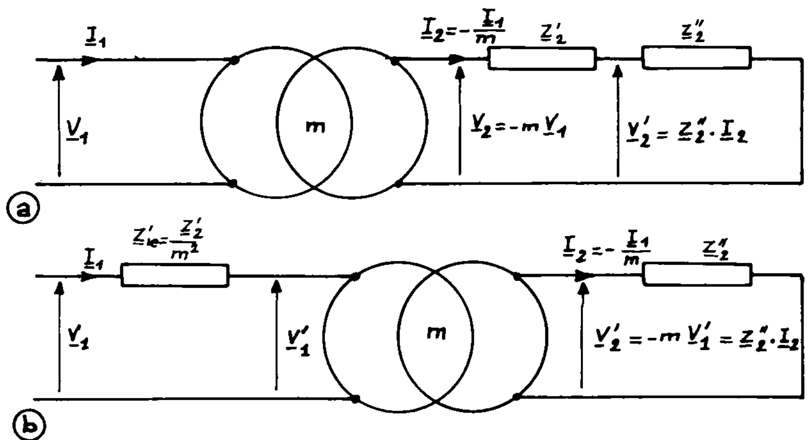


Fig. II.B.5

$$\underline{Z}_{1e} = \frac{\underline{Z}_2}{m^2} = \frac{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}''_2}{m^2}$$

- schéma (b) : l'impédance vue par la source est l'association en série de $\underline{Z}'_{1e}$ et de l'impédance ramenée au primaire du T.P. , soit :

$$\underline{Z}'_{1e} + \frac{\underline{Z}''_2}{m^2} = \frac{\underline{Z}'_2}{m^2} + \frac{\underline{Z}''_2}{m^2} = \frac{\underline{Z}_2}{m^2} = \underline{Z}_{1e}$$

Les deux schémas sont donc équivalents pour la source d'alimentation primaire ; ils le sont aussi pour la portion de charge $\underline{Z}''_2$ qui, dans les deux cas, est placée sous la d.d.p. :

$$\underline{V}'_2 = \underline{Z}''_2 \cdot \underline{I}_2 = \underline{Z}''_2 \cdot \left(-\frac{1}{m} \cdot \underline{I}_1\right) = -\frac{\underline{Z}''_2}{m} \cdot \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_{1e}} = -\frac{m \cdot \underline{Z}''_2}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}''_2} \cdot \underline{V}_1 = \frac{\underline{Z}''_2}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}''_2} \cdot \underline{V}_2$$

On pourra donc à volonté déplacer une partie de la charge du secondaire au primaire, à condition de diviser son impédance par m^2 ; inversement, on peut ramener au secondaire une impédance en série avec le primaire en la multipliant par la même valeur m^2 . Cette propriété sera souvent utilisée pour modifier des schémas électriques sans perdre l'équivalence au dispositif initial.

II.B.II TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ RÉEL

Les enroulements d'un transformateur réel présentent une résistance non nulle et des pertes de flux ; le circuit ferromagnétique sur lequel ils sont bobinés est de réluctance non nulle, saturable, et dissipe des pertes fer. On a vu lors de l'étude des bobines à noyau saturable qu'il est toujours possible de les remplacer par des dispositifs fictifs de même comportement magnétique et énergétique et fonctionnant avec des grandeurs (tensions, flux, courants) purement sinusoïdales. Dans toute l'étude qui suit, les deux enroulements du transformateur réel étudié seront remplacés par deux telles bobines fictives.

II.B.II.1 ÉQUATIONS DU TRANSFORMATEUR RÉEL

a. Equations aux tensions

Le dispositif étudié est donc formé de deux enroulements fictifs, de mêmes nombres de spires que les primaire et secondaire réels, traversés par le flux d'induction $\phi(t)$ qui circule dans la totalité de la carcasse.

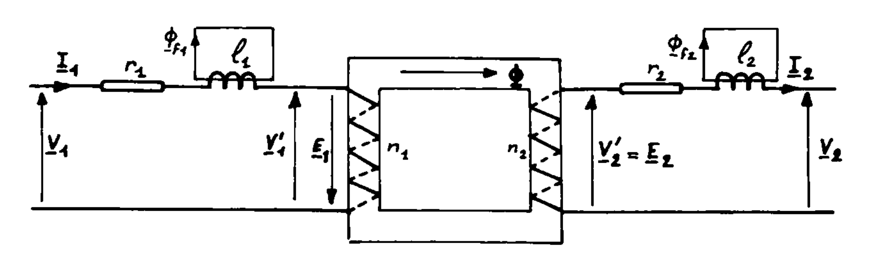


Fig. II.B.6

Des bobines d'inductance ℓ_1 et ℓ_2, disposées en série avec les enroulements précédents, rendent compte des pertes de flux tandis que les pertes par effet Joule dans les conducteurs sont associées à des résistances r_1 et r_2 .

La loi des mailles appliquée au primaire permet d'écrire :

$$v_1(t) = r_1 i_1(t) + \ell_1 \cdot \frac{d}{dt} i_1(t) + v'_1(t) = r_1 i_1(t) + \ell_1 \cdot \frac{d}{dt} i_1(t) + n_1 \cdot \frac{d}{dt} \phi(t) \; .$$

Toutes ces grandeurs sont sinusoïdales et de même pulsation, par construction du dispositif fictif "équivalent" étudié, et cette équation devient en grandeurs vectorielles du plan de Fresnel des tensions :

$$\underline{V}_1 = r_1 \cdot \underline{I}_1 + j\ell_1\omega \cdot \underline{I}_1 + \underline{V}'_1 = r_1 \cdot \underline{I}_1 + j\ell_1\omega \cdot \underline{I}_1 + jn_1\omega \cdot \underline{\Phi} \; . \qquad (II.B.13)$$

De la même façon, l'étude de la maille secondaire conduit à :

$$v_2(t) = v'_2(t) - r_2 i_2(t) - \ell_2 . \frac{d}{dt} i_2(t) = -n_2 . \frac{d}{dt}\phi(t) - r_2 i_2(t) - \ell_2 . \frac{d}{dt} i_2(t)$$

ou, dans le plan de Fresnel :

$$\underline{V}_2 = \underline{V}'_2 - r_2 . \underline{I}_2 - j\ell_2\omega . \underline{I}_2 = -jn_2\omega . \underline{\Phi} - r_2 . \underline{I}_2 - j\ell_2\omega . \underline{I}_2 \qquad (II.B.14)$$

On remarque que les grandeurs :

$$\underline{V}'_1 = -\underline{E}_1 = jn_1\omega . \underline{\Phi} \qquad (II.B.15)$$

et :

$$\underline{V}'_2 = \underline{E}_2 = -jn_2\omega . \underline{\Phi} \qquad (II.B.16)$$

jouent les rôles des tensions primaire et secondaire d'un transformateur parfait.

En particulier, on voit que :

$$\underline{V}'_2 = -\frac{n_2}{n_1} . \underline{V}'_1 = -m . \underline{V}'_1 \qquad (II.B.17)$$

b. Etat magnétique du transformateur

La formule *(II.B.13)* permet d'écrire :

$$\underline{V}'_1 = jn_1\omega . \underline{\Phi} = \underline{V}_1 - r_1 . \underline{I}_1 - j\ell_1\omega . \underline{I}_1 \ .$$

D'où l'expression complexe du flux d'induction :

$$\underline{\Phi} = \frac{1}{jn_1\omega} . (\underline{V}_1 - r_1 . \underline{I}_1 - j\ell_1\omega . \underline{I}_1) \qquad (II.B.18)$$

En toute rigueur la valeur efficace Φ du flux d'induction ne dépend plus seulement de la tension d'alimentation ; elle est aussi fonction de l'intensité du courant primaire et de sa phase, donc de la charge du transformateur. En pratique, la chute vectorielle de tension :

$$r_1 . \underline{I}_1 + j\ell_1\omega . \underline{I}_1 = (r_1 + j\ell_1\omega) . \underline{I}_1 = \underline{z}_1 . \underline{I}_1$$

provoquée par l'impédance de pertes primaire $\underline{z}_1$ est de norme négligeable devant V_1 .

On admettra en conséquence que :

$$\underline{\Phi} = \frac{\underline{V}'_1}{jn_1\omega} \neq \frac{\underline{V}_1}{jn_1\omega} \qquad (II.B.19)$$

et le transformateur réel sera considéré comme une *machine à flux forcé*, c'est-à-dire *à flux imposé par la tension d'alimentation primaire*.

Par ailleurs et comme dans le cas du T.P. la relation *(II.B.19)* conduit à la *formule de Boucherot :*

$$V_1 = n_1\omega.\Phi = 2\pi n_1 f.\Phi = \sqrt{2}\pi n_1 f\Phi_m = 4{,}44 n_1 f\Phi_m = 4{,}44\ n_1 f B_m s$$

où Φ_m est l'amplitude maximale du flux d'induction, B_m la valeur maximale de l'induction dans une section droite du circuit d'aire s.

c. Equation aux intensités

Elle se déduit de la relation d'Hopkinson appliquée au circuit magnétique. Dans les conventions de signes admises jusqu'ici, cette relation s'exprime :

$$n_1.i_1(t) + n_2.i_2(t) = \mathcal{R}.\phi(t) \quad .$$

Compte tenu des bobines fictives introduites qui imposent que $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $\phi(t)$ soient des grandeurs sinusoïdales de même pulsation, on voit que la grandeur $\mathcal{R}$ est nécessairement constante. D'où l'équation vectorielle :

$$n_1.\underline{I}_1 + n_2.\underline{I}_2 = \underline{\mathcal{R}}.\underline{\Phi} \quad . \qquad (II.B.20)$$

Puisque le flux d'induction est imposé par l'alimentation, le second membre de l'équation précédente ne dépend que de $\underline{V}_1$; à tension d'alimentation constante, en valeur efficace, ce second membre est un vecteur de Fresnel fixe, c'est-à-dire indépendant de la charge. On pourrait l'écrire :

$$n_1.\underline{I}_1 + n_2.\underline{I}_2 = \underline{\mathcal{R}}.\underline{\Phi} = \frac{\underline{\mathcal{R}}.\underline{V}_1}{jn_1\omega}$$

Lors d'un fonctionnement à vide ($I_2 = 0$) du transformateur, alimenté par la même tension $\underline{V}_1$, le primaire appelle un courant d'intensité $\underline{I}_{1o}$ tel que :

$$n_1.\underline{I}_{1o} + n_2.\underline{0} = \underline{\mathcal{R}}.\underline{\Phi} = \frac{1}{jn_1\omega}.\underline{\mathcal{R}}.\underline{V}_1 \quad .$$

Dans les deux cas, la force magnéto-motrice est la même puisque le flux est identique (machine à flux forcé). On en déduit facilement que :

$$n_1.\underline{I}_1 + n_2.\underline{I}_2 = n_1.\underline{I}_{1o} = \underline{\mathcal{R}}.\underline{\Phi}$$

que l'on peut aussi écrire :

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_{1o} = -\frac{n_2}{n_1}.\underline{I}_2 = -m.\underline{I}_2 \qquad (II.B.21)$$

II.B.II.2 SCHEMA ELECTRIQUE EQUIVALENT

On vient d'établir les relations liant les différentes grandeurs électriques sinusoïdales représentatives du fonctionnement d'un transformateur :

$$\underline{V}_1 = r_1 . \underline{I}_1 + j\ell_1\omega . \underline{I}_1 + \underline{V}'_1 \qquad (1)$$

$$\underline{V}_2 = \underline{V}'_2 - r_2 . \underline{I}_2 - J\ell_2\omega . \underline{I}_2 \qquad (2)$$

$$\underline{V}'_1 = jn_1\omega . \underline{\Phi} \ , \ \underline{V}'_2 = -jn_2\omega . \underline{\Phi} \ , \ \underline{V}'_2 = -m . \underline{V}'_1 = -\frac{n_2}{n_1} . \underline{V}'_1 \qquad (3)$$

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_{1o} = -m . \underline{I}_2 = -\frac{n_2}{n_1} . \underline{I}_2 \ . \qquad (4)$$

On voit immédiatement que les équations *(3)* et *(4)* sont celles d'un T.P. de rapport m, de tensions primaire et secondaire $\underline{V}'_1$ et $\underline{V}'_2$ et de courants d'intensités $\underline{I}_1 - I_{1o} = \underline{I}_{1t}$ et $\underline{I}_2$. Ce transformateur parfait fictif va servir de point de départ à l'élaboration d'un schéma électrique équivalent au système d'équations obtenu ; on lui ajoindra :

- au secondaire une impédance série $\underline{z}_2 = r_2 + j\ell_2\omega$ qui, traversée par $\underline{I}_2$, justifie la chute de tension indiquée par la formule *(2)*;

- au primaire une impédance série $\underline{z}_1 = r_1 + j\ell_1\omega$ qui, traversée par $\underline{I}_1$, rend compte de l'écart entre $\underline{V}_1$ et $\underline{V}'_1$ signalé par la relation *(1)*;

- au primaire toujours, une impédance parallèle disposée aux bornes du T.P. et expliquant pourquoi l'intensité $\underline{I}_1$ du courant dans $\underline{z}_1$ diffère de celle, $\underline{I}_{1t}$, du courant primaire du T.P. ; cette impédance dérive un courant d'intensité :

  $$\underline{I}_1 - \underline{I}_{1t} = \underline{I}_1 - (\underline{I}_1 - \underline{I}_{1o}) = \underline{I}_{1o}$$

  sous une tension voisine de $\underline{V}_1$ (on sait que la chute de tension dans $\underline{z}_1$ est faible); elle est donc équivalente au primaire du transformateur réel à vide, c'est-à-dire à une bobine à noyau de fer; on a vu qu'en régime sinusoïdal cette impédance peut être représentée par une inductance pure L_{1m} (absorbant le courant magnétisant $\underline{\underline{I}}_{1m}$, partie réactive de $\underline{\underline{I}}_{1o}$) en parallèle avec une résistance R_{1F} (traversée par $\underline{I}_{1F}$, composante active de $\underline{I}_{1o}$).

D'où le schéma équivalent complet, représenté sur la fig. II.B.7, et dont on vérifie facilement qu'il satisfait à toutes les équations du système établi plus haut, et uniquement à ces équations.

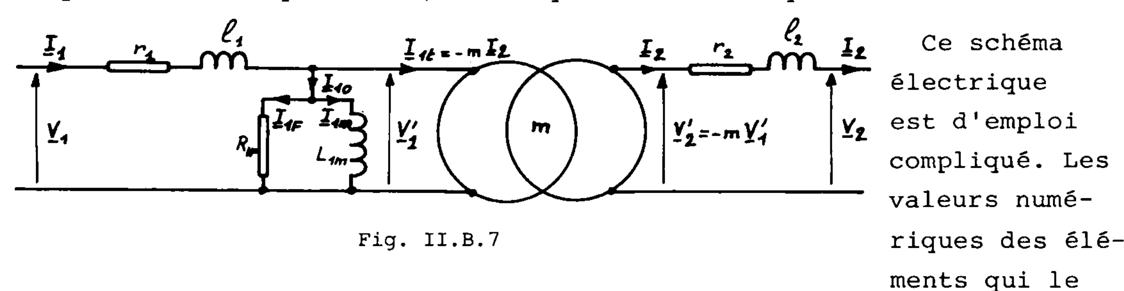


Fig. II.B.7

Ce schéma électrique est d'emploi compliqué. Les valeurs numériques des éléments qui le composent ne sont pas d'accès facile, surtout ℓ_1 et ℓ_2 . On préfèrera utiliser des schémas plus simples.

II.B.II.3 SCHÉMAS ÉLECTRIQUES SIMPLIFIÉS

a. Schéma en T.

On a montré au § II.B.I.5.b que l'on obtient un schéma équivalent, vu des bornes d'entrée ou de sortie, en ramenant du secondaire au primaire d'un T.P. un dipôle monté en série, à condition de diviser la valeur de son impédance par le carré du rapport de transformation du T.P.

En ramenant l'impédance $\underline{z}_2$ au primaire du T.P. du schéma de la fig. II.B.7 on obtient celui de la fig. II.B.8 qui lui est équivalent.

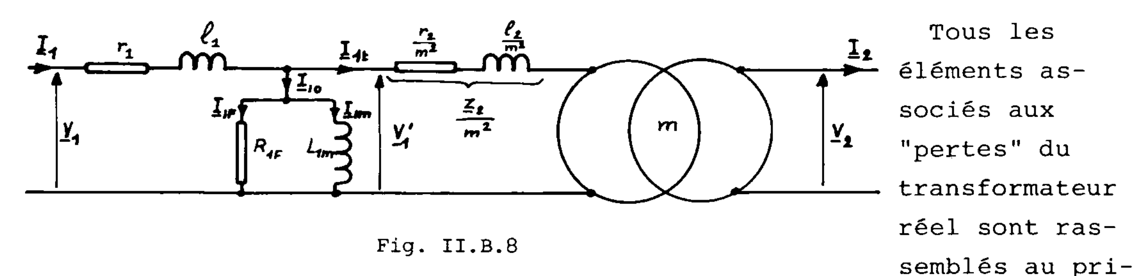


Fig. II.B.8

Tous les éléments associés aux "pertes" du transformateur réel sont rassemblés au primaire où ils constituent un quadripôle en T.

b. Séparation des pertes des enroulements et du circuit. Schémas en Γ *.*

L'intensité I_{1o} du courant à vide est faible devant la valeur nominale I_{1n} de I_1 . On ne commet donc pas une erreur sensible en négligeant la différence qu'il y a entre $\underline{z}_1.\underline{I}_1$ et $\underline{z}_1.\underline{I}_{1t} = \underline{z}_1.(\underline{I}_1 - \underline{I}_{1o})$, d'autant que cette chute de tension primaire est déjà faible devant

$\underline{V}_1$. On aura donc un schéma pratiquement équivalent au précédent en amenant la bobine inductrice fictive (L_{1m} en parallèle sur R_{1F}) en amont de $\underline{z}_1$.

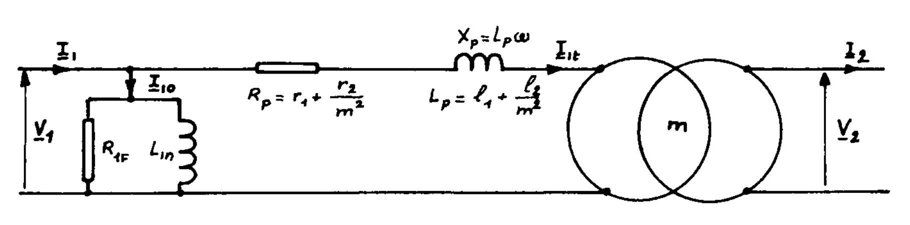


Fig.II.B.9

D'où le schéma de la fig. II.B.9. Les pertes du circuit magnétique sont à l'entrée (R_{1F} consomme les pertes fer, L_{1m} absorbe la puissance magnétisante).

L'impédance série :

$$\underline{Z}_p = R_p + jX_p = R_p + jL_p\omega = r_1 + \frac{r_2}{m^2} + j(\ell_1 + \frac{\ell_2}{m^2})\omega \qquad (II.B.22)$$

rassemble toutes les pertes des enroulements (effet Joule et fuites de flux), ramenées au primaire. On reconnaît d'ailleurs en :

$$L_p = \ell_1 + \frac{1}{m^2} \cdot \ell_2$$

l'inductance totale de pertes de flux de Boucherot, ramenée au primaire, telle que nous l'avions définie au §II.A.I.1.d.

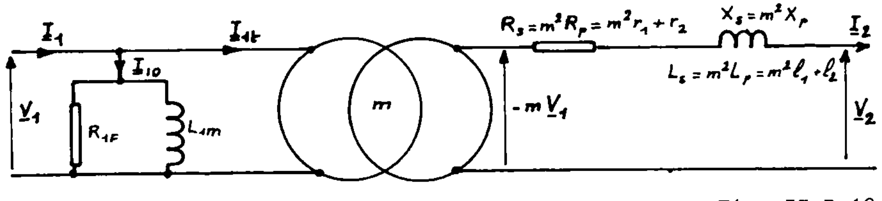


Fig. II.B.10

L'impédance de pertes des enroulements peut aussi bien être ramenée au secondaire du T.P., multipliée par m^2. D'où le schéma de la fig. II.B.10, équivalent au précédent, d'impédance secondaire :

$$\underline{Z}_s = m^2 . \underline{Z}_p = R_s + jX_s = R_s + jL_s\omega = m^2 . r_1 + r_2 + j(m^2 . \ell_1 + \ell_2)\omega \qquad (II.B.23)$$

c. Hypothèse de Kapp

Si on peut admettre que l'intensité du courant à vide, I_{1o} , est négligeable devant I_1 , au voisinage de la charge nominale, le schéma électrique se simplifie encore. Cette hypothèse de travail, dite *hypothèse de Kapp*, permet de remplacer la bobine fictive magnétisante des schémas précédents par un circuit ouvert, sans conséquence sensible sur l'intensité I_1 du courant primaire.

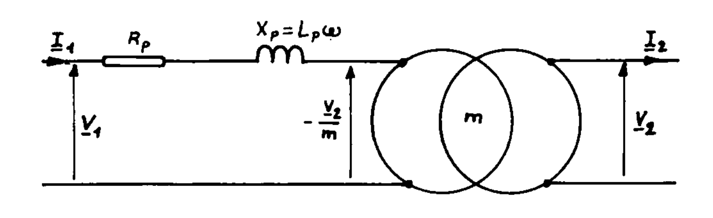


Fig. II.B.11

D'où le dispositif de la fig. II.B.11 lorsque les pertes des bobines sont représentées par l'impédance série primaire :

$$\underline{Z}_p = R_p + jX_p = R_p + jL_p\,\omega$$

Si on rassemble ces pertes au secondaire, en les attribuant à une impédance série :

$$\underline{Z}_s = m^2.\underline{Z}_p = R_s + jX_s = R_s + jL_s\omega$$

on obtient le schéma II.B.12.

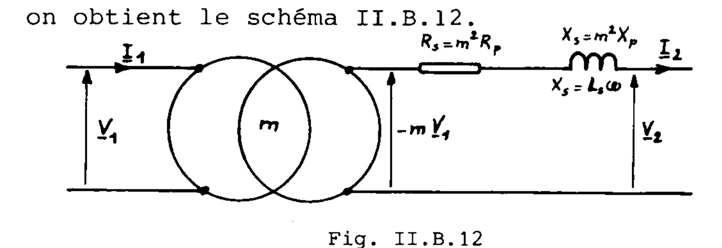


Fig. II.B.12

$\underline{Z}_p$ et $\underline{Z}_s$ sont dites *impédances totales de pertes des enroulements* ramenées au primaire ou au secondaire.

II.B.II.4 DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS DES SCHÉMAS ÉLECTRIQUES

L'utilisation pratique des schémas établis suppose la connaissance des valeurs numériques d'un certain nombre de grandeurs caractéristiques du transformateur étudié : rapport de transformation (m), bobine magnétisante fictive (L_{1m} et R_{1F}, ou I_{1m} et I_{1F}, soit $\underline{I}_{1o}$), impédance de pertes ($\underline{Z}_p$ ou $\underline{Z}_s$, soit R_s et X_s) .

On sait que la bobine fictive magnétisante dépend de la tension d'alimentation ; on déterminera donc son schéma équivalent pour la tension primaire de travail, c'est-à-dire en général la tension nominale.

Donnons le principe de la mesure des caractéristiques d'un transformateur. Pour la mise en oeuvre expérimentale, on pourra s'inspirer de celle décrite dans le cas des dispositifs triphasés.

a. Essai à vide

La fig. II.B.13 indique le schéma de principe de cet essai. Le primaire est alimenté sous la tension normale.

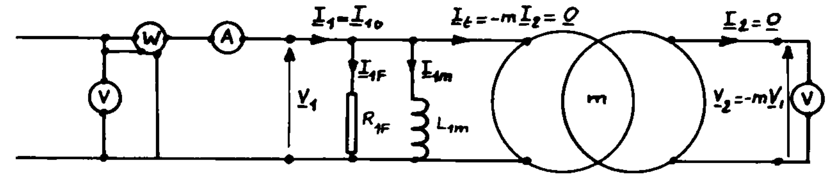


Fig. II.B.13

On mesure V_1, I_{1o}, P_{1o} et V_{2o} . On voit immédiatement que la chute de

tension dans l'impédance de pertes ($\underline{Z}_s$), parcourue par $I_2 = 0$, est nulle. D'où:

$$\underline{V}_{2o} = -m.\underline{V}_1 \ , \ V_{2o} = m.V_1 \ , \ m = \frac{V_{2o}}{V_1} \ . \qquad (II.B.24)$$

Par ailleurs le théorème de Boucherot impose que la puissance active P_{1o} mesurée par le wattmètre (dans le schéma de principe) soit consommée en aval ; si on néglige les consommations des appareils de mesure on voit que cela implique :

$$P_{1o} = V_1.I_{1o}.\cos\phi_{1o} = R_{1F}.I_{1F}^2 = V_1.I_{1F} \ .$$

On en déduit :

$$\cos\phi_{1o} = \frac{P_{1o}}{V_1.I_{1o}} \ , \ I_{1F} = \frac{P_{1o}}{V_1} = I_{1o}.\cos\phi_{1o} \qquad (II.B.25)$$

ou :

$$R_{1F} = \frac{V_1}{I_{1F}} = \frac{V_1^2}{P_{1o}} \ . \qquad (II.B.26)$$

Enfin, on peut déterminer l'intensité du courant magnétisant :

$$I_{1m} = \sqrt{I_{1o}^2 - I_{1F}^2} = \sqrt{I_{1o}^2 - \left(\frac{P_{1o}}{V_1}\right)^2} = I_{1o}.\sin\phi_{1o} \ . \qquad (II.B.27)$$

D'où la puissance magnétisante et l'inductance fictive :

$$Q_{1m} = V_1.I_{1m} = \sqrt{(V_1.I_{1o})^2 - P_{1o}^2} \qquad (II.B.28)$$

$$X_{1m} = L_{1m}\omega = \frac{V_1}{I_{1m}} = \frac{V_1^2}{\sqrt{(V_1.I_{1o})^2 - P_{1o}^2}} \qquad (II.B.29)$$

Remarque 1 : Dans la pratique on ne déterminera que les éléments utilisés par la suite, c'est-à-dire, en général, un des trios suivants :

m, I_{1o}, ϕ_{1o} ou m, I_{1F}, I_{1m} ou $m, R_{1F}, L_{1m}\omega$ ou m, P_{1o}, Q_{1m}.

Remarque 2 : Le transformateur présente généralement à vide une impédance apparente élevée ; d'où le montage Amont proposé sur le schéma de principe.

b. *Essai en court-circuit*

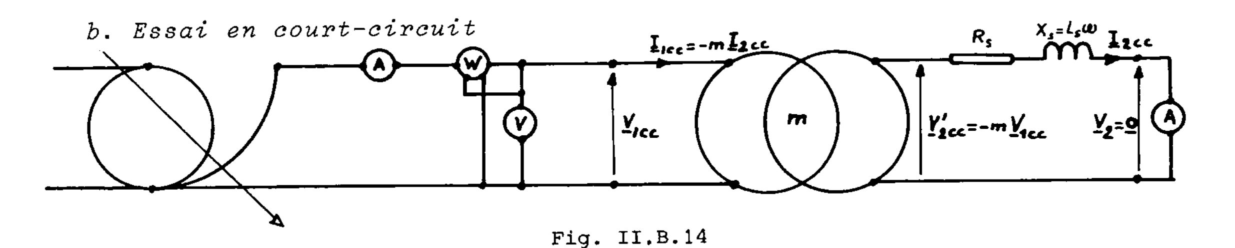


Fig. II.B.14

Lorsque le secondaire est court-circuité ($V_2 = 0$) le T.P. débite sur $\underline{Z}_s$, dans le cas du schéma utilisé sur la fig. II.B.14, c'est-à-dire que la source d'alimentation voit une impédance équivalente au primaire de valeur :

$$\frac{1}{m^2} \cdot \underline{Z}_s = \underline{Z}_p$$

Il n'est pas possible, en général, d'appliquer aux bornes de cette impédance la tension nominale sans provoquer l'apparition de courants d'intensités dangereuses pour le matériel. Lors du court-circuit, le transformateur sera donc connecté sous tension réduite, choisie de telle sorte qu'elle conduise à des courants d'intensités nominales.

On mesurera I_{2cc}, V_{1cc}, P_{1cc} et I_{1cc}. Sous tension réduite, le flux d'induction est lui aussi réduit (fonctionnement à flux forcé) et le circuit magnétique n'est plus saturé ; les pertes du circuit, dont on sait qu'elles sont fonction du carré de l'induction maximale, seront alors négligées.

La puissance absorbée est donc consommée dans l'impédance de pertes ; d'où :

$$P_{1cc} = R_s . I_{2cc}^2 , \quad R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} , \quad R_p = \frac{1}{m^2} . R_s . \qquad (II.B.30)$$

On peut aussi déterminer la valeur de l'impédance de pertes :

$$-m.\underline{V}_{1cc} = \underline{Z}_s . \underline{I}_{2cc} , \quad Z_s = \frac{m.V_{1cc}}{I_{2cc}} , \quad Z_p = \frac{1}{m^2} . Z_s . \qquad (II.B.31)$$

D'où la réactance totale de pertes :

$$X_s = L_s\omega = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} \qquad X_p = \frac{1}{m^2} . X_s \qquad (II.B.32)$$

Remarque 1 : Les résultats sont indépendants de la valeur de V_{1cc} ; on cherchera la précision maximale en la choisissant de telle sorte que $I_{2cc} = I_{2n}$.

Remarque 2 : En court-circuit le transformateur est équivalent, vu du primaire, à une impédance $\underline{Z}_p$ faible ; d'où la méthode de mesure Aval choisie pour le montage ; il faudra aussi éviter de mesurer avec $\underline{Z}_s$ l'impédance de l'ampèremètre indiquant I_{2cc}.

II.B.III PRÉDÉTERMINATION DU FONCTIONNEMENT EN CHARGE

II.B.III.1 DIAGRAMMES VECTORIELS

a. Diagrammes vectoriels complets

Ils traduisent vectoriellement le schéma équivalent complet du transformateur réel. Leur intérêt est purement analytique : ils permettent de disséquer le fonctionnement interne de la machine.

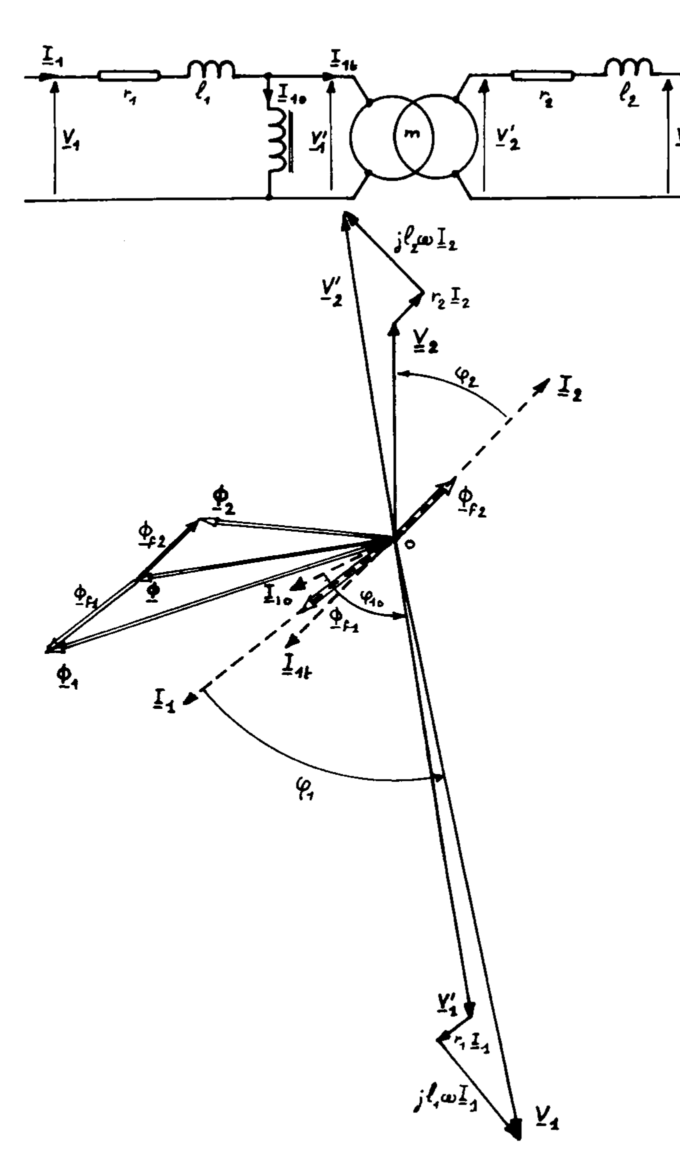


Fig. II.B.15

Décrivons l'élaboration des diagrammes (en supposant connues les grandeurs m, r_1, ℓ_1, r_2, ℓ_2 et $\underline{I}_{1o}$) lorsque la charge (V_2, I_2, ϕ_2) est imposée :

- on trace $\underline{V}_2$ et $\underline{I}_2$;
- on construit :

  $\underline{V}'_2 = \underline{V}_2 + r_2\underline{I}_2 + j\ell_2\omega\underline{I}_2$
- on en déduit :

  $\underline{V}'_1 = -\frac{1}{m}\cdot\underline{V}'_2$
- on construit $\underline{I}_{1o}$ en retard de ϕ_{1o} sur $\underline{V}'_1$;
- on détermine $\underline{I}_{1t} = -m\underline{I}_2$
- on en déduit :

  $\underline{I}_1 = \underline{I}_{1t} + \underline{I}_{1o}$
- on peut alors construire :

  $\underline{V}_1 = \underline{V}'_1 + r_1\underline{I}_1 + j\ell_1\omega\underline{I}_1$,
- On peut mesurer : V_1, I_1 et ϕ_1, en déduire les puissances absorbées :

$$P_1 = V_1 I_1 \cos\phi_1 \qquad Q_1 = V_1 I_1 \sin\phi_1$$

et le rendement :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 I_2 \cos \phi_2}{V_1 I_1 \cos \phi_1} .$$

On peut aussi représenter les vecteurs :

$$\underline{\Phi} = \frac{1}{jn_1\omega} \cdot \underline{V}'_1 \qquad \underline{\Phi}_{f1} = \ell_1 \cdot \underline{I}_1 \qquad \underline{\Phi}_{f2} = \ell_2 \cdot \underline{I}_2$$

et en déduire les flux dans les enroulements :

$$\underline{\Phi}_1 = \underline{\Phi} + \underline{\Phi}_{f1} \quad \underline{\Phi}_2 = \underline{\Phi} + \underline{\Phi}_{f2} .$$

La fig. II.B.15 indique les dispositions relatives des grandeurs ainsi définies dans le cas d'une charge sur récepteur inductif. On a volontairement exagéré l'importance des pertes (normes relatives de $\underline{I}_{1o}$, $\underline{z}_1\underline{I}_1$, $\underline{z}_2\underline{I}_2$, $\underline{\Phi}_{f1}$ et $\underline{\Phi}_{f2}$). On remarque l'aspect démagnétisant des fuites de flux, dans les conditions de charge fixées : le flux d'induction vu par le secondaire est inférieur à celui qui parcourt le circuit magnétique, lui-même inférieur à celui qui est créé par le primaire. Une charge capacitive conduirait, bien entendu, à un résultat opposé.

En pratique, une méthode de prédétermination doit permettre de calculer, à partir d'essais à puissance réduite (très inférieure aux valeurs nominales), c'est-à-dire à partir des éléments déduits des essais à vide et en court-circuit, toutes les caractéristiques cinétiques et énergétiques d'un fonctionnement en charge donné. Dans l'exemple choisi l'état étudié était défini par les valeurs de V_2 , I_2 et ϕ_2; les diagrammes fournissaient celles de V_1, I_1, Φ_1, P_1 , Q_1 et η. On aurait pu fixer (V_1, I_1, Φ_1) et en déduire, inversement, V_2, I_2, ϕ_2, P_2, Q_2 et η.

b. Diagrammes vectoriels simplifiés

Si on adopte le schéma électrique simplifié où les pertes des enroulements sont ramenées au secondaire, schéma rappelé sur la fig. II.B.16, la résolution graphique du problème s'effectue comme suit, en supposant toujours fixées les valeurs V_2, I_2 et ϕ_2:

- on construit :

$$-m.\underline{V}_1 = R_s.\underline{I}_2 + jX_s.\underline{I}_2 + \underline{V}_2$$

- on en déduit $\underline{V}_1$;
- on trace $\underline{I}_{1o}$ en retard de ϕ_{1o} sur $\underline{V}_1$.

- on met en place :

$$\underline{I}_{1t} = -m.\underline{I}_2$$

- on construit :

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1t} + \underline{I}_{1o}$$

- on mesure V_1, I_1 et ϕ_1 et on en déduit :

$$P_1 = V_1 I_1 \cos\phi_1 \,,\; Q_1 = V_1 I_1 \sin\phi_1 \,,\; \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 I_2 \cos\phi_2}{V_1 I_1 \cos\phi_1} \;.$$

Les valeurs de m, R_s, X_s, I_{1o} et ϕ_{1o} peuvent être déterminées (voir chapitre précédent); on utilisera ces diagrammes lorsque l'intensité du courant à vide n'est pas négligeable devant celle du courant primaire de travail.

Cette méthode permet aussi de calculer V_2, I_2, ϕ_2, P_2, Q_2 et η si on se fixe les valeurs de V_1, I_1 et ϕ_1.

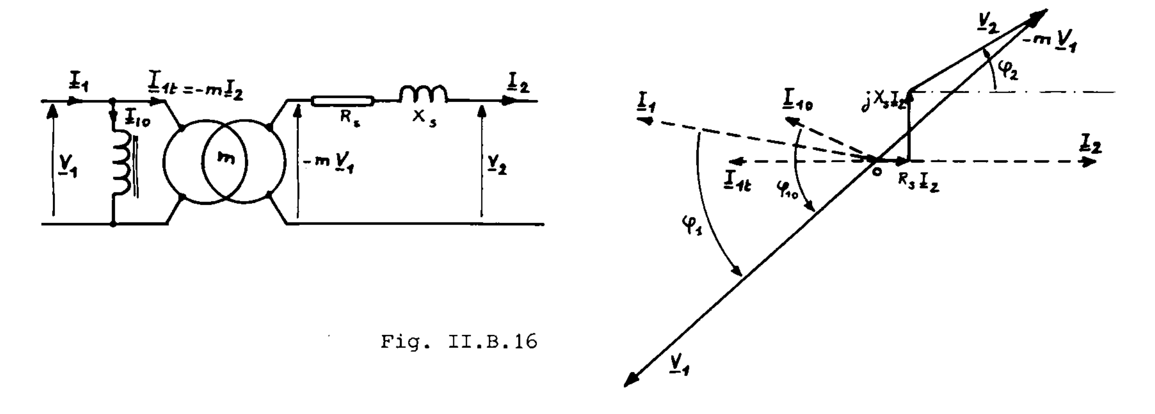


Fig. II.B.16

II.B.III.2 DIAGRAMME DE KAPP

Lorsque l'intensité du courant à vide I_{1o} est négligeable devant celle du courant primaire en charge (hypothèse de Kapp), le schéma électrique se réduit à celui de la fig. II.B.17.

On voit immédiatement que :

- le diagramme vectoriel des tensions, traduction de :

$$-m.\underline{V}_1 = R_s.\underline{I}_2 + jX_s.\underline{I}_2 + \underline{V}_2$$

est identique à celui de la méthode précédente ;

- le diagramme des intensités devient :

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1t} = -m.\underline{I}_2 \;.$$

La construction graphique se réduit donc au diagramme des tensions et on remarque que, comme dans le cas du transformateur parfait, on a :

$$\phi_1 = \phi'_2 \cdot \text{ (retard de } \underline{I}_2 \text{ sur } \underline{V}'_2 = -m\,\underline{V}_1).$$

Le diagramme de Kapp est donc une simple application de la méthode étudiée précédemment dans le cas où I_{1o} est nulle. Il permet de déter- $V_1, I_1 = mI_2$ et $\phi_1 = \phi'_2$ si on fixe V_2, I_2 et ϕ_2, ainsi que l'inverse.

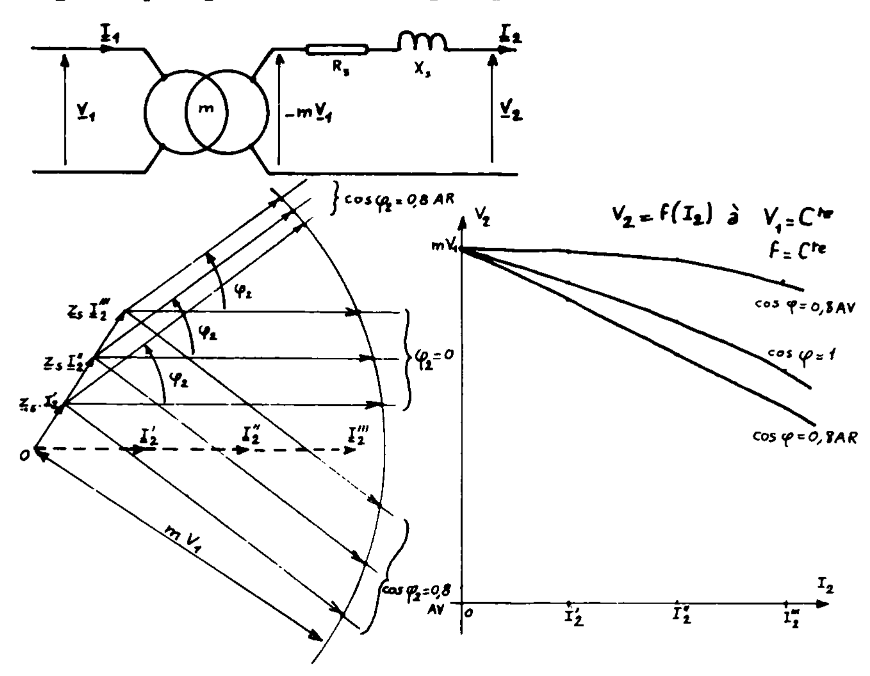


Fig. II.B.17

On peut aussi se donner les valeurs de V_1, I_2 et ϕ_2 et en déduire celles de V_2, $I_1 = mI_2$ et $\phi_1 = \phi'_2$. La fig. II.B.17 montre une application de cette dernière possibilité. Pour trois valeurs de l'intensité du courant secondaire on a construit $\underline{Z}_s.\underline{I}_2$ et les directions de $\underline{V}_2$ en avance de ϕ_2 sur $\underline{I}_2$. Un arc de cercle de rayon $m.V_1$ définit sur ces droites les extrémités de $\underline{V}_2$ (on vérifie facilement que :

$$-m.\underline{V}_1 = \underline{Z}_s.\underline{I}_2 + \underline{V}_2).$$

Il ne reste qu'à mesurer les valeurs efficaces V_2 cherchées. On a construit ainsi les courbes caractéristiques externes :

$$V_2 = f(I_2) \quad \text{à } V_1 = \text{Cte} \; , \; f = \text{Cte} \quad \text{et} \quad \cos\phi_2 = \text{Cte}$$

(dans notre cas nous avons pris trois valeurs de facteur de puissance : 0,8 AR, 1 et 0,8 AV).

Remarque générale : La plupart des calculs vectoriels décrits jusqu'ici peuvent désormais être effectués à la machine à calculer avec un gain appréciable de temps et de précision. Il importe tout de même de considérer que la précision de la détermination mise en oeuvre est nécessairement limitée du fait que les éléments des schémas équivalents (m, R_s, X_s, I_{1o},ϕ_{1o}) sont déduits de mesures, donc affectés d'une incertitude. Par ailleurs, et quitte à réduire le gain de temps, on aura intérêt à "visualiser" les constructions graphiques en traçant des diagrammes "qualitatifs", sans échelles,sur lesquels on portera les valeurs numériques intermédiaires fournies par la calculatrice ; cette "trace" du calcul permettra, en comparant les ordres de grandeur des normes des vecteurs obtenus par les diagrammes et par le calcul, de repérer rapidement certaines erreurs de manipulation de la calculatrice (inversion du signe d'une phase, par exemple).

II.B.III.3 DIAGRAMME DU TRIANGLE FONDAMENTAL

En général, la chute de tension en charge d'un transformateur, c'est-à-dire la différence des tensions efficaces :

$$\Delta V_2 = V_{2o} - V_2 = m.V_1 - V_2$$

est de valeur très faible devant celle de la tension secondaire nominale. Cela signifie que la construction du diagramme des tensions (cf. fig. II.B.18) conduit à tracer un triangle de Kapp OAB ($OA = R_s I_2$, $AB = X_s I_2$, $OB = Z_s I_2$) de très petites dimensions devant celles des segments $OD = m.V_1$ et $BD = V_2$. Ce diagramme permettra toujours de mesurer V_2 (si V_1 est connue) ou V_1 (si on fixe la valeur de V_2) avec une bonne précision. Mais la détermination de la chute de tension efficace, qui se ramène à la mesure du segment :

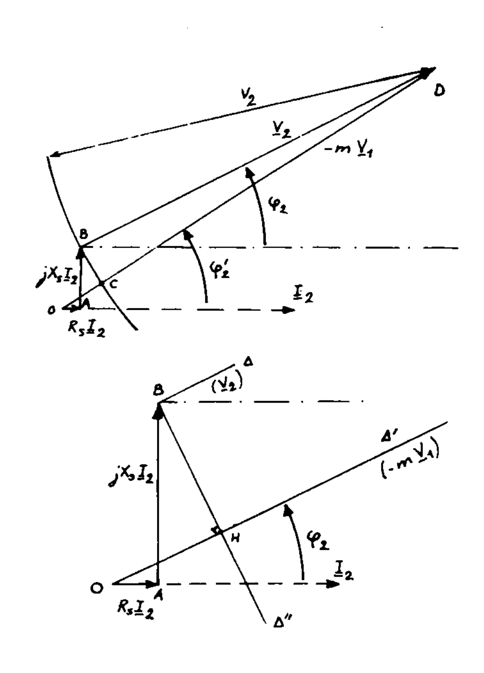


Fig. II.B.18

$$\Delta V_2 = m.V_1 - V_2 = OD - BD = OC$$

sera entachée d'une forte incertitude, compte tenu des ordres de grandeur déjà énoncés (OC vaudra quelques centièmes de OD).

Dans ces conditions, on n'introduira pas une source d'erreur plus importante en admettant que tout se passe comme si le point D était situé à l'infini pour les points O,A,B et C, c'est-à-dire en admettant que les angles ϕ_2 et ϕ'_2 sont égaux. On peut alors limiter la construction graphique à celle du triangle OAB, dit *triangle fondamental ;* les droites Δ (direction de $\underline{V}_2$) et Δ' (direction de $-m.\underline{V}_1$, sont en avance de ϕ_2 sur $\underline{I}_2$. L'arc de cercle, de rayon V_2 et centré en D, devient la droite Δ'' perpendiculaire en H à Δ'. Le point H est alors l'homologue de C et la chute de tension efficace en charge a pour valeur approchée :

$$\Delta V_2 = OH \ .$$

L'hypothèse simplificatrice ($\phi_2 = \phi'_2$) n'introduit pas une imprécision importante sur la mesure de ΔV_2 ; un calcul d'erreur montrerait que ce sont les incertitudes affectées aux éléments R_s et X_s utilisés dans la construction qui limitent la précision du résultat.

On remarque que le segment OH est la somme algébrique des projections de OA et de AB sur la droite Δ'' et peut donc aussi s'exprimer :

$$OH = OA.\cos\phi_2 + AB.\cos(\frac{\pi}{2} - \phi_2) = OA.\cos\phi_2 + AB.\sin\phi_2 \ .$$

D'où l'expression approchée de la chute de tension efficace en charge :

$$\Delta V_2 = OH = R_s I_2.\cos\phi_2 + X_s I_2.\sin\phi_2 \qquad \textit{(II.B.33)}$$

Remarque : Il ne faut pas confondre la chute de tension efficace :

$$\Delta V_2 = V_{2o} - V_2 = m.V_1 - V_2$$

et la chute vectorielle de tension en charge :

$$\underline{V}_{2o} - \underline{V}_2 = -m.\underline{V}_1 - \underline{V}_2 = R_s.\underline{I}_2 + jX_s.\underline{I}_2 \ .$$

La norme de cette dernière grandeur, d'expression $Z_s.I_2$, n'est pas égale à la chute de tension efficace au secondaire.

II.B.III.4 MÉTHODE DE BOUCHEROT

Certains fonctionnements en charge du transformateur pourront être étudiés en utilisant le théorème de Boucherot, cité au § I.A.II.2 , relatif à la conservation des puissances active et réactive.

Exemple : La charge du transformateur étant connue (V_2, I_2, ϕ_2), on veut déterminer les grandeurs électriques primaires (V_1, I_1, ϕ_1). On va exprimer les bilans énergétiques (en puissances active et réactive) tels qu'ils se déduisent du schéma équivalent ; le T.P., qui ne consomme rien par construction, sera choisi comme intermédiaire ; on notera P_{1t} et Q_{1t} les puissances qu'il transmet et ϕ_{1t} le retard de $\underline{I}_{1t}$ sur $\underline{V}_1$. D'où les équations :

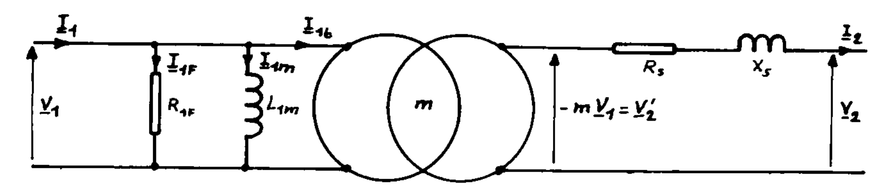


Fig. II.B.19

$$P_1 = V_1 I_1 \cos\phi_1 = P_{Fer} + P_{1t} \quad (1)$$

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin\phi_1 = Q_{1m} + Q_{1t} \quad (2)$$

$$P_{1t} = V_1 I_{1t} \cos\phi_{1t} = R_s . I_2^2 + V_2 I_2 \cos\phi_2 \quad (3)$$

$$Q_{1t} = V_1 I_{1t} \sin\phi_{1t} = X_s . I_2^2 + V_2 I_2 \sin\phi_2 \quad (4)$$

Connaissant les valeurs de m, $P_{Fer} = P_{1o}$, $Q_{1m} = Q_{1o}$, R_s et X_s et le trio (V_2, I_2, ϕ_2) étant fixé on procède comme suit :

- on calcule $I_{1t} = m.I_2$;
- on détermine les valeurs numériques de P_{1t} et Q_{1t} grâce à *(3)* et *(4)* ;
- on en déduit la valeur de :

$$S_{1t} = V_1 I_{1t} = \sqrt{P_{1t}^2 + Q_{1t}^2}$$

- d'où la valeur de V_1 :

$$V_1 = \frac{S_{1t}}{I_{1t}} = \frac{\sqrt{P_{1t}^2 + Q_{1t}^2}}{m.I_2}$$

- on calcule les valeurs numériques de P_1 et Q_1 au moyen de *(1)* et *(2)*
- d'où celle de S_1 :

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = V_1 I_1$$

- on en déduit celle de I_1 :

$$I_1 = \frac{S_1}{V_1} = \frac{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}}{V_1}$$

- on peut enfin calculer le facteur de puissance primaire :

$$\cos\phi_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1}{V_1 I_1} .$$

Théoriquement, toutes les prédéterminations du fonctionnement d'un transformateur peuvent être obtenues par cette méthode. En effet, si on ajoute aux quatre expressions précédentes du théorème de Boucherot les deux relations du T.P. :

$$\underline{V}'_2 = -m.\underline{V}_1 \quad V'_2 = m.V_1 \tag{5}$$

$$\underline{I}_{1t} = -m.\underline{I}_2 \quad I_{1t} = m.I_2 \tag{6}$$

on obtient un système de six équations entre les neuf grandeurs électriques :

$$V_1,\ I_1,\ \phi_1,\ I_{1t},\phi_{1t},\ V'_2\ ,\ V_2\ ,\ I_2\ ,\phi_2\ .$$

Si on fixe les valeurs de trois de ces grandeurs, on est ramené à six équations à six inconnues ; ce système peut être résolu dans un grand nombre de cas mais les calculs ne sont vraiment simples que pour quelques problèmes particuliers, comme celui cité en exemple.

On aura intérêt à choisir le schéma équivalent le plus adapté à la prédétermination à effectuer.

Exemple : Pour résoudre le problème inverse du précédent on peut considérer le schéma électrique de la fig. II.B.20, équivalent à celui de II.B.19 .

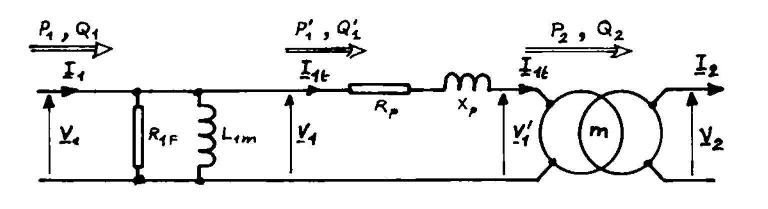


Fig. II.B.20

Connaissant V_1, I_1 et ϕ_1, on calcule :

$$P'_1 = V_1 I_1 \cos\phi_1 - P_{1o}$$

$$Q'_1 = V_1 I_1 \sin\phi_1 - Q_{1o} \ .$$

On en déduit :

$$S'_1 = \sqrt{(P'_1)^2 + (Q'_1)^2} \ , \quad I_{1t} = \frac{S'_1}{V_1} \ , \quad I_2 = \frac{1}{m}.I_{1t} \ .$$

On calcule ensuite :

$$P_2 = P'_1 - R_p.I^2_{1t}$$

$$Q_2 = Q'_1 - X_p.I^2_{1t}$$

D'où :

$$S_2 = \sqrt{P^2_2 + Q^2_2} \qquad V_2 = \frac{S_2}{I_2} \qquad \cos\phi_2 = \frac{P_2}{S_2}$$

II.B.IV ÉTUDE ÉNERGÉTIQUE DU TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ

II.B.IV.I BILAN DES PERTES D'ÉNERGIE ACTIVE

Le bilan énergétique du transformateur réel se déduit immédiatement du schéma électrique équivalent établi pour le régime sinusoïdal ; par construction, ce schéma rend compte des pertes d'énergie.

Appliquons le théorème de Boucherot au dispositif de la fig. II.B.21 :

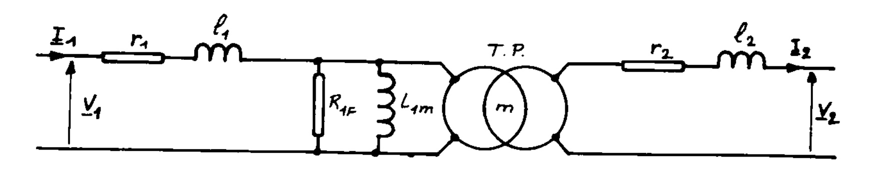


Fig. II.B.21

$$P_1 = V_1 I_1 \cos\phi_1 = r_1 I_1^2 + P_{Fer} + r_2 I_2^2 + V_2 I_2 \cos\phi_2 \;.$$

La somme des pertes du transformateur s'exprime donc :

$$P_{Pertes} = V_1 I_1 \cos\phi_1 - V_2 I_2 \cos\phi_2 = P_{Fer} + r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 \;.$$

On distingue donc deux types de pertes :

a. Pertes ferromagnétiques

(hystérésis et courants de Foucault) ; localisées dans les tôles du circuit magnétique, leur valeur dépend de la fréquence et de la valeur maximale de l'induction magnétique, suivant une loi donnée par la formule *(II.A.19)* établie au chapitre II.A.II :

$$P_{Fer} = a.v.f.B_m + b.v.f.B_m^2 + K.v.f^2.B_m^2$$

où v est le volume de fer utilisé et a,b et K des coefficients dont la valeur est fonction de la nature du matériau.

On a vu que l'induction maximale a une valeur imposée par celle de la tension d'alimentation (fonctionnement à flux forcé). La puissance perdue dans le circuit ferromagnétique n'est donc fonction que de la fréquence et de la tension d'alimentation.

b. Pertes par effet Joule dans les enroulements

Dissipées dans les bobines, elles dépendent des valeurs des intensités efficaces des courants primaire et secondaire :

$$P_J = r_1.I_1^2 + r_2.I_2^2 \;.$$

Si on néglige l'erreur commise en confondant I_1 et I_{1t} (en valeurs efficaces) on peut aussi écrire :

$$P_J = R_p . I_1^2 = R_s . I_2^2 \ .$$

II.B.IV.2 RENDEMENT DU TRANSFORMATEUR

Si l'énergie traverse le transformateur du primaire vers le secondaire, ce qui n'est pas une évidence, c'est-à-dire si les facteurs de puissance $\cos \phi_1$ et $\cos \phi_2$ sont positifs, la puissance primaire est absorbée tandis que P_2 est fournie à la charge :

$$P_a = P_1 = V_1 I_1 \cos\phi_1 \qquad P_u = P_2 = V_2 I_2 \cos\phi_2 \ .$$

D'où l'expression du rendement :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 I_2 \cos \phi_2}{V_1 I_1 \cos \phi_1} = \frac{V_2 I_2 \cos \phi_2}{V_2 I_2 \cos\phi_2 + P_{Fer} + P_J} \ .$$

a. Fonctionnements à intensité et tension secondaires constantes

Alors les pertes par effet Joule sont constantes ($P_J = R_s . I_2^2$) ; la chute de tension en charge étant faible, on peut aussi admettre que la tension primaire a une valeur constante, ainsi que les pertes fer. Le rendement est alors fonction du facteur de puissance secondaire et on peut l'exprimer :

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos \phi_2}{V_2 I_2 \cos\phi_2 + P_{Pertes}} = \frac{V_2 I_2}{V_2 I_2 + \dfrac{P_{pertes}}{\cos\phi_2}} = \frac{A}{A + \dfrac{B}{\cos \phi_2}}$$

où : $A = V_2 I_2 = \text{Cte}$ et $B = P_{pertes} = \text{Cte}.$

On voit sur cette écriture que le rendement passe par sa valeur maximale lorsque le facteur de puissance secondaire est égal à l'unité.

> THEOREME 1
>
> *A intensité du courant et tension secondaires constantes, la valeur du rendement d'un transformateur est maximale au facteur de puissance secondaire égal à l'unité (charge purement active).*

On remarque aussi que le rendement est une fonction paire de ϕ_2, comme $\cos \phi_2$.

b. Fonctionnements à tension et facteur de puissance secondaires constants

La tension primaire et les pertes ferromagnétiques sont toujours pratiquement constantes et le rendement s'écrit :

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos\phi_2}{V_2 I_2 \cos\phi_2 + P_{Fer} + R_s I_2^2} = \frac{V_2 \cos\phi_2}{V_2 \cos\phi_2 + \frac{P_{Fer}}{I_2} + R_s I_2} = \frac{A}{A + \frac{B}{I_2} + C.I_2}$$

où A,B et C sont des grandeurs constantes.

On sait que la somme $\frac{B}{I_2} + C.I_2$ de deux termes dont le produit(B.C) est constant passe par sa valeur minimale lorsque ces deux termes ont même valeur. Le rendement sera donc maximal lorsque :

$$\frac{B}{I_2} = C.I_2, \text{ c'est-à-dire : } \frac{P_{Fer}}{I_2} = R_s I_2 \quad \text{ou} \quad P_{Fer} = R_s I_2^2 = P_J \ .$$

> THEOREME 2
>
> *A facteur de puissance et tension secondaires constants, un transformateur travaille au rendement maximal lorsque les pertes ferromagnétiques et les pertes par effet Joule ont même valeur.*

Le fonctionnement optimal est donc obtenu quand :

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_{Fer}}{R_s}} = \sqrt{\frac{P_{1o}}{R_s}}$$

et la valeur maximale du rendement vaut :

$$\eta_{max} = \frac{V_2 \cos\phi_2}{V_2 \cos\phi_2 + 2\sqrt{P_{1o} . R_s}} \ .$$

Les sections des conducteurs des enroulements d'un transformateur seront choisies de telle sorte que le fonctionnement optimal se produise lorsque l'intensité du courant secondaire prend sa valeur moyenne de travail (I_{2n} pour un matériel à service permanent nominal, $\frac{2}{3}$ de I_{2n} environ pour un transformateur à service variable).

La fig. II.B.22 indique l'allure des courbes :

$$\eta = f(I_2) \quad \text{à} \quad U_2 = \text{Cte}, \quad f = \text{Cte} \quad \text{et} \quad \phi_2 = \text{Cte}$$

pour trois valeurs du déphasage secondaire :

$$\phi_2 = 0, \quad \phi'_2 \quad \text{et} \quad \phi''_2$$

tels que : $|\phi'_2| < |\phi''_2|$.

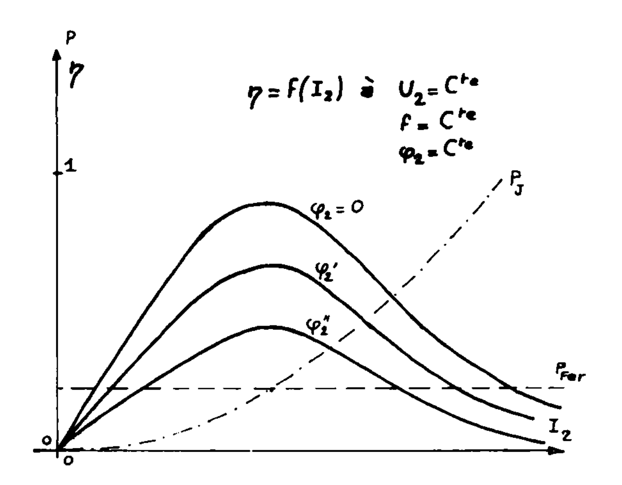


Fig. II.B.22

II.B.IV.3 MESURE DU RENDEMENT

Ce chapitre (Etude énergétique du transformateur) sera aussi utilisé pour analyser le comportement des dispositifs triphasés, considérés comme associations de transformateurs monophasés. C'est pourquoi nous ne limiterons pas ce paragraphe aux procédés destinés aux matériels de faible puissance.

Il ne faudra pas oublier que, comme dans le cas des autres machines, une bonne mesure du rendement ne constitue pas nécessairement une bonne mesure des pertes. En effet, on peut fort bien mesurer P_u et P_a, et donc connaître leur rapport, avec une bonne précision sans que la différence $P_u - P_a$ soit déterminée avec une précision acceptable.

a. Mesure directe du rendement

Elle suppose une mise en charge du transformateur et le relevé de P_u et P_a. Elle n'est donc applicable, sur plate-forme d'essais, qu'aux matériels de faible puissance.

b. Méthode des pertes séparées

On a vu que les pertes dans le fer ne dépendent que de la fréquence et de la tension primaire. Un essai à vide à fréquence et tension primaires normales donnera donc la valeur de ces pertes :

$$P_{Fer} = P_{1o} - r_1 . I_{1o}^2 \neq P_{1o} .$$

Les pertes dans les enroulements ne sont fonction, en première approximation, que de l'intensité du courant de charge. Un essai en court-circuit dans les mêmes conditions d'intensités des courants fournira donc la valeur des pertes par effet Joule dans les conducteurs :

$$P_J = P_{1cc} .$$

On a immédiatement la somme des pertes :

$$P_{pertes} = P_{Fer} + P_J = P_{1o} + P_{1cc}$$

et on peut calculer la valeur du rendement :

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos\phi_2}{V_2 I_2 \cos\phi_2 + P_{1o} + P_{1cc}} \quad \text{ou} \quad \eta = \frac{V_1 I_1 \cos\phi_1 - P_{1o} - P_{1cc}}{V_1 I_1 \cos\phi_1}$$

c. Méthode de récupération (Ayrton et Sumpner)

Elle consiste à mettre le transformateur dans les conditions normales de fonctionnement tout en ne fournissant qu'une puissance de faible valeur devant celle de la puissance nominale. Pour cela on utilise deux transformateurs identiques T.1 et T.2 couplés en parallèles sur une même source d'alimentation ; leurs secondaires sont couplés en opposition pour qu'il n'y ait pas de courant de circulation (cf. le chapitre sur la marche en parallèle des transformateurs.)

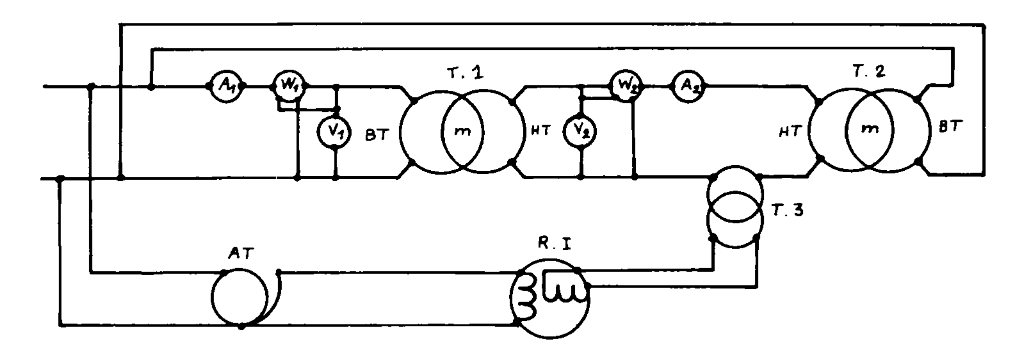


Fig. II.B.23

Un transformateur abaisseur T.3 alimenté sous tension variable grâce à l'autotransformateur A.T. permet de faire circuler dans la maille secondaire un courant d'intensité réglable. Un régulateur à induction R.I. utilisé en déphaseur sert à régler le déphasage de $\underline{I}_2$ sur $\underline{V}_2$. En manipulant A.T. et R.I. on fixe donc le fonctionnement de T.1 et il suffit de mesurer au moyen des wattmètres W_1 et W_2 les puissances absorbées et utiles. T.2 restitue à la source l'énergie qu'il reçoit de T.1 moins ses propres pertes. Le réseau ne fournit en définitive que la somme des pertes des différents matériels en service.

On peut utiliser le même type de montage pour déterminer les pertes d'un transformateur. La fig. II.B.24 indique la disposition des appareils de mesure.

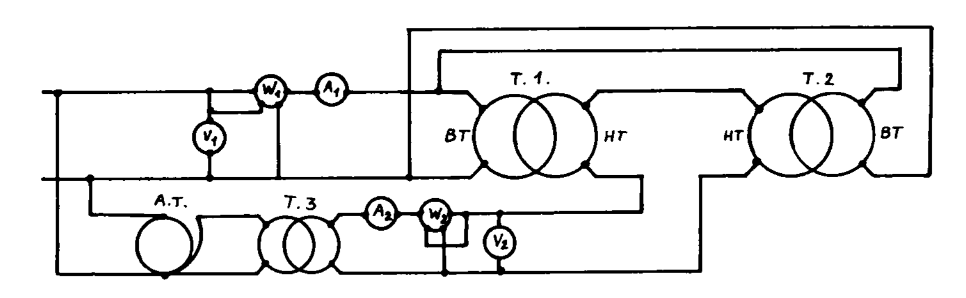


Fig. II.B.24

On peut alors faire l'économie du régulateur à induction puisque les pertes sont indépendantes du facteur de puissance. On règle l'intensité du courant de charge grâce à l'autotransformateur A.T. Le wattmètre W_1 indique la puissance $P_1 = 2.P_{Fer}$ fournie aux primaires ; W_2 mesure $P_2 = 2.P_J$ fournie aux secondaires.

II.B.V UTILISATION DES TRANSFORMATEURS MONOPHASÉS

II.B.V.1 GENERALITES

a. Usages

On utilise généralement les transformateurs monophasés aux puissances ne dépassant pas quelques kVA . On les rencontre surtout :

- pour l'obtention des Très Basses Tensions de sécurité (tensions inférieures à 24 V) ; applications : circuits mal isolés, locaux humides, jouets, etc.
- pour la séparation, c'est-à-dire l'isolement galvanique, d'appareils ou de portions de réseaux ;
- pour la production des B.T. ou des H.T. nécessaires au fonctionnement d'appareils alimentés en 220 V : B.T. pour ceux qui utilisent de l'électronique à transistors (matériel audio-fréquence), H.T. pour ceux qui comportent des tubes cathodiques (téléviseurs, oscilloscopes) ;
- pour la production de forts courants sous faible tension, grâce à un rapport de transformation très petit ; applications : transformateur pour poste de soudure, four à induction (dans ce dernier cas il n'y a qu'une spire secondaire en court-circuit).

b. Grandeurs caractéristiques

La plaque signalétique d'un transformateur indique les valeurs nominales :

* V_{1n} de la tension d'alimentation primaire ;
* V_{2n} de la tension secondaire ;
* S_{2n} de la puissance apparente secondaire ;

Ces trois grandeurs définissent complètement le fonctionnement nominal ; toutefois, la plaque indique aussi, généralement :

* $I_{2n} = \frac{S_{2n}}{V_{2n}}$, intensité du courant secondaire nominal ;
* $f_{p2n} = \cos\phi_{2n}$, facteur de puissance secondaire nominal ; c'est celui qui permet au transformateur, alimenté sous tension normale, de fournir la puissance apparente nominale sous la tension nominale ;

on peut en déduire la valeur de la puissance active nominale :

$$P_{2n} = S_{2n}.\cos_{2n}.$$

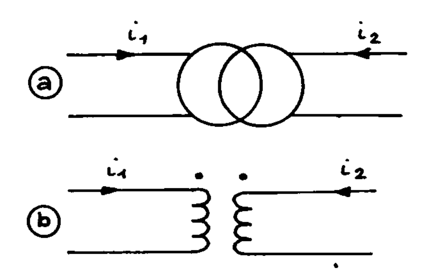
Les valeurs de V_{2n} et V_{1n} permettent de calculer le rapport de transformation nominal :

$$m_n = \frac{V_{2n}}{V_{1n}}$$

qui n'est pas tout-à-fait égal au rapport des nombres de spires : $m = \frac{n_2}{n_1}$ du fait des chutes de tension en charge.

c. Représentations schématiques

Les transformateurs peuvent être représentés indifféremment par les schémas représentés en II.B.25.a ou II.B.25.b . Lorsqu'il est important de connaître le sens de bobinage des deux enroulements on pourra affecter d'un point une extrémité de chaque bobine ; ce repère signifie que des courants pénétrant dans les bobines par les bornes ainsi marquées ont des effets magnétisants additifs :



des courants i_1 et i_2 positifs créent des f.m.m. de même signe et des flux de même sens.

Fig. II.B.25

II.B.V.2 RÉALISATION D'UN TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ

a. Circuit magnétique

On distingue deux sortes de circuits :

- circuit magnétique à deux noyaux, comme celui du transformateur de la fig. II.B.26 ; chaque noyau porte la moitié de l'enroulement primaire et la moitié du secondaire ;

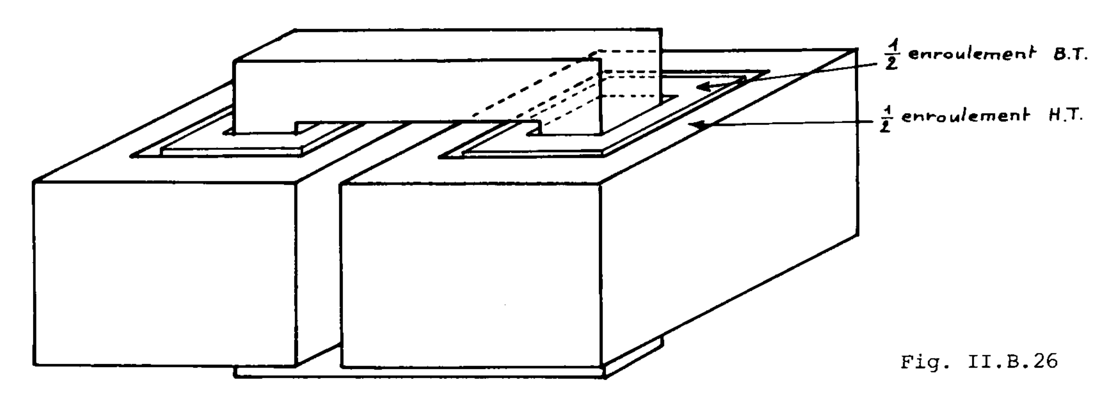


Fig. II.B.26

- circuit magnétique cuirassé; la fig. II.B.27 donne l'allure d'un tel dispositif: le noyau central porte les enroulements, le flux se refermant par l'intermédiaire des colonnes latérales.

enroulement B.T.
enroulement H.T.

Fig. II.B.27

b. Enroulements

Ils peuvent être réalisés :

- en tonneau, c'est-à-dire constituer une bobine de faible épaisseur s'étendant sur une longueur importante de noyau ;
- en galette : bobine épaisse de faible longueur.

Sur les fig. II.B.26 et II.B27, les primaire et secondaire forment des tonneaux concentriques. L'enroulement H.T. est toujours disposé à l'extérieur (cas des enroulements en tonneaux concentriques représentés) ou aux extrémités du noyau(cas d'enroulements en galettes alternées) ; cette disposition a pour but d'assurer une bonne isolation

des spires de cet enroulement entre elles et par rapport à la masse du circuit ; de plus, les intensités des courants B.T. étant plus importantes que celles des courants H.T., on réduira les fuites de flux en rapprochant la bobine B.T. du noyau.

c. Calcul d'un transformateur

Les nombres de spires des enroulements primaires et secondaires sont déterminés, comme dans le cas d'une bobine, grâce à la relation de Boucherot :

$$n = \frac{V}{4{,}44\ fB_m s}$$

si B_m est la valeur maximale admissible de l'induction et s la section du circuit magnétique. On voit que l'on a intérêt à travailler à fréquence aussi élevée que possible puisque les nombres de spires varient comme $\frac{1}{f}$. En augmentant la fréquence, on diminue les nombres de spires, on diminue les dimensions du circuit magnétique (puisqu'il y a moins de conducteur à bobiner) et on diminue les pertes dans le fer.

La puissance apparente nominale S_{2n} permet d'estimer les valeurs nominales des intensités primaire et secondaire I_{1n} et I_{2n} et d'en déduire les sections des conducteurs. Si on désire un échauffement uniforme des enroulements il faut que les densités de courant primaire et secondaire soient égales :

$$\frac{I_1}{s_1} = \frac{I_2}{s_2} .$$

Comme : $I_1 = m.I_2$ on en déduit que : $s_2 = \frac{s_1}{m}$

et :

$$r_2 = \frac{n_2.\ell.\rho}{s_2} = (m)^2 . \frac{n_1.\ell.\rho}{s_1} = m^2.r_1$$

si ℓ est la longueur moyenne d'une spire et ρ la résistivité du matériau conducteur. On constate donc qu'il y a échauffement homogène des bobines lorsqu'elles ont même résistance ramenée au secondaire (ou au primaire).

II.B.V.3 MISE SOUS TENSION D'UN TRANSFORMATEUR

L'alimentation du primaire d'un transformateur sous tension nominale s'accompagne d'un régime transitoire pendant lequel l'intensité du courant appelé peut prendre des valeurs très supérieures à celle de I_{1n}, entraînant parfois l'ouverture des dispositifs de protection.

Nous allons étudier le cas simple d'une bobine sans résistance de n_1 spires à laquelle on applique à l'instant $t = 0$ une tension sinusoïdale d'expression :

$$v_1(t) = V\sqrt{2}.\sin\omega.(t - t_o).$$

Fig. II.B.28

Dans le système des conventions adoptées jusqu'ici on sait que la loi de Faraday impose: $v_1(t) = n_1 . \frac{d}{dt}\phi(t)$.

D'où l'équation :
$$d\,\phi = \frac{V\sqrt{2}}{n_1}.\sin[\omega.(t - t_o)].dt$$
dont la solution s'écrit :
$$\phi = -\frac{V\sqrt{2}}{n_1\omega}.\cos\omega.(t - t_o) + C = -\Phi_m.\cos\omega.(t - t_o) + C .$$

On détermine la valeur de la constante d'intégration C en écrivant qu'à l'instant $t = 0$ l'intensité du courant $i_1(t)$ est nulle ; le flux d'induction est alors le flux rémanent du circuit magnétique, fonction de l'état du dispositif au moment de sa précédente mise hors service.

D'où :
$$\Phi_r = -\Phi_m.\cos\omega.t_o + C$$
et :
$$C = \Phi_m.\cos\omega.t_o + \Phi_r .$$

La solution complète s'exprime donc :
$$\phi = \Phi_m.[\cos\omega.t_o - \cos\omega.(t - t_o)] + \Phi_r .$$

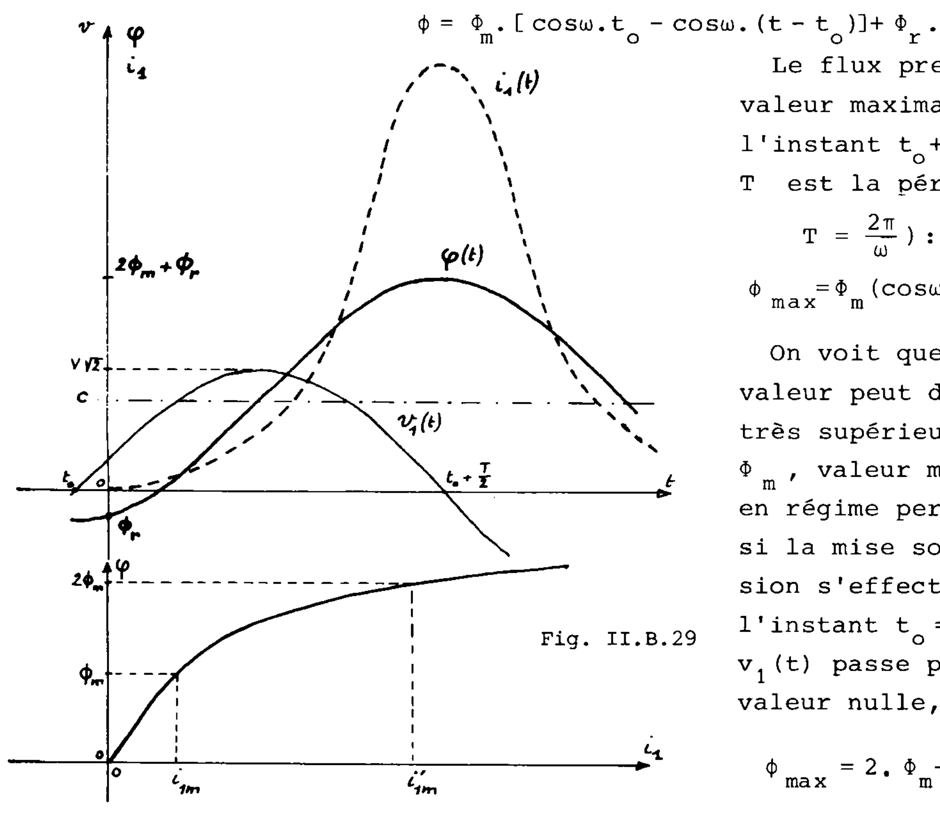


Fig. II.B.29

Le flux prend sa valeur maximale à l'instant $t_o + \frac{T}{2}$ (si T est la période : $T = \frac{2\pi}{\omega}$) :

$$\phi_{max} = \Phi_m(\cos\omega.t_o + 1) + \Phi_r .$$

On voit que cette valeur peut devenir très supérieure à Φ_m , valeur maximale en régime permanent ; si la mise sous tension s'effectue à l'instant $t_o = 0$ où $v_1(t)$ passe par une valeur nulle, ϕ_{max} vaut :

$$\phi_{max} = 2.\Phi_m + \Phi_r .$$

Le primaire appelle un courant susceptible d'apporter la f.m.m. nécessaire à la création de ce flux; la saturation de la courbe : $\phi = f(i_1)$ traduite par la fig. II.B.29 est telle que l'intensité du courant $i_1(t)$ peut prendre des valeurs considérables devant $I_{1m}\sqrt{2}$, valeur maximale du courant magnétisant en régime permanent. La fig. II.B.29 indique les allures des courbes :

$$v_1(t) \quad , \quad \phi(t) \quad \text{et} \quad i_1(t)$$

peu après l'instant $t = 0$ de mise sous tension du primaire.

Le régime transitoire associé à la constante d'intégration C s'amortit rapidement du fait des pertes ferromagnétiques élevées qu'il provoque dans le circuit emprunté par le flux d'induction. Toutefois, il peut durer pendant un nombre élevé de périodes et provoquer le fonctionnement des protections.

On réduit la valeur de crête de l'intensité du courant primaire en diminuant la valeur efficace de la tension appliquée ; cet effet peut être obtenu au moyen des chutes de tension de la résistance et de l'inductance de fuite de la bobine : on augmente la valeur de cette dernière en éloignant l'enroulement du noyau.

Remarque : Nous n'avons considéré que la mise sous tension à vide du transformateur. En charge, il faudrait tenir compte de la f.m.m. due à l'enroulement secondaire et écrire que :

$$n_1 . i_1(t) + n_2 . i_2(t) = n_1 . i'_1(t)$$

où $i'_1(t)$ est l'intensité du courant qui, parcourant le primaire, à vide, crée le même flux ; $i'_1(t)$ est donc la grandeur obtenue précédemment puisque le flux est forcé par la tension primaire ; d'où l'intensité du courant :

$$i_1(t) = -m . i_2(t) + i'_1(t) \quad .$$

Généralement, c'est-à-dire dans le cas de charges inductives, le courant i_2 tend à s'opposer à la variation du flux (loi de Lenz) et est donc d'effet opposé à celui de i'_1 ; l'intensité du courant $i_1(t)$ sera alors supérieure à ce qu'elle serait, $i'_1(t)$, à vide (en valeurs efficaces).

II.C.

Transformateurs triphasés

II.C.I CONSTITUTION ET COUPLAGES

II.C.I.1 CONSTITUTION DES TRANSFORMATEURS TRIPHASÉS

On peut évidemment réaliser un tel dispositif au moyen de trois transformateurs monophasés identiques, comme l'indique la fig. II.C.1.

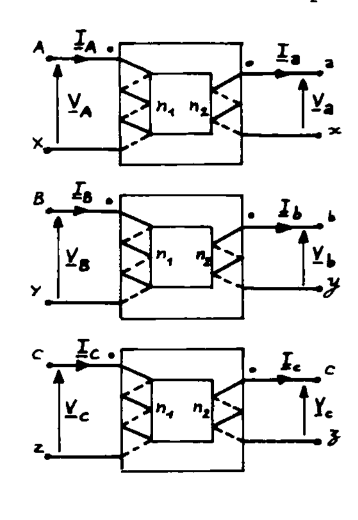


Fig. II.C.1

Mais trois transformateurs placés dans un volume restreint présentent des couplages inductifs parasites ; de plus, on peut économiser une partie du matériau ferromagnétique des circuits en disposant les enroulements des trois éléments sur une même carcasse. La situation idéale sera obtenue, du point de vue symétrie et éloignement des bobines, lorsque les transformateurs monophasés élémentaires seront portés par trois colonnes situées aux trois sommets d'un triangle équilatéral (cf.fig. II.C.2). Si les primaires sont alimentés par des tensions sinusoïdales de même pulsation ω et représentées dans le plan de Fresnel par $\underline{V}_A$, $\underline{V}_B$ et $\underline{V}_C$, on sait qu'elles forcent des flux d'induction sinusoïdaux de même pulsation et représentées par :

$$\underline{\Phi}_A = \frac{1}{jn_1\omega}\cdot\underline{V}_A \quad \underline{\Phi}_B = \frac{1}{jn_1\omega}\cdot\underline{V}_B \quad \underline{\Phi}_C = \frac{1}{jn_1\omega}\cdot\underline{V}_C \quad .$$

La colonne commune centrale sera donc parcourue par un flux d'induction :

$$\underline{\Phi}_t = \underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = \frac{1}{jn_1\omega}\cdot(\underline{V}_A + \underline{V}_B + \underline{V}_C) = \frac{3}{jn_1\omega}\cdot\underline{V}_o \quad (II.C.1)$$

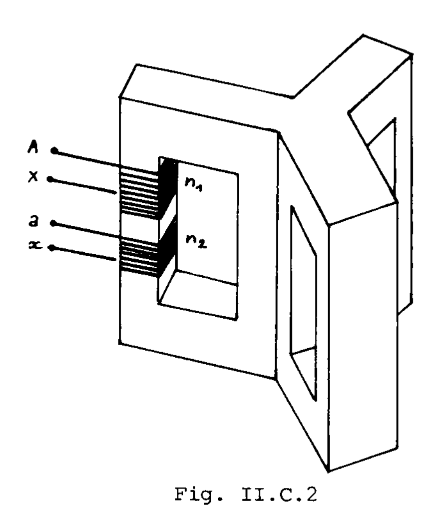


Fig. II.C.2

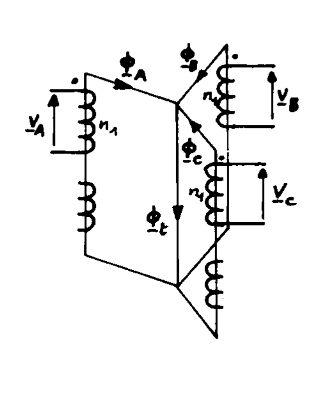


Fig. II.C.3

Si les tensions primaires d'alimentation ont une somme nulle (ce qui est le cas, en particulier, si elles forment un système triphasé équilibré) le flux de cette colonne sera nul et on pourra la supprimer, ou du moins la sous-dimensionner si on prévoit la possibilité d'une composante homopolaire V_o non nulle.

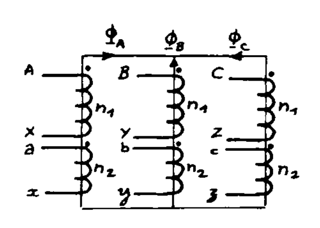


Fig. II.C.4

Afin de simplifier la réalisation du circuit magnétique et de diminuer le volume occupé dans l'espace et la masse de fer utilisée on réalise souvent des transformateurs triphasés à noyaux coplanaires (fig. II.C.4). On a vu lors de l'étude des bobines triphasées qu'une telle disposition conduit à un déséquilibre des courants à vide (cf. § II.A.II.3) ; elle a aussi pour effet de contraindre les flux dans les colonnes à satisfaire à :

$$\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = \underline{0}$$

(aux flux de fuites dans l'air près). On dit qu'un tel transformateur est à *flux liés* ; il présentera une inductance homopolaire très faible (cf. II.A.III.4) .

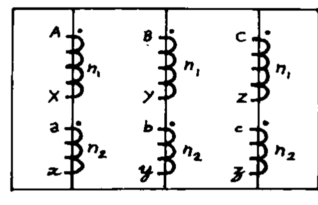


Fig. II.C.5

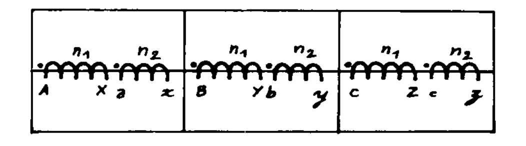


Fig. II.C.6

Pour réduire le couplage magnétique entre les trois colonnes, c'est-à-dire rendre *indépendants les flux* des trois transformateurs monophasés élémentaires, on peut ajouter des colonnes latérales (fig. II.C.5) par lesquelles circuleront les composantes homopolaires du flux :

$$\underline{\Phi}_t = \underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = 3.\underline{\Phi}_o$$

ou réaliser des circuits magnétiques cuirassés (fig. II.C.6).

Les enroulements sont réalisés suivant les techniques déjà décrites dans le cas du transformateur monophasé (voir chapitre précédent). Les sections des conducteurs sont choisies en fonction des intensités nominales des courants qui doivent les parcourir ; aux très fortes intensités (et c'est aussi le cas pour les transformateurs monophasés destinés à un poste de soudure, par exemple) on abandonne les conducteurs à section circulaire ; en effet, on sait que "l'effet de peau" ou l'écran électromagnétique dû aux courants de Foucault induits dans la masse des conducteurs par le champ variable (loi de Lenz) limite la profondeur de pénétration du champ et donc des courants dans le matériau (exemple : pénétration jusqu'à 9 mm environ dans du cuivre, à 50 Hz) : on adopte alors des conducteurs en ruban, la grande dimension de la section étant disposée parallèlement à l'axe du noyau ; on peut aussi subdiviser le conducteur en plusieurs rubans isolés parallèles.

Tous les types de transformateurs décrits jusqu'ici ont des propriétés analogues en régime triphasé équilibré de fonctionnement. On n'étudiera donc qu'un seul de ces dispositifs. Par la suite, on verra l'influence de la constitution sur le comportement en régime déséquilibré.

II.C.I.2 ÉQUATIONS ÉLECTRIQUES DU TRANSFORMATEUR TRIPHASÉ

a. Représentation symbolique

On représente sur un même axe les enroulements situés sur une même colonne, c'est-à-dire les bobines d'un transformateur monophasé élémentaire. Pour obtenir le schéma associé à une colonne on considère les bobines qu'elle porte, superposées et enroulées de la même façon autour du noyau, et on leur fait subir des rotations de ± 90°, l'enroulement primaire étant rabattu d'un côté de la colonne (à gauche sur la fig. II.C.7) tandis que les secondaires (il

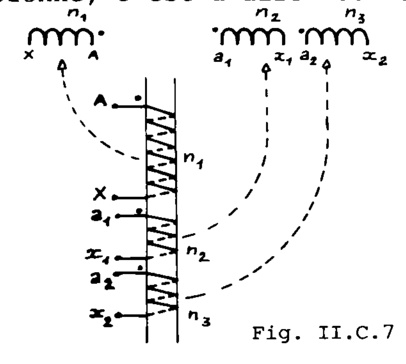


Fig. II.C.7

peut y en avoir plusieurs) sont rabattus de l'autre. La fig. II.C.7 montre le principe de cette représentation dans le cas d'un transformateur abaisseur (primaire H.T., secondaires B.T.) à trois enroulements par colonne. Les extrémités des bobines sont désignées par des lettres, majuscules côté haute tension, minuscules côté basse tension. Des lettres identiques sont associées à des bornes analogues ; dans notre cas, les extrémités A, a_1 et a_2 jouent des rôles similaires : des courants positifs entrant par ces bornes ont des efféts magnétisants additifs. On voit que a_1 et a_2 sont symétriques de A par rapport à l'axe des rotations.

b. Equations électriques

Chaque colonne se comporte comme un transformateur monophasé, par construction, puisqu'un même flux d'induction (aux fuites près) circule dans tous les enroulements qu'elle porte. Le fonctionnement d'un dispositif triphasé doit donc satisfaire à l'ensemble des équations des *trois transformateurs-colonnes* qui le composent.

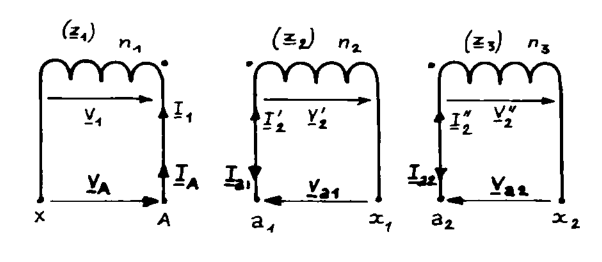


Fig. II.C.8

Considérons le transformateur-colonne représenté en II.C.8. En utilisant les règles adoptées lors de l'étude des transformateurs monophasés nous pouvons établir des conventions de signes pour l'expression des grandeurs primaires ($\underline{V}_1$ et $\underline{I}_1$) et secondaires ($\underline{V}'_2$ et $\underline{I}'_2$, $\underline{V}''_2$ et $\underline{I}''_2$). Alors, si les trois enroulements ont des nombres de spires n_1, n_2 et n_3 et des impédances de pertes $\underline{z}_1 = r_1 + j\ell_1\omega$, $\underline{z}_2 = r_2 + j\ell_2\omega$ et $\underline{z}_3 = r_3 + j\ell_3\omega$, les équations liant ces grandeurs s'écrivent, en généralisant de façon évidente les résultats obtenus pour un montage à deux enroulements :

$$\underline{V}'_2 = -\frac{n_2}{n_1} \cdot (\underline{V}_1 - \underline{z}_1 \cdot \underline{I}_1) - \underline{z}_2 \cdot \underline{I}'_2 \qquad (II.C.2)$$

$$\underline{V}''_2 = -\frac{n_3}{n_1} \cdot (\underline{V}_1 - \underline{z}_1 \cdot \underline{I}_1) - \underline{z}_3 \cdot \underline{I}''_2 \qquad (II.C.3)$$

$$n_1 \cdot \underline{I}_1 + n_2 \cdot \underline{I}'_2 + n_3 \cdot \underline{I}''_2 = n_1 \cdot \underline{I}_{1o} \qquad (II.C.4)$$

En pratique, compte tenu du mode de représentation adopté, on prendra comme tensions secondaires les grandeurs $\underline{V}_{a1}$ et $\underline{V}_{a2}$, homologues de la tension primaire $\underline{V}_A$ ($\underline{V}_{a1}$ est la d.d.p. entre les bornes a_1 et x_1 ,

homologues de A et X). $\underline{I}_{a1}$ et $\underline{I}_{a2}$ sont choisies pour que les secondaires soient affectés de la convention des générateurs. On voit que les nouvelles grandeurs électriques secondaires se déduisent des précédentes par :

$$\underline{V}_{a1} = -\underline{V}'_2 \quad , \underline{I}_{a1} = -\underline{I}'_2 \quad , \underline{V}_{a2} = -\underline{V}''_2 \quad , \underline{I}_{a2} = -\underline{I}''_2 \ .$$

D'où les équations du transformateur-colonne, dans le nouveau système de conventions :

$$\underline{V}_{a1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot (\underline{V}_A - \underline{z}_1 \cdot \underline{I}_A) - \underline{z}_2 \cdot \underline{I}_{a1} \qquad \textit{(II.C.5)}$$

$$\underline{V}_{a2} = \frac{n_3}{n_1} \cdot (\underline{V}_A - \underline{z}_1 \cdot \underline{I}_A) - \underline{z}_3 \cdot \underline{I}_{a2} \qquad \textit{(II.C.6)}$$

$$n_1 \cdot (\underline{I}_A - \underline{I}_{Ao}) = n_2 \cdot \underline{I}_{a1} + n_3 \cdot \underline{I}_{a2} \qquad \textit{(II.C.7)}$$

(toujours dans le cas d'un matériel à deux enroulements secondaires par colonne ; on généralise rapidement s'il y en a davantage).

Le fonctionnement du transformateur triphasé sera donc décrit par l'ensemble des diagrammes vectoriels associés aux équations des trois transformateurs-colonnes ; *dans le cas d'un fonctionnement triphasé équilibré il suffira de représenter les diagrammes vectoriels d'une colonne ;* ceux des autres colonnes s'en déduiront au moyen de rotations de $\pm \frac{2\pi}{3}$.

En pratique, on ne résoud ces systèmes d'équations que lorsqu'on étudie le comportement précis du dispositif : chute de tension en charge, facteur de puissance, rendement, etc. Dans pas mal d'autres cas, le transformateur est intégré à un montage plus complexe et on peut négliger ses "imperfections", la chute de tension et les pertes n'excédant jamais quelques %(3 à 6%, en général) de la tension à vide ou de la puissance absorbée. Alors, le transformateur-colonne est représenté par les équations simplifiées :

$$\underline{V}_{a1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{V}_A \qquad \textit{(II.C.8)}$$

$$\underline{V}_{a2} = \frac{n_3}{n_1} \cdot \underline{V}_A \qquad \textit{(II.C.9)}$$

$$n_1 \cdot \underline{I}_A = n_2 \cdot \underline{I}_{a1} + n_3 \cdot \underline{I}_{a2} \qquad \textit{(II.C.10)}$$

Dans la suite de cette étude on utilisera ce nouveau système d'équations. Lorsqu'on s'intéressera au fonctionnement interne du transformateur, on considérera les équations complètes *(II.C.5)* et *(II.C.7)* et on construira les diagrammes vectoriels exactement comme dans le cas des matériels monophasés (cf. ch. II.B.III)

II.C.I.3 GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN TRANSFORMATEUR TRIPHASÉ

a. Fonctionnement nominal

La plaque signalétique d'un transformateur triphasé porte, comme en monophasé, les valeurs nominales :

- ∇ de la puissance apparente utile S_{2n};
- ∇ des tensions primaires et secondaires composées, c'est-à-dire entre fils de ligne ; si le mode de connexion des enroulements n'est pas fixé on indiquera les valeurs nominales des tensions correspondant à chaque couplage possible.

Exemple : Si une plaque porte :

- Primaire : étoile $U_{1n\lambda} = 380$ V triangle $U_{1n\Delta} = 220$ V
- Secondaire : étoile $U_{2n\lambda} = 220$ V triangle $U_{2n\Delta} = 127$ V

cela signifie que les enroulements sont prévus pour travailler sous les tensions normales suivantes :

- au primaire : $V'_{1n} = \dfrac{U_{1n\lambda}}{\sqrt{3}} = U_{1n\Delta} = 220$ V
- au secondaire : $V'_{2n} = \dfrac{U_{2n\lambda}}{\sqrt{3}} = U_{2n\Delta} = 127$ V

- ∇ des intensités des courants secondaires en ligne, qui se déduisent des valeurs précédentes par :

$$I_{2n\lambda} = \frac{S_{2n}}{\sqrt{3}.U_{2n\lambda}} \qquad (II.C.11)$$

$$I_{2n\Delta} = \frac{S_{2n}}{\sqrt{3}.U_{2n\Delta}} \qquad (II.C.12)$$

Les enroulements secondaires sont donc prévus pour être traversés par des courants d'intensité efficace :

$$J_{2n} = I_{2n\lambda} = \frac{I_{2n\Delta}}{\sqrt{3}} \qquad (II.C.13)$$

- ∇ du facteur de puissance secondaire, valeur du facteur de puissance de la charge qui permet d'obtenir le fonctionnement nominal (tensions primaires et secondaires normales, puissance apparente utile normale).

b. Rapport de transformation

On nommera ainsi le rapport des valeurs des tensions secondaire et primaire de même définition (toutes deux étoilées ou toutes deux composées) à vide :

$$m = \frac{V_{ao}}{V_{Ao}} = \frac{U_{abo}}{U_{ABo}} \qquad (II.C.14)$$

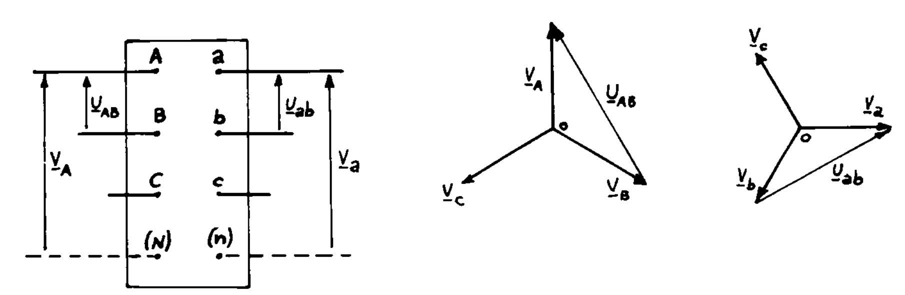


Fig. II.C.9

On montre facilement que ces deux rapports ont même valeur, en régime triphasé équilibré. En effet, on sait que dans ces conditions :

$$U_{AB} = \sqrt{3}.V_A \qquad \text{et} \qquad U_{ab} = \sqrt{3}.V_a$$

Remarque 1 : La formule *(II.C.14)* est établie dans le cas d'un transformateur utilisé en abaisseur (B.T. au secondaire, H.T. au primaire).

Remarque 2 : Le rapport des valeurs nominales de deux tensions primaire et secondaire de même nature (étoilées ou composées) sera en général légèrement inférieur au rapport de transformation m à vide.

Remarque 3 : On sait pouvoir définir et mesurer des tensions étoilées V_A et V_a même si les couplages des primaire et secondaire ne font pas apparaître des bornes "neutre" (voir réalisation d'un neutre artificiel). C'est pourquoi on continuera à utiliser ces grandeurs quels que soient les modes de connexion des enroulements (même s'ils sont en triangle).

Remarque 4 : La valeur de m ne sera plus nécessairement égale à celle du rapport des nombres de spires secondaire et primaire ; on montrera au paragraphe suivant comment m dépend du couplage.

c. *Indice horaire*

Les conditions de couplage des enroulements primaires et secondaires ont aussi pour effet d'introduire un déphasage entre des tensions primaires et secondaires et homologues, c'est-à-dire apparaissant entre des bornes désignées

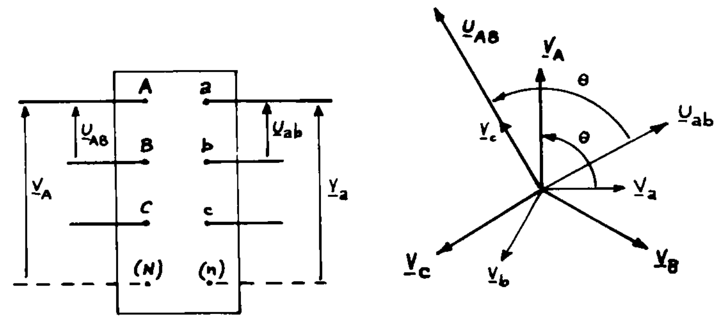


Fig. II.C.10

par des mêmes lettres ($\underline{V}_A$ et $\underline{V}_a$ sont des tensions étoilées homologues, $\underline{U}_{AB}$ et $\underline{U}_{ab}$ sont des tensions composées homologues).

La fig. II.C.10 montre que si les bornes d'un transformateur sont désignées par des lettres telles qu'un système de tensions primaires $\underline{V}_A, \underline{V}_B, \underline{V}_C$ triphasé équilibré (direct, dans notre cas) donne naissance à des tensions secondaires $\underline{V}_a$, $\underline{V}_b$, $\underline{V}_c$ formant système triphasé équilibré de même ordre de succesion (direct, dans le cas de figure), alors le retard θ de $\underline{V}_a$ sur $\underline{V}_A$ (qui est aussi celui de $\underline{V}_b$ sur $\underline{V}_B$ ou de $\underline{V}_c$ sur $\underline{V}_C$) est identique au retard de $\underline{U}_{ab}$ sur $\underline{U}_{AB}$ (et on montrera que c'est aussi celui de $\underline{U}_{bc}$ sur U_{BC} ou de U_{ca} sur U_{CA}).

Le transformateur triphasé est caractérisé par la valeur de ce déphasage qu'il introduit entre des tensions homologues.

En pratique, les valeurs de θ obtenues sont toujours des multiples entiers de $\pm \frac{\pi}{6} = \pm 30°$. On se contentera donc d'indiquer le rapport de θ (*retard d'une tension B.T. sur son homologue H.T.*) à $\frac{\pi}{6} = 30°$. Ce nombre entier qui peut prendre toute valeur comprise entre 0 et 11 (bornes incluses) est dit "*indice horaire*" du transformateur :

$$I = \frac{\theta}{\frac{\pi}{6}} . \qquad (II.C.15)$$

La désignation de cette caractéristique provient du fait qu'elle a pour valeur l'heure qu'indiquerait une montre à aiguilles (de plus en plus rare ; faire appel à la mémoire ou à l'imagination) dont le cadran porterait deux tensions homologues H.T. et B.T. (par exemple $\underline{V}_A$ et $\underline{V}_a$), le vecteur H.T. pointant sur le nombre 12 tandis que le vecteur B.T. joue le rôle de l'aiguille des heures. Le cas proposé sur la fig. II.C.10 correspond à un indice horaire $I = 3$, c'est-à-dire à un déphasage $\theta = 3.\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ (90°).

Remarque : Il faut bien retenir que I et θ caractérisent le *retard d'une tension B.T. sur son homologue H.T.*, quel que soit le rôle du transformateur (abaisseur ou élévateur).

II.C.I.4 COUPLAGES DU TRANSFORMATEUR TRIPHASÉ

a. Principe

Comme tous les récepteurs triphasés, le primaire d'un transformateur peut avoir ses enroulements couplés en étoile ou en triangle. De la même façon, les bobines secondaires pourront être connectées en étoile, en triangle ou en zigzag . Le choix du couplage s'effectuera à partir de nombreux critères ; citons quelques règles générales :

∇ *Dimensionnement des enroulements*

- Aux très hautes tensions, on aura intérêt à choisir un couplage étoile pour que chaque bobine n'ait à supporter que :

$$V' = \frac{U}{\sqrt{3}} .$$

- Pour les très forts courants, on préférera le montage triangle où chaque enroulement n'est parcouru que par un courant d'intensité :

$$J = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

∇ *Incidence des défauts* :

En règle générale, on sait qu'il n'est pas souhaitable de disposer des sources triphasées en triangle, sauf si on dispose de protections très efficaces ou si l'on est assuré que la somme des f.e.m. de ces sources sera toujours nulle ; cette dernière condition, toujours vraie sur les machines tournantes (car les trois f.e.m. sont dues à un même champ d'induction glissant), ne sera vérifiée au secondaire d'un transformateur, au cas où un défaut affecterait un enroulement primaire, que si les flux des colonnes sont liés par

$$\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = \underline{0} .$$

On évitera le plus souvent le couplage triangle au secondaire.

∇ *Fonctionnement déséquilibré* :

Un chapitre sera consacré à l'étude des conséquences du déséquilibre de la charge. En résumé, retenons que :

- Aux faibles déséquilibres ($I_{neutre} \leq 10\%.I_{ligne}$), primaire et secondaire seront couplés en étoile avec conducteurs neutres ;
- Si le déséquilibre est plus important, le primaire restera en étoile mais le secondaire sera connecté en zigzag ;
- Si le déséquilibre et la puissance sont importants, on utilisera un montage triangle-étoile pour économiser du cuivre au secondaire.

∇ *Marche en parallèle* :

Lorsque plusieurs transformateurs triphasés sont destinés à fonctionner en parallèle, ils doivent nécessairement avoir même indice horaire, ce qui limite le nombre des couplages "compatibles" (voir ci-après).

b. Couplages normalisés

∇ *Couplage étoile-étoile* (Yy) : c'est celui représenté par le schéma de la fig. II.C.11 . L'équation aux tensions du transformateur-colonne associé aux bornes homologues A et a donne :

$$\underline{V}_a = \frac{n_2}{n_1}.\underline{V}_A$$

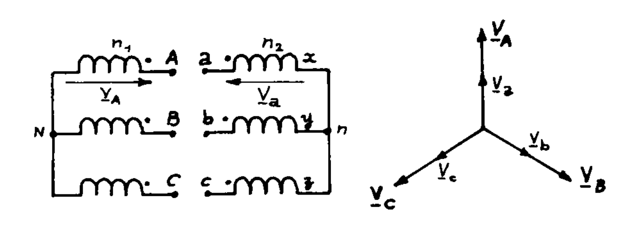


Fig. II.C.11

$\underline{V}_A$ et $\underline{V}_a$ étant deux tensions étoilées homologues, on en déduit que :

$$m = \frac{V_a}{V_A} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (II.C.16)$$

$$I = 0 \qquad \text{(puisque } \theta = 0\text{)}.$$

Ce couplage, normalisé, sera désigné par Yy0 (Y = H.T en étoile, y = B.T. en étoile, 0 = indice horaire nul).

Remarque : Par permutation des lettres désignant les extrémités des bobines, le montage Yy permet d'avoir *tous les indices horaires pairs :* I = 4 lorsque a prend la place de b, I = 8 quand a vient en c, I = 6 , 10, 2 si a remplace respectivement x,y,z.

∇ *Couplage triangle-étoile* (Dy dans le cas d'un abaisseur) : c'est celui de la fig. II.C.12. L'équation de la première colonne s'écrit :

$$\underline{V}_a = \frac{n_2}{n_1}.\underline{U}_{AB} .$$

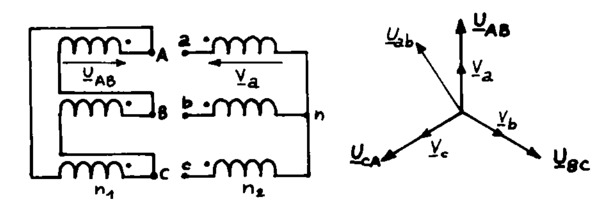


Fig. II.C.12

On peut donc construire le diagramme vectoriel des tensions composées H.T. $\underline{U}_{AB}$, $\underline{U}_{BC}$ et $\underline{U}_{CA}$, qui sont aussi les tensions par enroulement, et celui des tensions étoilées B.T. $\underline{V}_a$, $\underline{V}_b$ et $\underline{V}_c$. On en déduit la tension composée B.T. $\underline{U}_{ab}$, homologue de $\underline{U}_{AB}$. Les diagrammes vectoriels indiquent que l'indice horaire vaut :

$$I = 11 \quad (\theta = -\frac{\pi}{6} = 11.\frac{\pi}{6}).$$

De plus, on voit qu'en régime triphasé équilibré :

$$U_{ab} = \sqrt{3}.V_a = \sqrt{3}.\frac{n_2}{n_1}.U_{AB} \; ; \; m = \frac{U_{ab}}{U_{AB}} = \sqrt{3}.\frac{n_2}{n_1} . \qquad (II.C.17)$$

Ce couplage normalisé sera désigné par Dy11 (D = H.T. en triangle).

Remarque : De la même façon que pour le montage Yy, on pourrait montrer que *tous les indices horaires impairs* (1,3,5,7,9 et 11) peuvent être obtenus grâce au couplage Dy, en permutant les lettres affectées aux extrémités des bobines.

Conséquence : Deux transformateurs triphasés de même rapport de transformation mais de couplages Yy pour l'un et Dy pour l'autre *ne pourront jamais marcher en parallèle,* puisqu'ils ne pourront jamais avoir même indice horaire.

- *Couplage étoile zigzag* (Yz) : c'est celui de la fig. II.C.13. Il suppose que chaque colonne porte deux enroulements secondaires identiques (n_2 spires chacun). Les équations des transformateurs-colonnes sont :

$$\underline{V}_{a1} = \underline{V}_{a2} = \frac{n_2}{n_1}.\underline{V}_A$$

$$\underline{V}_{b1} = \underline{V}_{b2} = \frac{n_2}{n_1}.\underline{V}_B .$$

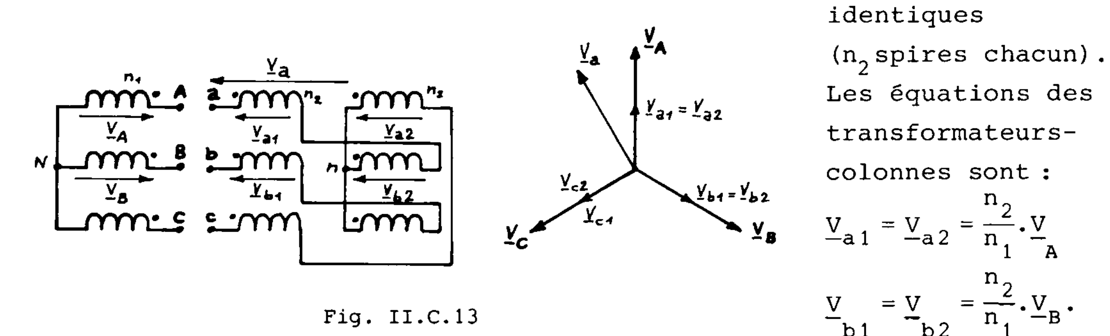


Fig. II.C.13

On en déduit la tension étoilée secondaire $\underline{V}_a$, d.d.p. entre "a" et le neutre "n" :

$$\underline{V}_a = \underline{V}_{a1} - \underline{V}_{b2} = \frac{n_2}{n_1}.\underline{V}_A - \frac{n_2}{n_1}.\underline{V}_B = \frac{n_2}{n_1}.\underline{U}_{AB} .$$

D'où l'indice horaire I = 11 visible sur le diagramme vectoriel ; d'où aussi le rapport de transformation :

$$m = \frac{V_a}{V_A} = \frac{n_2}{n_1}.\frac{U_{AB}}{V_A} = \sqrt{3}.\frac{n_2}{n_1} \qquad (II.C.18)$$

Ce couplage sera symbolisé par Yz11 (z = B.T. en zigzag).

Remarque 1 : Si on veut obtenir le même rapport de transformation avec deux transformateurs de même primaire mais couplés l'un Yy et l'autre Yz, il faudra que les enroulements secondaires aient des nombres de spires n_{2y} (pour Yy) et n_{2z} (pour chaque demi-secondaire en Yz) tels que :

$$\frac{n_{2y}}{n_1} = \sqrt{3}.\frac{n_{2z}}{n_1} \text{ , soit : } n_{2z} = \frac{n_{2y}}{\sqrt{3}} .$$

Au total, le secondaire portera :

$$2.n_{2z} = \frac{2}{\sqrt{3}}.n_{2y} = 1,15.n_{2y} \qquad (II.C.19)$$

Toutes choses égales par ailleurs, il faudra plus de cuivre au secondaire du transformateur couplé Yz.

Remarque 2 : Comme Dy, le couplage Yz permet d'obtenir tous les indices impairs.

c. Couplages usuels

On vérifie aisément que les autres couplages utilisés, en plus des montages normalisés décrits ci-dessus, ont les rapports et les indices indiqués ci-après :

Dd0 $\frac{n_2}{n_1}$	A B C a b c n_1 n_2	Dd6 $\frac{n_2}{n_1}$	A B C a b c n_1 n_2	Dz0 $3\cdot\frac{n_2}{n_1}$	A B C a b c n_1 n_2 n_2
Yd5 $\frac{n_2}{\sqrt{3}.n_1}$	A B C a b c n_1 n_2	Yy6 $\frac{n_2}{n_1}$	A B C a b c n_1 n_2	Yz5 $\sqrt{3}\cdot\frac{n_2}{n_1}$	A B C a b c n_1 n_2 n_2
Dy5 $\frac{\sqrt{3}.n_2}{n_1}$	A B C a b c n_1 n_2	Yd11 $\frac{n_2}{\sqrt{3}.n_1}$	A B C a b c n_1 n_2	Dz6 $3\cdot\frac{n_2}{n_1}$	A B C a b c n_1 n_2 n_2

II.C.II ÉTUDE DU TRANSFORMATEUR EN RÉGIME DÉSÉQUILIBRÉ

II.C.II.1 PRINCIPE GÉNÉRAL

On a vu que l'étude des systèmes déséquilibrés peut systématiquement être envisagée en utilisant le théorème de superposition des états d'équilibre et les composantes symétriques.

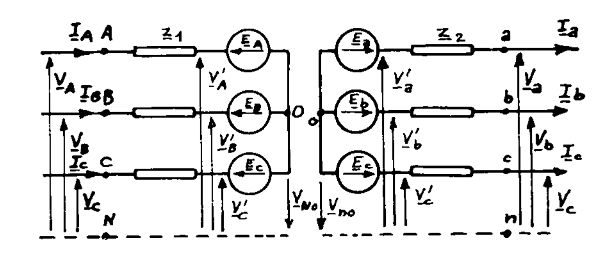


Fig. II.C.14

Donnons un exemple d'application, dans le cas du montage proposé sur la fig. II.C.14. Chaque système de trois grandeurs de même nature est représenté par des composantes symétriques :

$\underline{V}_A, \underline{V}_B, \underline{V}_C$ par $\underline{V}_{1d}, \underline{V}_{1i}, \underline{V}_{1o}$

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ par $\underline{I}_{1d}, \underline{I}_{1i}, \underline{I}_{1o}$

$\underline{V}'_A, \underline{V}'_B, \underline{V}'_C$ par $\underline{V}'_{1d}, \underline{V}'_{1i}, \underline{V}'_{1o}$

$\underline{E}_A$, $\underline{E}_B$, $\underline{E}_C$ par $\underline{V}'_{1d}$, $\underline{V}'_{1i}$, $\underline{E}_{1o} = \underline{V}'_{1o} + \underline{V}_{NO}$ (il est évident que les $\underline{E}$ et les $\underline{V}'$ ont mêmes composantes directe et inverse, cf. ch.I.A.III) ;

$\underline{E}_a$, $\underline{E}_b$, $\underline{E}_c$ est associé à $\underline{E}_{2d}, \underline{E}_{2i}, \underline{E}_{2o}$; $\underline{V}'_a$, $\underline{V}'_b$, $\underline{V}'_c$ à $\underline{E}_{2d}, \underline{E}_{2i}, \underline{V}'_{2o} = \underline{E}_{2o} - \underline{V}_{no}$

$\underline{V}_a$, $\underline{V}_b$, $\underline{V}_c$ à $\underline{V}_{2d}, \underline{V}_{2i}, \underline{V}_{2o}$ et $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$, $\underline{I}_c$ à $\underline{I}_{2d}, \underline{I}_{2i}, \underline{I}_{2o}$.

Si on admet que le théorème de superposition s'applique au modèle sinusoïdal du transformateur, il suffit d'écrire les équations d'un transformateur-colonne pour chaque système équilibré :

$$\begin{cases} \underline{V}_{1d} = \underline{z}_{1d}\underline{I}_{1d} + \underline{V}'_{1d}, \\ \underline{V}_{1i} = \underline{z}_{1i}\underline{I}_{1i} + \underline{V}'_{1i}, \\ \underline{V}_{1o} = \underline{z}_{1o}\underline{I}_{1o} + \underline{V}'_{1o}, \end{cases} \begin{cases} \underline{V}_{2d} = \underline{E}_{2d} - \underline{z}_{2d}\underline{I}_{2d} = m_d\underline{V}'_{1d} - \underline{z}_{2d}\underline{I}_{2d} \\ \underline{V}_{2i} = \underline{E}_{2i} - \underline{z}_{2i}\underline{I}_{2i} = m_i\underline{V}'_{1i} - \underline{z}_{2i}\underline{I}_{2i} \\ \underline{V}_{2o} = \underline{E}_{2o} - \underline{V}_{no} - \underline{z}_{2o}\underline{I}_{2o} = m_o(\underline{V}'_{1o} + \underline{V}_{NO}) - \underline{V}_{no} - \underline{z}_{2o}\underline{I}_{2o}. \end{cases}$$

En remarquant• que le transformateur a même rapport de transformation et mêmes impédances de pertes en direct et en inverse, il vient :

$$\begin{cases} \underline{V}_{2d} = m\underline{V}_{1d} - m\underline{z}_1 \cdot \underline{I}_{1d} - \underline{z}_2 \cdot \underline{I}_{2d} \\ \underline{V}_{2i} = m\underline{V}_{1i} - m\underline{z}_1 \cdot \underline{I}_{1i} - \underline{z}_2 \cdot \underline{I}_{2i} \\ \underline{V}_{2o} = m_o\underline{V}_{1o} - m_o(\underline{z}_{1o}\underline{I}_{1o} - V_{NO}) - \underline{V}_{no} - \underline{z}_{2o}\underline{I}_{2o} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \underline{I}_{1d} = m\underline{I}_{2d} \\ \underline{I}_{1i} = m\underline{I}_{2i} \\ \underline{I}_{1o} = m'_o\underline{I}_{2o}. \end{cases}$$

D'où, en utilisant les relations aux intensités, le système définitif d'équations (en remarquant que $m^2\underline{z}_1 + \underline{z}_2 = \underline{Z}_s$) :

$$\begin{cases} \underline{V}_{2d} = m.\underline{V}_{1d} - \underline{Z}_s.\underline{I}_{2d} \\ \underline{V}_{2i} = m.\underline{V}_{1i} - \underline{Z}_s.I_{2i} \\ \underline{V}_{2o} = m_o\underline{V}_{1o} - m_o(\underline{z}_{1o}\underline{I}_{1o} - \underline{V}_{NO}) - \underline{V}_{no} - \underline{z}_{2o}\underline{I}_{2o} \end{cases} \qquad (II.C.20)$$

$$\begin{cases} \underline{I}_{1d} = m.\underline{I}_{2d} \\ \underline{I}_{1i} = m.\underline{I}_{2i} \\ \underline{I}_{1o} = m'_o.\underline{I}_{2o} \end{cases} \qquad (II.C.21)$$

où m_o, m'_o, $\underline{z}_{1o}$ et $\underline{z}_{2o}$ dépendent de la constitution et du couplage. Nous avons donc un système de six équations à quatorze inconnues (tensions et courants). Le réseau d'alimentation fournira trois équations (par exemple les trois tensions), la charge en donnera trois autres (loi des mailles) et le couplage des enroulements permettra d'écrire

les deux dernières (par exemple, au primaire on aura $\underline{I}_{1o} = \underline{0}$ si $\underline{0}$ n'est pas relié à N, $\underline{V}_{NO} = \underline{0}$ si 0 et N sont connectés ; de même au secondaire). D'où les quatorze équations indépendantes.

Cette méthode générale de résolution est assez lourde et on pourra souvent simplifier l'étude en utilisant les particularités du cas étudié. Il faut pourtant remarquer qu'elle néglige les effets magnétisants, ce qui n'est pas toujours acceptable.

APPLICATION

Couplage Yy_n0 sur charge déséquilibrée.

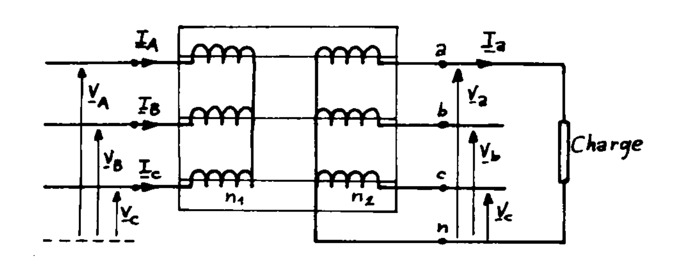


Fig. II.C.15

Considérons le transformateur représenté en II.C.15 :

- primaire Y étoile sans neutre ; d'où : $\underline{I}_{1o} = \underline{0}$
- primaire alimenté par un système triphasé équilibré (direct, par exemple) de tensions ; d'où :

$$\underline{V}_{1d} = \underline{V}_A \ , \ \underline{V}_{1i} = \underline{V}_{1o} = \underline{0}$$

- secondaire y_n, étoile à neutre branché (d'où $\underline{V}_{no} = \underline{0}$) débitant dans une charge monophasée : $\underline{I}_b = \underline{I}_c = \underline{0}$.

On en déduit immédiatement que :

$$\underline{I}_{2d} = \underline{I}_{2i} = \underline{I}_{2o} = \frac{1}{3}.\underline{I}_a$$

et les équations du dispositif deviennent :

$$\begin{cases} \underline{V}_{2d} = m.\underline{V}_A - \frac{1}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a \\ \underline{V}_{2i} = -\frac{1}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a \\ \underline{V}_{2o} = m_o\underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}\underline{I}_a \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{I}_{1d} = \frac{m}{3}.\underline{I}_a \\ \underline{I}_{1i} = \frac{m}{3}.\underline{I}_a \\ \underline{I}_{1o} = \underline{0} \ . \end{cases}$$

D'où les tensions secondaires et les courants primaires :

$$\begin{cases} \underline{V}_a = \underline{V}_{2d} + \underline{V}_{2i} + \underline{V}_{2o} = m.\underline{V}_A + m_o\underline{V}_{NO} - \frac{2}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}\underline{I}_a \\ \underline{V}_b = \underline{a}^2\underline{V}_{2d} + \underline{a}\underline{V}_{2i} + \underline{V}_{2o} = m\underline{a}^2\underline{V}_A + m_o\underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a(\underline{a}^2 + \underline{a}) - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}\underline{I}_a \\ \underline{V}_o = \underline{a}\underline{V}_{2d} + \underline{a}^2\underline{V}_{2i} + \underline{V}_{2o} = m\underline{a}\underline{V}_A + m_o\underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a(\underline{a} + \underline{a}^2) - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}\underline{I}_a \ . \end{cases}$$

Soit, en définitive :

$$\begin{cases} \underline{V}_a = \underline{V}_{ao} + m_o \underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{I}_a(2\underline{Z}_s + \underline{z}_{2o}) \\ \underline{V}_b = \underline{V}_{bo} + m_o \underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{I}_a(-\underline{Z}_s + \underline{z}_{2o}) \\ \underline{V}_c = \underline{V}_{co} + m_o \underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{I}_a(-\underline{Z}_s + \underline{z}_{2o}) \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{I}_A = \underline{I}_{1d} + \underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = \frac{2m}{3}.\underline{I}_a \\ \underline{I}_B = \underline{a}^2 \underline{I}_{1d} + \underline{a}.\underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = -\frac{m}{3}.\underline{I}_a \\ \underline{I}_C = \underline{a}.\underline{I}_{1d} + \underline{a}^2 \underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = -\frac{m}{3}.\underline{I}_a \end{cases}$$

Connaissant la charge, c'est-à-dire la relation liant $\underline{V}_a$ et $\underline{I}_a$ on en déduirait $\underline{V}_{NO}$ (dans notre cas on a $m_o = m$ car le circuit est à flux indépendants). $\underline{z}_{2o}$, impédance homopolaire du secondaire est très importante devant l'impédance de pertes ramenée $\underline{Z}_s$ ($\underline{z}_{2o}$ est de l'ordre de grandeur de l'impédance principale à vide, cf. §II.A.III.4). D'où l'allure générale des tensions secondaires :

$$\underline{V}_a = \underline{V}_{ao} + m.\underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}\underline{I}_a \qquad \underline{I}_A = \frac{2m}{3}.\underline{I}_a$$

$$\underline{V}_b = \underline{V}_{bo} + m.\underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}\underline{I}_a \qquad \underline{I}_B = -\frac{m}{3}.\underline{I}_a$$

$$\underline{V}_c = \underline{V}_{co} + m.\underline{V}_{NO} - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}\underline{I}_a \qquad \underline{I}_C = -\frac{m}{3}.\underline{I}_a$$

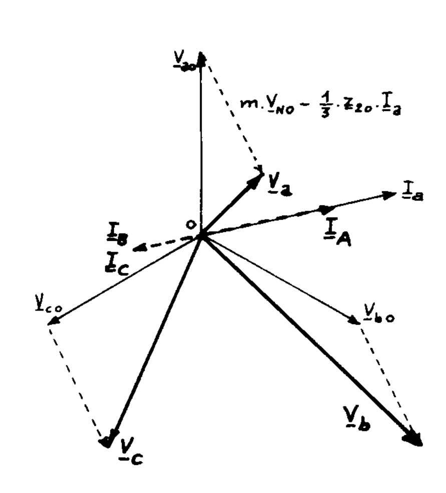


Fig. II.C.16

On voit sur la fig. II.C.16 que le déséquilibre a pour principale conséquence de modifier considérablement les tensions secondaires, généralement (c'est-à-dire dans le cas d'une charge de facteur de puissance inductif) en réduisant V_a et en augmentant V_b et V_c (conformément à la loi de Lenz puisqu'en diminuant V_a on diminue I_a , cause du déséquilibre). On voit aussi que les f.m.m. appliquées à chaque colonne s'écrivent :

$$\mathscr{E}_1 = n_1\underline{I}_A - n_2\underline{I}_a = \frac{2}{3}.n_2\underline{I}_a - n_2\underline{I}_a = -\frac{1}{3}.n_2\underline{I}_a$$

$$\mathscr{E}_2 = n_1\underline{I}_B - n_2\underline{I}_b = -\frac{1}{3}.n_2\underline{I}_a \quad \text{et} \quad \mathscr{E}_3 = n_1\underline{I}_C - n_2\underline{I}_c = -\frac{1}{3}.n_2\underline{I}_a$$

(dans les nouvelles conventions établies pour le transformateur triphasé, la f.m.m. s'écrit : $\mathscr{E} = n_1\underline{I}_A - n_2\underline{I}_a$). On voit que le circuit magnétique est soumis à un système homopolaire de f.m.m. d'amplitudes considérables (puisque nous avons supposé négligeables les intensités des courants magnétisants). Les courants primaires ont donc pour effet de saturer les colonnes et d'augmenter leurs pertes.

On retiendra donc que le montage Yy_n n'est pas destiné à fonctionner en régime déséquilibré.

II.C.II.2 ÉTUDE DE QUELQUES COUPLAGES PARTICULIERS

a. Couplage $Y_n y_n$

On a vu que le défaut essentiel du montage Yy_n utilisé précédemment est dû à l'absence de composante homopolaire $\underline{I}_{1o}$ des courants primaires. Si l'on tend un conducteur neutre au primaire, comme sur le montage de la fig. II.C.17, cette composante peut apparaître (puisque l'on n'a plus nécessairement $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$) et on a $\underline{V}_{NO} = \underline{0}$. De plus, comme il y a désormais des ampère-tours homopolaires primaires et secondaires, les impédances $\underline{z}_{1o}$ et $\underline{z}_{2o}$ sont désormais des impédances de pertes.

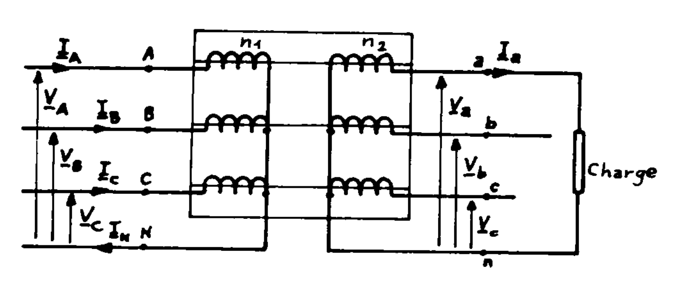


Fig. II.C.17

Les nouvelles conditions de fonctionnement sont donc :

- alimentation triphasée équilibrée (directe) : $\underline{V}_{1d} = \underline{V}_A$, $\underline{V}_{1i} = \underline{V}_{1o} = \underline{0}$
- charge déséquilibrée : $\underline{I}_b = \underline{I}_c = \underline{0}$; d'où : $\underline{I}_{2d} = \underline{I}_{2i} = \underline{I}_{2o} = \frac{1}{3}.\underline{I}_a$
- circuit magnétique à flux indépendants : $m_o = m$.
- neutres reliés aux primaire et secondaire : $\underline{V}_{NO} = \underline{0}$ et $\underline{V}_{no} = \underline{0}$.

D'où l'écriture des systèmes d'équations *(II.C.20)* et *(II.C.21)*:

$$\underline{V}_{2d} = m.\underline{V}_A - \frac{1}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a \qquad \underline{I}_{1d} = \frac{1}{3}.m.\underline{I}_a$$

$$\underline{V}_{2i} = \frac{1}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a \qquad \underline{I}_{1i} = \frac{1}{3}.m.\underline{I}_a$$

$$\underline{V}_{2o} = -m^2\,\underline{z}_{1o}.\underline{I}_a.\frac{1}{3} - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}.\underline{I}_a = -\frac{1}{3}.\underline{Z}_{so}\,\underline{I}_a \qquad \underline{I}_{1o} = \frac{1}{3}.m.\underline{I}_a$$

(où on note $\underline{Z}_{so}$ l'impédance homopolaire de pertes ramenée au secondaire $m^2\underline{z}_{1o}+\underline{z}_{2o}$).

On en déduit les tensions secondaires :

$$\underline{V}_a = \underline{V}_{2d} + \underline{V}_{2i} + \underline{V}_{2o} = m.\underline{V}_A - \frac{1}{3}.(2\underline{Z}_s + \underline{Z}_{so}).\underline{I}_a = \underline{V}_{ao} - \frac{1}{3}.(2\underline{Z}_s + \underline{Z}_{so}).\underline{I}_a$$

$$\underline{V}_b = \underline{a}^2\underline{V}_{2d} + \underline{a}.\underline{V}_{2i} + \underline{V}_{2o} = m\underline{a}^2\underline{V}_A - \frac{1}{3}(\underline{a}^2\underline{Z}_s + \underline{a}\underline{Z}_s + \underline{Z}_{so})\underline{I}_a = \underline{V}_{bo} - \frac{1}{3}(-\underline{Z}_s + \underline{Z}_{so}).\underline{I}_a$$

$$\underline{V}_c = \underline{a}.\underline{V}_{2d} + \underline{a}^2\underline{V}_{2i} + \underline{V}_{2o} = m\underline{a}\underline{V}_A - \frac{1}{3}(\underline{a}\underline{Z}_s + \underline{a}^2\underline{Z}_s + \underline{Z}_{so})\underline{I}_a = \underline{V}_{co} - \frac{1}{3}(-\underline{Z}_s + \underline{Z}_{so}).\underline{I}_a$$

et les intensités des courants primaires :

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{1d} + \underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = \frac{1}{3}.m.\underline{I}_a + \frac{1}{3}.m.\underline{I}_a + \frac{1}{3}.m.\underline{I}_a = m.I_a$$

$$\underline{I}_B = \underline{a}^2\underline{I}_{1d} + \underline{a}\underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = \frac{1}{3}.m.\underline{I}_a.(\underline{a}^2 + \underline{a} + 1) = 0$$

$$\underline{I}_C = \underline{a}\underline{I}_{1d} + \underline{a}^2\underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = \frac{1}{3}.m.\underline{I}_a.(\underline{a} + \underline{a}^2 + 1) = 0 \ .$$

En définitive, si on néglige la chute de tension due aux impédances de pertes, très faible devant les tensions à vide, il vient :

$$\underline{V}_a = \underline{V}_{ao} = m.\underline{V}_A \qquad \underline{I}_A = m.\underline{I}_a$$

$$\underline{V}_b = \underline{V}_{bo} = m.\underline{V}_B \qquad \underline{I}_B = m.I_b = \underline{0}$$

$$\underline{V}_c = \underline{V}_{co} = m.\underline{V}_C \qquad \underline{I}_C = m.\underline{I}_c = \underline{0} \ .$$

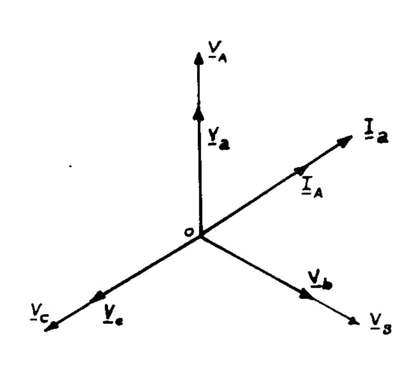


Fig. II.C.18

On constate que le déséquilibre n'a pratiquement pas perturbé le fonctionnement du transformateur ; en réalité, les tensions secondaires ne sont pas rigoureusement équilibrées mais l'écart est de l'ordre de grandeur des chutes de tension en charge,donc faible devant les tensions normales.

Les forces magnéto-motrices dues aux courants de charge valent :

$$\mathscr{E}_1 = n_1.\underline{I}_A - n_2\underline{I}_a = \underline{0} \ , \quad \mathscr{E}_2 = n_1.\underline{I}_B - n_2.\underline{I}_b = \underline{0}, \quad \mathscr{E}_3 = n_1.\underline{I}_C - n_2.\underline{I}_c = \underline{0}$$

et les flux créés dans les colonnes ne sont dus qu'aux courants magnétisants dont on a négligé les intensités pour simplifier les calculs. Les flux sont donc forcés par les tensions primaires et prennent leurs valeurs nominales.

En conclusion le couplage $Y_n y_n$ supporte parfaitement le fonctionnement déséquilibré que nous lui avons imposé ; on montrerait facilement, de la même façon, qu'il a encore un comportement normal quel que soit le déséquilibre de la charge. On retiendra que les tensions secondaires ne sont pas affectées par ce déséquilibre et que les courants primaires sont à l'image de leurs homologues secondaires.

Le seul inconvénient de ce dispositif est d'exiger l'existence d'un conducteur neutre sur la ligne d'alimentation primaire ; dans notre cas, ce conducteur sera parcouru par un courant d'intensité :

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_A = m.\underline{I}_a \ .$$

Aux fortes puissances, il n'est généralement pas question d'installer un fil neutre de même dimension que les fils de ligne et l'utilisation de la terre comme neutre pose des graves problèmes d'isolement. On préfèrera donc éviter l'emploi de ce couplage.

b. Couplage Dy_n

Les systèmes d'équations *(II.C.20)* et *(II.C.21)* restent valables à condition de les appliquer aux grandeurs électriques relatives aux transformateurs-colonnes ; les conditions imposées par le montage s'écrivent :

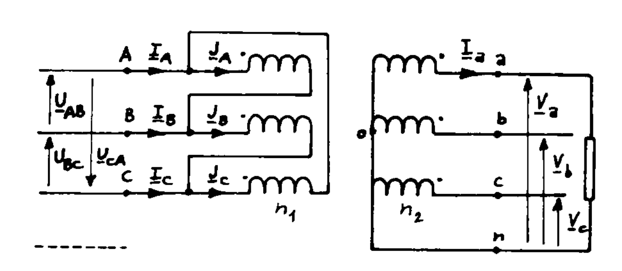


Fig. II.C.19

- alimentation triphasée équilibrée (directe, par exemple) ; d'où :

$\underline{U}_{BC} = \underline{a}^2\underline{U}_{AB}$, $\underline{U}_{CA} = \underline{a}\underline{U}_{AB}$ et :

$\underline{V}_{1d} = \underline{U}_{AB}$, $\underline{V}_{1i} = \underline{V}_{1o} = \underline{0}$.

De plus, la tension que nous notions $\underline{V}_{NO}$ est ici nulle puisque les tensions $\underline{U}_{BC}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ sont directement appliquées aux bornes des enroulements.

- charge déséquilibrée : $\underline{I}_b = \underline{I}_c = \underline{0}$; d'où : $\underline{I}_{2d} = \underline{I}_{2i} = \underline{I}_{2o} = \frac{1}{3}.\underline{I}_a$
- neutre secondaire sorti : $\underline{V}_{no} = 0$.

D'où, si on note $m_c = n_2/n_1$ le rapport de transformation d'une colonne, les expressions des composantes symétriques des tensions secondaires et des intensités des courants primaires, traduction des équations *(II.C.20)* et *(II.C.21)* :

$$\begin{cases} \underline{V}_{2d} = m_c.\underline{U}_{AB} - \frac{1}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a \\ \underline{V}_{2i} = -\frac{1}{3}.\underline{Z}_s\underline{I}_a \\ \underline{V}_{2o} = -m_o\underline{z}_{1o}.\underline{J}_{1o} - \frac{1}{3}.\underline{z}_{2o}.\underline{I}_a = -\frac{1}{3}.\underline{Z}_{so}.\underline{I}_a \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{J}_{1d} = \frac{1}{3}.m_c.\underline{I}_a \\ \underline{J}_{1i} = \frac{1}{3}.m_c.\underline{I}_a \\ \underline{J}_{1o} = \frac{1}{3}.m_c.\underline{I}_a \end{cases}$$

où $\underline{Z}_s$ et $\underline{Z}_{so}$ sont les impédances de pertes d'un transformateur-colonne, ramenées au secondaire et $\underline{J}_{1d}$, $\underline{J}_{1i}$, $\underline{J}_{1o}$ les composantes symétriques des intensités des courants dans les enroulements primaires $\underline{J}_A$, $\underline{J}_B$ et $\underline{J}_C$. On voit que ces équations sont rigoureusement identiques à celles obtenues lors de l'étude du couplage Y_ny_n. On en déduit immédiatement les valeurs des tensions secondaires, en négligeant les chutes de tension dues aux impédances de pertes :

$$\begin{cases} \underline{V}_a = \underline{V}_{2d} + \underline{V}_{2i} + \underline{V}_{2o} = m_c.\underline{U}_{AB} = \underline{V}_{ao} \\ \underline{V}_b = \underline{a}^2\underline{V}_{2d} + \underline{aV}_{2i} + \underline{V}_{2o} = \underline{a}^2 m_c.\underline{U}_{AB} = m_c.\underline{U}_{BC} = \underline{V}_{bo} \\ \underline{V}_c = \underline{aV}_{2d} + \underline{a}^2\underline{V}_{2i} + \underline{V}_{2o} = \underline{a}.m_c.\underline{U}_{AB} = m_c.\underline{U}_{CA} = \underline{V}_{co} \end{cases} .$$

On peut aussi exprimer les intensités des courants dans les enroulements primaires et celles des courants en ligne :

$$\begin{cases} \underline{J}_A = \underline{J}_{1d} + \underline{J}_{1i} + \underline{J}_{1o} = m_c.\underline{I}_a \\ \underline{J}_B = \underline{a}^2\underline{J}_{1d} + \underline{aJ}_{1i} + \underline{J}_{1o} = \underline{0} \\ \underline{J}_C = \underline{aJ}_{1d} + \underline{a}^2\underline{J}_{1i} + \underline{J}_{1o} = \underline{0} \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{I}_A = \underline{J}_A - \underline{J}_C = \underline{J}_A = m_c.\underline{I}_a \\ \underline{I}_B = \underline{J}_B - \underline{J}_A = -\underline{J}_A = -m_c.\underline{I}_a \\ \underline{I}_C = \underline{J}_C - \underline{J}_B = \underline{0} \end{cases} .$$

On constate que les tensions secondaires ne sont pas sensiblement perturbées par le déséquilibre. Si on exprime les intensités des courants en ligne en fonction du rapport du transformation $m = \sqrt{3}.\frac{n_2}{n_1}$ du transformateur triphasé, on trouve :

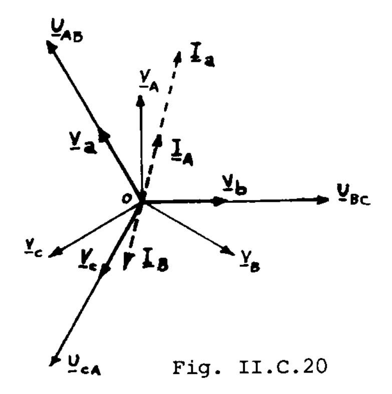


Fig. II.C.20

$$\underline{I}_A = \frac{m}{\sqrt{3}}.\underline{I}_a \qquad \underline{I}_{1d} = \frac{m}{3}.\underline{I}_a.e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{I}_B = -\frac{m}{\sqrt{3}}.\underline{I}_a \quad \text{d'où :} \quad \underline{I}_{1i} = \frac{m}{3}.\underline{I}_a.e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{I}_C = \underline{0} \qquad \underline{I}_{1o} = \underline{0} .$$

On remarque sur ces expressions que :

- toutes choses égales par ailleurs (tensions primaires et secondaires, rapport de transformation, charge) le tranformateur couplé Dy_n appellera un courant $\sqrt{3}$ fois moins intense que celui appelé au couplage Y_ny_n ; ce résultat était aisément prévisible puisque l'enroulement primaire actif est alimenté par $U_{AB} = \sqrt{3}.V_A$ en Dy_n alors qu'il n'est alimenté que par V_A en Y_ny_n ; à puissance et facteur de puissance constants, l'intensité est d'autant plus faible que la tension est plus élevée.

- les valeurs efficaces des composantes directe et inverse ont même valeur dans les deux cas étudiés :

$$I_{1d} = I_{1i} = \frac{1}{3}.m.I_a .$$

La composante homopolaire est nulle dans le cas Dy_n mais on montre facilement que le taux de déséquilibre (cf.§ I.A.III.4) prend la même valeur dans les deux cas :

$$\Delta = \frac{\mathcal{P}_1}{S_1} = \frac{|3\underline{V}_{1o}.\underline{I}_{1o} + 3\underline{V}_{1d}.\underline{I}_{1i} + 3\underline{V}_{1i}.\underline{I}_{1d}|}{|3\underline{V}_{1o}.\underline{I}^*_{1o} + 3\underline{V}_{1d}.\underline{I}^*_{1d} + 3\underline{V}_{1i}.\underline{I}^*_{1i}|} = \frac{|3\underline{V}_{1d}.\underline{I}_{1i}|}{|3\underline{V}_{1d}.\underline{I}^*_{1d}|} = \frac{I_{1i}}{I_{1d}} = 1 .$$

CONCLUSION

Le couplage Dy_n est plus intéressant que le précédent ($Y_n y_n$) ; il économise un conducteur et réduit, dans certains cas, les pertes en ligne. Son seul inconvénient réside dans le fait que les enroulements primaires doivent supporter la tension composée en ligne ; d'où des problèmes d'isolement et un coût de réalisation plus élevé aux hautes tensions.

c. Couplage Yz_n

C'est pour résoudre le problème posé par les fonctionnements déséquilibrés et supprimer l'alternative "*fil neutre ou bien primaire en triangle*" qu'a été imaginé le couplage en zigzag du secondaire. On va se contenter d'envisager le cas très simple où la charge, monophasée, est disposée entre les bornes "a" et "n". La fig. II.C.21 montre le dispositif étudié.

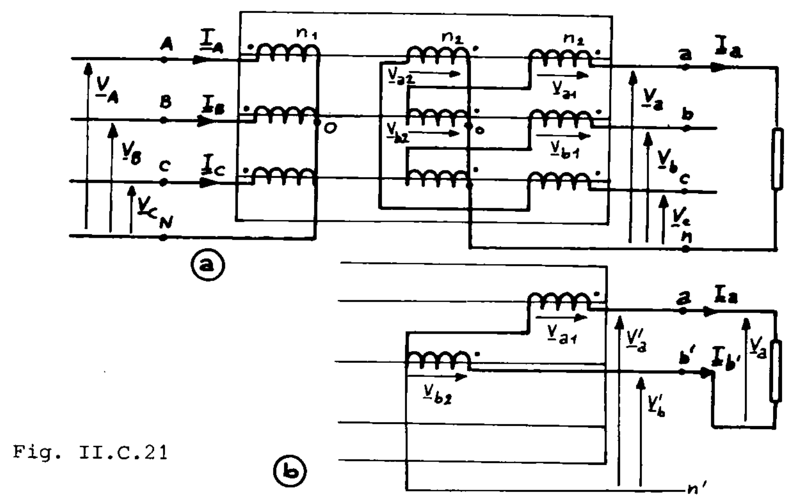


Fig. II.C.21

On voit immédiatement que le fonctionnement choisi est tel que deux seulement des six bobines secondaires sont parcourues par des courants ; tout se passe donc comme si le secondaire avait l'allure de la fig. II.C.21.b et on est ramené au couplage Yy dont nous avons établi les équations générales (en notant b' le point n et n' le point commun aux deux demi-secondaires en service). Les systèmes d'équations *(II.C.20)* et *(II.C.21)* vont donc exprimer les composantes symétriques des tensions $\underline{V}'_a$, $\underline{V}'_b$ et des courants primaires. On en déduira la valeur de la tension étoilée secondaire $\underline{V}_a$.

Conditions du fonctionnement :

- tensions primaires triphasées équilibrées (directes) :

$$\underline{V}_{1d} = \underline{V}_A, \underline{V}_{1i} = \underline{V}_{1o} = \underline{0}$$

- charge déséquilibrée : $\underline{I}_{b'} = -\underline{I}_a , \underline{I}_c = \underline{0}$; d'où leurs composantes :

$$\underline{I}_{2d} = \frac{1}{3}(\underline{I}_a + \underline{a}\underline{I}_{b'} + \underline{a}^2\underline{I}_c) = \frac{1}{3}(1 - \underline{a})\underline{I}_a ,$$

$$\underline{I}_{2i} = \frac{1}{3}(\underline{I}_a + \underline{a}^2\underline{I}_{b'} + \underline{a}\underline{I}_c) = \frac{1}{3}(1 - a^2)\underline{I}_a , \; \underline{I}_{2o} = \underline{0}$$

- neutres sortis :

$$\underline{V}_{NO} = 0 \quad \text{et} \quad \underline{V}_{no} = \underline{0} .$$

D'où, en notant m_c le rapport n_2/n_1 , les équations cherchées :

$$\begin{cases} \underline{I}_{1d} = m_c\underline{I}_{2d} = \dfrac{m_c}{3}(1 - \underline{a})\cdot\underline{I}_a \\ \underline{I}_{1i} = m_c\underline{I}_{2i} = \dfrac{m_c}{3}(1 - \underline{a}^2)\cdot\underline{I}_a \\ \underline{I}_{1o} = m_c\underline{I}_{2o} = \underline{0} \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{V}'_{2d} = m_c\underline{V}_A - \dfrac{1}{3}(1 - \underline{a})\cdot\underline{Z}_s\underline{I}_a \\ \underline{V}'_{2i} = -\dfrac{1}{3}(1 - \underline{a}^2)\cdot\underline{Z}_s\underline{I}_a \\ \underline{V}'_{2o} = \underline{0} . \end{cases}$$

Les intensités des courants primaires et les tensions $\underline{V}'_a$ et $\underline{V}'_b$ s'expriment :

$$\begin{cases} \underline{I}_A = \underline{I}_{1d} + \underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = m_c\underline{I}_a \\ \underline{I}_B = \underline{a}^2\underline{I}_{1d} + \underline{a}\underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = -m_c\underline{I}_a \\ \underline{I}_C = \underline{a}\underline{I}_{1d} + \underline{a}^2\underline{I}_{1i} + \underline{I}_{1o} = \underline{0} . \end{cases} \qquad \begin{aligned} \underline{V}'_a &= \underline{V}'_{2d} + \underline{V}'_{2i} + \underline{V}'_{2o} = m_c\underline{V}_A - \underline{Z}_s\underline{I}_a \\ \underline{V}'_b &= \underline{a}^2\underline{V}'_{2d} + \underline{a}\underline{V}'_{2i} + \underline{V}'_{2o} = m_c\underline{a}^2\underline{V}_a + \underline{Z}_s\underline{I}_a \end{aligned}$$

On peut alors calculer les f.m.m. dues aux courants de charge :

$$\mathscr{E}_1 = n_1\underline{I}_A - n_2\underline{I}_a = \underline{0} , \; \mathscr{E}_2 = n_1\underline{I}_B - n_2\underline{I}_{b'} = \underline{0} , \; \mathscr{E}_3 = n_1\underline{I}_C = \underline{0} .$$

Les flux ne sont pas modifiés par la charge ; ils sont forcés par les tensions primaires et on peut en déduire que les tensions $\underline{V}_b$ et $\underline{V}_c$ prennent pratiquement les mêmes valeurs qu'à vide ; d'où les tensions secondaires :

$$\underline{V}_a = \underline{V}'_a - \underline{V}'_b = m_c(\underline{V}_A - \underline{a}^2\underline{V}_A) - 2\underline{Z}_s\underline{I}_a = m_c\underline{U}_{AB} - 2\underline{Z}_s\underline{I}_a \neq m_c\underline{U}_{AB} = \underline{V}_{ao}$$

$$\begin{cases} \underline{V}_b \neq \underline{V}_{bo} \\ \underline{V}_c \neq \underline{V}_{co} \end{cases}$$

Enfin, si on exprime les intensités en fonction du rapport de transformation

$$m = \sqrt{3}\cdot\frac{n_2}{n_1} = m_c\cdot\sqrt{3} .$$

(où n_2 est le nombre de spires d'un demi-secondaire) du couplage Yz, il vient :

$$\underline{I}_A = \frac{m}{\sqrt{3}} \cdot \underline{I}_a \qquad \underline{V}_a = \underline{V}_{ao}$$

$$\underline{I}_B = - \frac{m}{\sqrt{3}} \cdot \underline{I}_a \qquad \underline{V}_b = \underline{V}_{bo}$$

$$\underline{I}_C = \underline{0} \qquad \underline{V}_c = \underline{V}_{co}$$

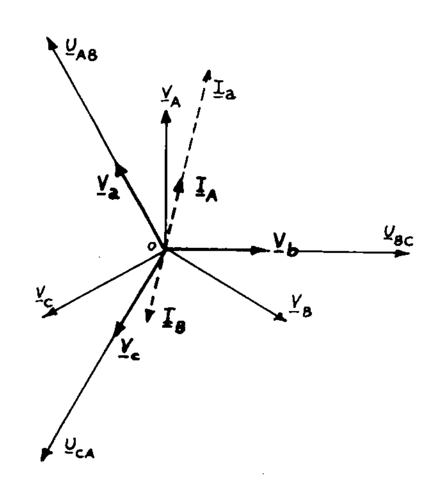


Fig. II.C.22

et les grandeurs électriques associées à ce fonctionnement sont représentées dans les plans de Fresnel de la fig. II.C.22. On constate que ces relations et ces diagrammes sont identiques à ceux obtenus, pour la même charge, en couplage Dy_n. Les montages Dy et Yz ont rigoureusement les mêmes performances (courants en ligne moins intenses qu'en $Y_n y_n$, mêmes composantes symétriques des courants primaires, même taux de déséquilibre).

On remarque surtout que la composante homopolaire I_{1o} est nulle, ou, ce qui revient au même, que la somme des intensités primaires est nulle :

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{0} \ .$$

Ce résultat est très important : il signifie que le fil neutre primaire que nous avions tendu pour simplifier les calculs est inutile ; on supprimera ce conducteur, ce qui fera préférer le couplage Yz_n à $Y_n y_n$. Cette propriété n'est pas liée au cas particulier de charge étudié ; elle est générale, pour le couplage Yz, et ne provient que de la particularité du couplage des bobines secondaires : le zigzag a pour effet de donner une somme des ampère-tours secondaires toujours nulle ; en effet :

$$\mathscr{E}_{sa} = n_2 \underline{I}_c - n_2 \underline{I}_a \qquad \mathscr{E}_{sb} = n_2 \underline{I}_a - n_2 \underline{I}_b \qquad \mathscr{E}_{sc} = n_2 \underline{I}_b - n_2 \underline{I}_c$$

(dans les conventions adoptées, les f.m.m. sont positives quand les intensités pénètrent dans les bobines par les bornes marquées d'un point). D'où :

$$\mathscr{E}_{st} = \mathscr{E}_{sa} + \mathscr{E}_{sb} + \mathscr{E}_{sc} = \underline{0} \qquad \forall (\underline{I}_a, \underline{I}_b, \underline{I}_c) \ .$$

Il n'y aura donc pas non plus d'ampères-tours homopolaires au primaire pour annuler ceux du secondaire et :

$$n_1\underline{I}_A + n_1\underline{I}_B + n_1\underline{I}_C = 0 \qquad \text{CQFD.}$$

Le seul inconvénient du couplage Yz est, on l'a vu, d'imposer au secondaire plus de spires ($\frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}15$) que lorsque ce secondaire est en étoile, toutes choses égales par ailleurs. Cette propriété aura des conséquences sensibles aux fortes puissances : davantage de cuivre au secondaire, donc davantage de fer puisqu'il faut pouvoir bobiner plus de spires, davantage de pertes de fer et surtout par effet Joule, échauffement plus important, refroidissement à prévoir en conséquence, etc.

II.C.III MÉTHODES D'ÉTUDE DES TRANSFORMATEURS TRIPHASÉS

II.C.III.1 PRÉDÉTERMINATIONS EN RÉGIME TRIPHASÉ ÉQUILIBRÉ

En règle générale, l'analyse d'un fonctionnement équilibré se ramènera toujours à l'étude d'un transformateur monophasé, réel ou fictif. Pour le détail des prédéterminations, on se rapportera donc au chapitre II.B.III. On se contentera ici de définir l'élément monophasé à étudier ; deux méthodes peuvent être envisagées :

a. Méthode du transformateur-colonne

Elle consiste à ramener l'étude du fonctionnement équilibré du transformateur triphasé à celle d'une colonne. S'il y a n_2 spires par enroulement secondaire et n_1 par bobine primaire le transformateur colonne a un rapport :

$$m_c = \frac{n_2}{n_2}$$

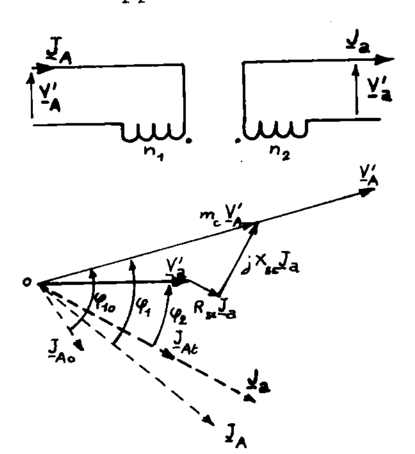


Fig. II.C.23

et si on utilise l'impédance de pertes ramenée au secondaire, ses équations s'écrivent :

$$\underline{V}'_a = m_c\underline{V}'_A - R_{sc}\underline{J}_a - jX_{sc}\underline{J}_a =$$

$$m_c\underline{V}'_a - \underline{Z}_{sc}\underline{J}_a$$

$$\underline{J}_A = \underline{J}_{At} + \underline{J}_{Ao} = m_c\underline{J}_a + \underline{J}_{Ao}.$$

D'où le diagramme de la fig.II.C.23, analogue à celui d'un transformateur monophasé.

D'où la marche à suivre en triphasé équilibré:

- ramener les données à une colonne (tensions par enroulement, courants dans les enroulements, puissances et pertes par colonne) en tenant compte des couplages ;
- résoudre le problème posé au niveau d'une colonne ;
- exprimer les résultats aux bornes des enroulements triphasés (tensions et courants en ligne, puissances et pertes globales), en fonction des couplages.

Cette méthode suppose déterminés les éléments d'un transformateur-colonne (m_c, $\underline{Z}_{sc} = R_{sc} + jX_{sc}$ pour une colonne, J_{Ao}, ϕ_{1o}). Elle n'est pas applicable si on ignore les couplages du transformateur et devient d'emploi délicat si on a un secondaire connecté en zigzag.

b. Méthode des dipôles équivalents de Thévenin

On montrerait facilement que, même dans le cas d'un secondaire en zigzag, une "phase" primaire et la "phase" secondaire homologue peuvent être représentées par les dipôles de Thévenin indiqués sur la fig. II.C.24 (c'est immédiat dans le cas de tous les autres couplages, du fait de la théorie du transformateur-colonne). Le transformateur parfait fictif qui sert de liaison entre les "phases" homologues primaire et secondaire doit rendre compte simultanément du rapport de transformation m à vide et de l'indice horaire, c'est-à-dire du déphasage entre les f.e.m. homologues primaires et secondaires ; d'où ses équations :

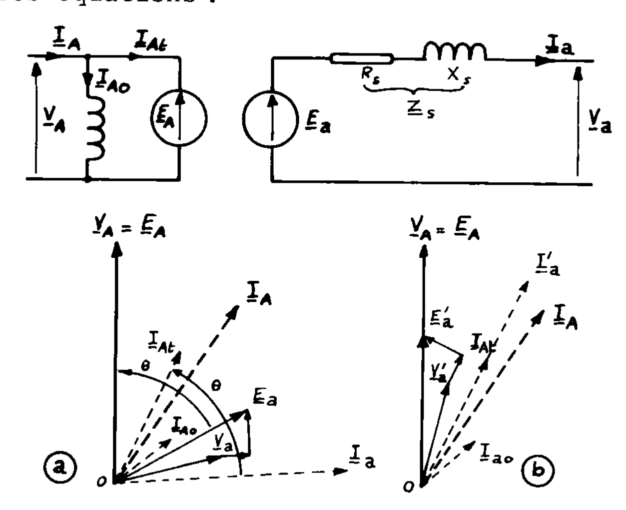


Fig. II.C.24

$$\underline{E}_a = m.\underline{E}'_a.e^{-j\theta} = m.\underline{V}_A.e^{-j\theta}$$

$$\underline{I}_{At} = m.\underline{I}_a.e^{+j\theta}$$

où $\theta = I.\frac{\pi}{6}$ est le retard des grandeurs électriques B.T. sur celles homologues H.T. (I étant l'indice horaire).

D'où les équations du schéma électrique équivalent :

$$\underline{V}_a = \underline{E}_a - \underline{Z}_s\underline{I}_a = m.\underline{V}_A.e^{-j\theta} - \underline{Z}_s.\underline{I}_a$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{At} + \underline{I}_{Ao} = m.\underline{I}_a.e^{+j\theta} + \underline{I}_{Ao} \quad .$$

Les diagrammes vectoriels qui en résultent sont représentés sur la fig. II.C.24.a dans le cas d'un transformateur abaisseur et d'une charge inductive.

On voit que si on fait tourner de θ autour de l'origine les grandeurs vectorielles secondaires (fig. II.C.24.b) on retrouve les diagrammes vectoriels d'un transformateur monophasé ; on pourra adopter ce mode de représentation et donc oublier l'indice horaire *si on ne s'intéresse qu'aux normes des vecteurs.*

Cette méthode est identique à celle du transformateur-colonne lorsqu'on étudie un couplage Yy.

La mise en oeuvre conduit à :

- traduire les données du problème "par phase" : les tensions étoilées, courants en ligne, puissances et pertes par phase ;
- résoudre le nouveau problème au moyen de la méthode décrite ;
- exprimer les résultats définitifs : tensions composées, puissances et pertes globales.

Il faudra auparavant connaître ou déterminer les éléments du schéma équivalent à un couple de "phases" homologues : rapport de transformation m, impédances de pertes ramenées au secondaire, etc.

II.C.III.2 DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES ÉLÉMENTS DES SCHÉMAS ÉQUIVALENTS

a. Essai à circuit ouvert (essai à vide)

C'est une simple généralisation de l'essai décrit dans le cas monophasé. On alimente le primaire, si possible, sous tension nominale et on mesure U_{1o}, P_{1o}, I_{1o}, U_{2o}. La fig. II.C.25 donne le principe du montage à réaliser ; on peut mesurer la puissance active par la méthode des deux wattmètres mais on a vu qu'elle perd de la précision lorsque le facteur de puissance est faible, ce qui est le cas pour un transformateur à vide. On déduira de ces mesures :

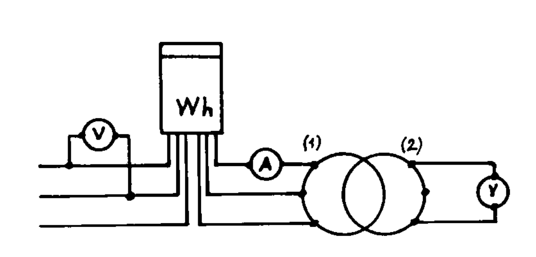


Fig. II.C.25

- le rapport de transformation :

$$m = \frac{U_{2o}}{U_{1o}}$$

- le facteur de puissance et le déphasage à vide ϕ_{1o}:

$$\cos\phi_{1o} = \frac{P_{1o}}{\sqrt{3}U_{1o}I_{1o}}$$

- la valeur des pertes dans le fer :

$$P_{Fer} = P_{1o} - P_{J1o} = P_{1o} - 3r_1J_{1o}^2$$

si r_1 est la résistance d'un enroulement primaire et J_{1o} l'intensité du courant à vide dans une bobine.

Si on veut établir le schéma électrique équivalent d'une colonne on calculera, en tenant compte des couplages, les valeurs de V'_{1o} ,V'_{2o} (d.d.p. par enroulement) et J_{1o}. On pourra calculer :

$$m_c = \frac{V'_{2o}}{V'_{1o}} .$$

La mesure du rapport de transformation au moyen de deux voltmètres n'est pas toujours assez précise, surtout lorsqu'il s'agit de matériels à disposer en parallèle (si on veut éviter les courants de circulation, voir chapitre suivant). On peut alors comparer la tension à vide B.T. avec une portion de la tension H.T. . Le montage de la fig. II.C.26.a est tel que si le voltmètre ne dévie pas on a :

$$V_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} . V_1 \qquad m = \frac{R_1}{R_1 + R_2} .$$

D'où une plus grande précision, que l'on peut encore améliorer en repérant le zéro au moyen d'un électrodynamomètre (symbole E sur la fig. II.C.26.b) dont la bobine fixe est alimentée par V_1 et la bobine mobile par :

$$V_2 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_1 .$$

Cette technique de mesure constitue la *méthode du pont de Barbagelata.*

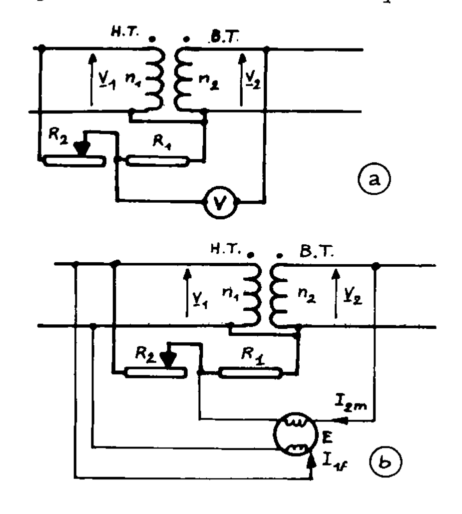


Fig. II.C.26

b. Essai en court-circuit

Le schéma de principe du montage est donné à la fig. II.C.27.a . On alimente le primaire sous tension réduite U_{1cc} telle que le secondaire, en court-circuit, débite un courant d'intensité I_{2cc} (en général, on prend $I_{2cc} = I_{2n}$) ; on mesure U_{1cc}, P_{1cc} et I_{2cc} (P_{1cc} peut être mesurée au compteur d'énergie car le facteur de puissance est faible en court-circuit). Il faut éviter de mesurer l'impédance et la consommation des ampèremètres : d'où le montage "aval" au primaire et un transformateur de courant au secondaire (il ramène à son primaire une impédance négligeable devant celles du transformateur triphasé). On peut supprimer cette dernière difficulté en alimentant le secondaire sous tension réduite U_{2cc}, pour avoir $I_{2cc} = I_{2n}$, le primaire étant en court-circuit (fig. II.C.27.b) ; on mesure alors U_{2cc}, I_{2cc} et P_{2cc}.

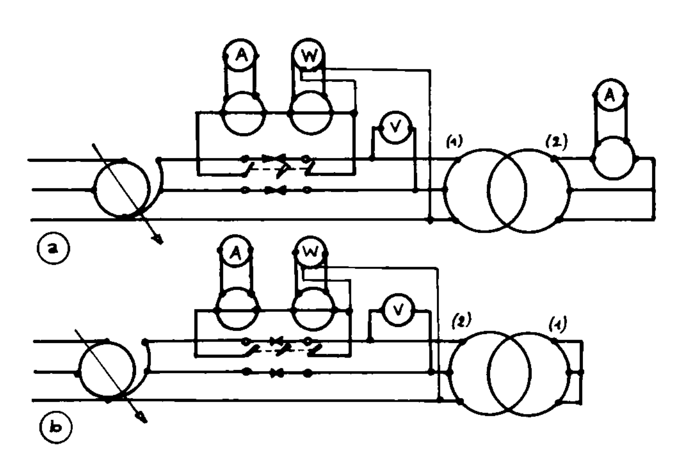


Fig. II.C.27

Par extension des relations établies en monophasé, ces mesures permettent de calculer les éléments de l'impédance ramenée au secondaire d'une "phase" :

- impédance :

cas (a) $$Z_s = \frac{mV_{1cc}}{I_{2cc}} = \frac{mU_{1cc}}{\sqrt{3}I_{2cc}}\ ; \qquad \text{cas (b)} \quad Z_s = \frac{V_{2cc}}{I_{2cc}} = \frac{U_{2cc}}{\sqrt{3}I_{2cc}}$$

- résistance :

(a) $$R_s = \frac{P_{1cc}}{3.(I_{2cc})^2} \qquad \text{(b)} \quad R_s = \frac{P_{2cc}}{3.(I_{2cc})^2}$$

- réactance :

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

- le déphasage ϕ_{cc} qui est aussi l'argument de $\underline{Z}_s$

$$\cos\phi_{cc} = \frac{R_s}{Z_s} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}mU_{1cc}I_{2cc}} = \frac{P_{2cc}}{\sqrt{3}U_{2cc}I_{2cc}}\ .$$

Si on cherche les éléments de l'impédance ramenée au secondaire d'un transformateur colonne (si le secondaire n'est pas en zigzag), on cal-

cule les valeurs de V'_{1cc} (d.d.p. aux bornes d'un enroulement primaire) et J_{2cc} (intensité du courant dans un enroulement secondaire), si on a réalisé le montage II.C.27.a, ou de V'_{2cc} et J_{2cc} dans le cas du montage II.C.27.b. D'où les éléments cherchés :

- impédance :

(a) $$Z_{sc} = \frac{m_c V'_{1cc}}{J_{2cc}}$$ (b) $$Z_{sc} = \frac{V'_{2cc}}{J_{2cc}}$$

- résistance :

(a) $$R_{sc} = \frac{P_{1cc}}{3.(J_{2cc})^2}$$ (b) $$R_{sc} = \frac{P_{2cc}}{3.(J_{2cc})^2}$$

- réactance :

$$X_{sc} = \sqrt{Z_{sc}^2 - R_{sc}^2} \quad .$$

II.C.III.3 ESSAIS D'UN TRANSFORMATEUR TRIPHASÉ

a. Essai en charge

Ne peut être réalisé sur plate-forme que pour des matériels dont la puissance nominale ne dépasse pas quelques dizaines de kVA. Il permet de relever les courbes caractéristiques du fonctionnement d'un transformateur :

- caractéristique externe :

$$U_2 = f(I_2) \text{ à } U_1 = \text{Cte}, \ f = \text{Cte et } \cos\phi_2 = \text{Cte}.$$

- courbe de réglage :

$$U_1 = f(I_2) \text{ à } U_2 = \text{Cte}, \ f = \text{Cte et } \cos\phi_2 = \text{Cte}.$$

On peut aussi l'utiliser pour déterminer le rendement du transformateur par une méthode directe.

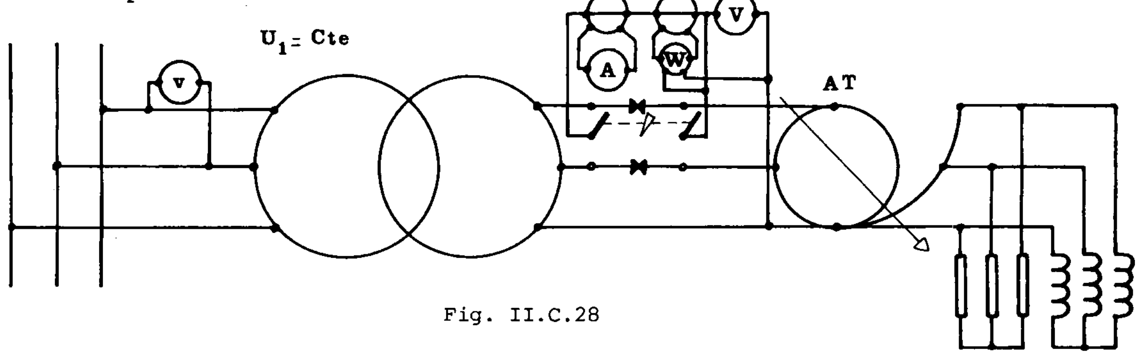


Fig. II.C.28

La fig.II.C.28 donne un schéma de montage utilisable aux puissances faibles (quelques kVA) ; le facteur de puissance est mesuré au moyen des indications du wattmètre et de la règle de Brillinsky (voir annexe 1 du ch.I.A.II) ; l'autotransformateur intercalé entre le trans-

formateur et là charge permet de modifier la charge apparente du transformateur sans changer de facteur de puissance (fixé par les éléments disposés en aval de AT), inductif dans le cas de figure.

b. Essais en récupération (Ayrton et Sumpner).

Comme dans le cas du transformateur monophasé ils permettent de réaliser le fonctionnement en charge d'un transformateur sans que la source d'alimentation ait à fournir une puissance supérieure aux pertes. Ils nécessitent deux transformateurs identiques montés en opposition.

Le montage de la fig. II.C.29 permet d'étudier la charge et le rendement d'un transformateur ; les primaires H.T. sont montés en parallèle sur le réseau d'alimentation et les enroulements B.T. sont connectés en opposition (on aurait pu alimenter par les bobines B.T. aussi bien) un autotransformateur et un régulateur à induction utilisé en déphaseur servent à régler l'intensité du courant secondaire et le facteur de puissance.

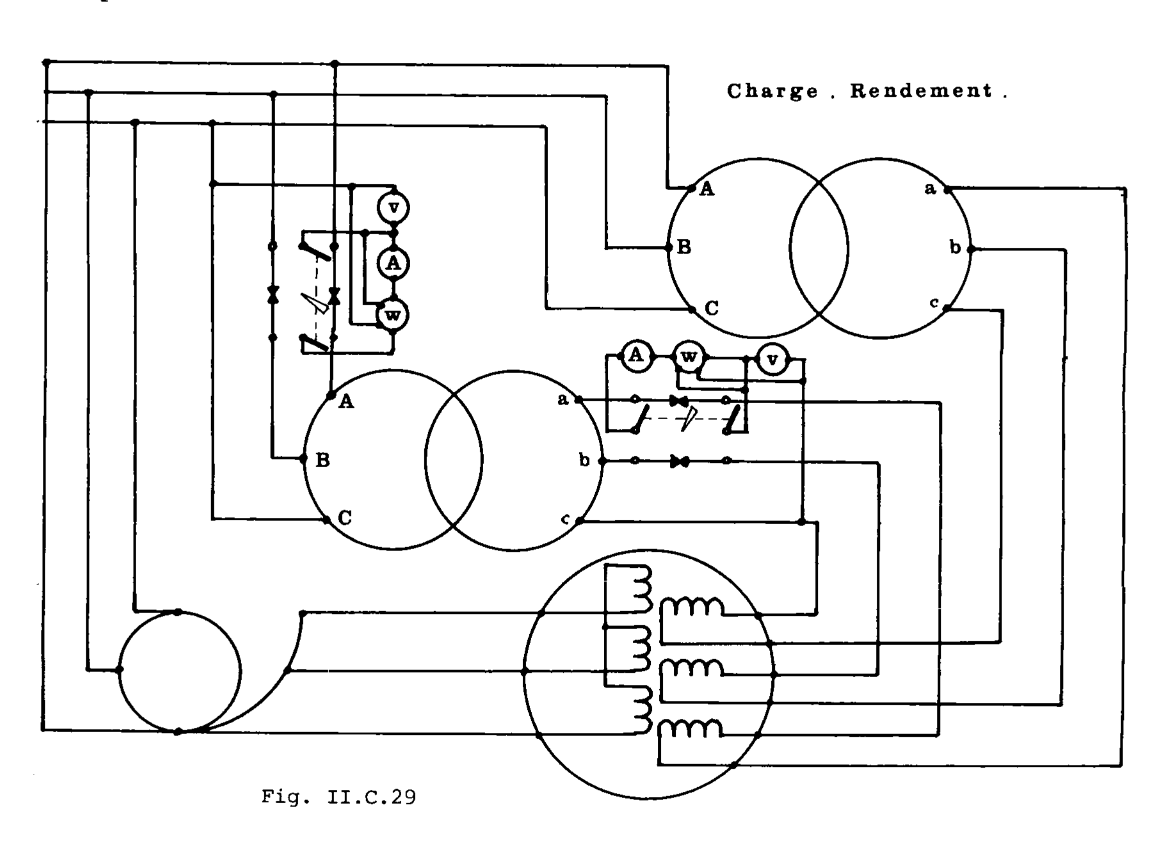


Fig. II.C.29

Si on désire seulement déterminer les pertes du transformateur ou étudier son fonctionnement sur charge purement active on peut supprimer le régulateur à induction et utiliser le montage de la fig. II.C.30.

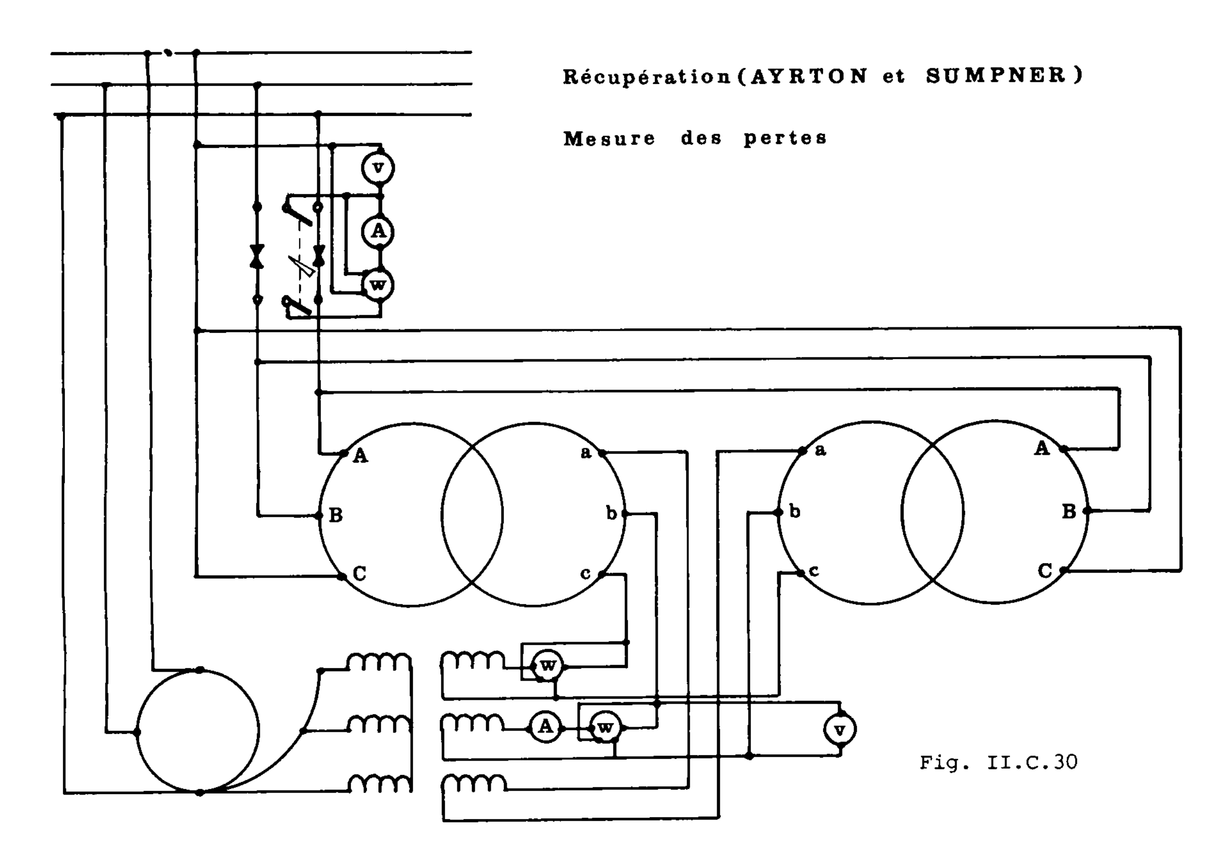


Fig. II.C.30

En effet, on sait que les pertes ne dépendent pas du facteur de puissance ; elles ne sont fonction que de la tension primaire et de la fréquence, pour les pertes dans le fer, et de l'intensité du courant secondaire pour les pertes dans les enroulements.

c. Essais d'échauffement

Ces essais sont destinés à déterminer l'échauffement des enroulements au fonctionnement nominal, c'est-à-dire l'écart entre les températures des bobines et du fluide réfrigérant. Comme il n'est pas possible de mesurer directement la température des conducteurs on procède de manière indirecte en mesurant la résistance R_f de chaque bobine à froid, à l'équilibre thermique avec le fluide réfrigérant de température t_f, et la résistance à chaud R_c, au régime permanent nominal, le fluide réfrigérant étant à la température t_c (et la bobine étudiée à la température $t_c + \Delta\theta$, où $\Delta\theta$ est l'échauffement cherché). On sait que la résistance d'un conducteur varie linéairement avec la valeur de sa température ; d'où, si a est le coefficient de température du matériau conducteur :

$$R_c = R_o[1 + a(t_c + \Delta\theta)] \qquad R_f = R_o[1 + a.t_f].$$

On en tire la valeur de l'échauffement :

$$\Delta\theta = (\frac{1}{a} + t_f).\frac{R_c - R_f}{R_f} - (t_c - t_f) \quad (II.C.22)$$

où, dans le cas de conducteurs en cuivre :

$$\Delta\theta = (234{,}5 + t_f).\frac{R_c - R_f}{f} - (t_c - t_f) \quad .$$

La connaissance de l'échauffement d'un enroulement permet de déterminer sa température de travail ($t_c + \Delta\theta$), de vérifier que l'isolation a été bien choisie et de tester le refroidissement.

L'essai d'échauffement, destiné à mesurer R_c et t_c , peut être effectué de différentes façons :

- on place le transformateur à son régime nominal jusqu'à obtention d'un fonctionnement permanent stable (la température du fluide de refroidissement reste alors constante) grâce à un montage en récupération (voir paragraphe précédent) ou un essai en charge (aux très faibles puissances) ;
- on réalise un *court-circuit équivalent*, fonctionnement en court-circuit qui développe des pertes égales aux pertes nominales totales $P_{Fer} + P_J$ mesurées au moyen d'un essai à vide (P_{Fer}) et d'un essai au court-circuit nominal (P_J). Comme dans le premier cas, on attend que s'établisse le régime permanent pour mesurer R_c et t_c .Les intensités des courants dans les enroulements auront des valeurs supérieures aux valeurs nominales.

II.C.III.4 DÉTERMINATION DE L'INDICE HORAIRE

Elle se ramène à celle du déphasage entre deux tensions homologues, d.d.p. primaire et secondaire entre des bornes désignées par des lettres identiques (majuscules côté H.T., minuscules côté B.T.).

a. Méthode oscilloscopique

Elle consiste à mesurer ce déphasage à l'oscilloscope et à en déduire la valeur de l'indice horaire.

b. Méthode impulsionnelle

On applique des échelons de tension de signe connu entre deux bornes d'un des systèmes d'enroulements, par exemple des échelons positifs entre les bornes a et b (B.T.) ; un millivoltmètre magnétoélectrique permet d'observer, à chaque fermeture de l'interrupteur K, des

impulsions de f.e.m. entre les bornes H.T. (et des impulsions opposées à l'ouverture de K).

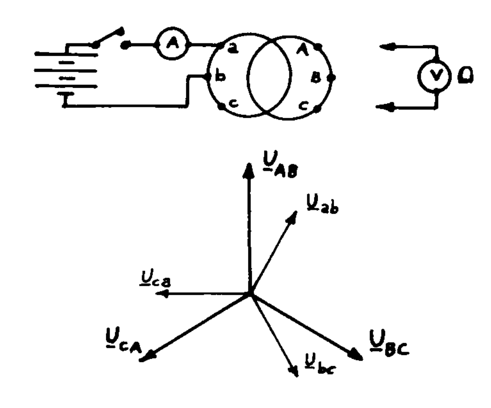


Fig. II.C.31

On montrerait que la loi de Lenz implique que l'impulsion de tension induite entre deux bornes (par exemple entre A et B) est proportionnelle à la projection du vecteur "tension composée" de Fresnel associé à ces bornes en régime sinusoïdal ($\underline{U}_{AB}$ dans notre exemple) sur celui qui correspond aux bornes où a été appliqué l'échelon de tension (ici $\underline{U}_{ab}$). Dans le cas d'un transformateur d'indice horaire $I = 1$ (une heure), les diagrammes de la fig. II.C.31 montrent qu'un échelon positif appliqué entre a et b provoque :

- une impulsion positive entre A et B ;
- une impulsion nulle entre B et C (U_{BC} est en quadrature sur $\underline{U}_{ab}$) ;
- une impulsion négative entre C et A.

On peut donc prévoir, pour chaque valeur de l'indice horaire, les signes des impulsions observées entre les bornes A et B, B et C, C et A et établir le tableau de correspondance ci-après.

Indice	entre A et B		entre B et C		entre C et A	
0	+	-	-	+	-	+
1	+	-	0	0	-	+
2	+	-	+	-	-	+
3	0	0	+	-	-	+
4	-	+	+	-	-	+
5	-	+	+	-	0	0
6	-	+	+	-	+	-
7	-	+	0	0	+	-
8	-	+	-	+	+	-
9	0	0	-	+	+	-
10	+	-	-	+	+	-
11	+	-	-	+	0	0

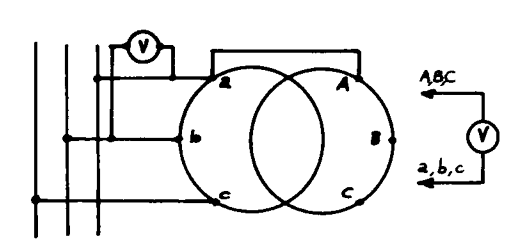
En pratique, il suffira donc de noter les polarités des différentes impulsions (à la fermeture de l'interrupteur K) et de lire sur ce tableau l'indice horaire cherché.

Remarque 1 : La seule difficulté présentée par la mise en oeuvre de cette méthode provient du fait que les dissymétries du circuit magnétique sont telles qu'on observe toujours une impulsion secondaire ; le millivoltmètre dévie toujours lors de la fermeture de K, même si le tableau indique une déviation nulle ; pour ne pas prendre des f.e.m. parasites (dues à la dissymétrie, aux flux de fuites, etc.) pour les impulsions cherchées il faut revenir au principe de la méthode qui énonce que l'impulsion observée entre A et B est proportionnelle à la projection de $\underline{U}_{AB}$ sur $\underline{U}_{ab}$; on voit qu'il en résulte immédiatement que l'on ne peut observer que sept amplitudes maximales d'impulsion de valeurs 1, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1}{2}$, 0, $\frac{-1}{2}$, $\frac{-\sqrt{3}}{2}$, -1 (si on note 1 la valeur de l'amplitude de l'impulsion maximale rencontrée). Il sera ainsi facile d'éliminer les f.e.m. parasites : toute déviation du voltmètre inférieure à 0,5 fois une autre déviation mesurée doit être considérée comme nulle.

Remarque 2 : On applique l'échelon de tension aux enroulements B.T. pour provoquer, côté H.T. des impulsions suffisamment importantes pour être décelées au millivoltmètre.

c. Méthode "des électriciens"

On alimente un côté du transformateur, par exemple le côté B.T. et on relie entre elles une borne B.T. et la borne H.T. homologue (par exemple a et A). On mesure alors les tensions composées B.T. (U_{ab}, U_{bc} et U_{ca}) et les tensions mixtes entre bornes B.T. et H.T. (U_{aB}, U_{aC}, U_{bA}, U_{bB}, U_{bC}, U_{cA}, U_{cB} et U_{cC}).



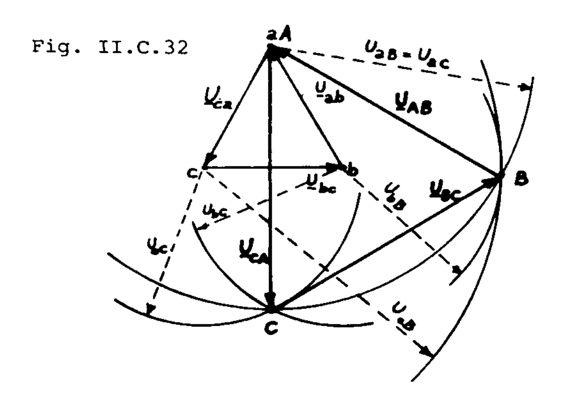


Fig. II.C.32

Ces mesures permettent de construire les diagrammes vectoriels des tensions primaires et secondaires et d'en déduire le déphasage entre deux tensions homologues et l'indice horaire.

U_{ab}, U_{bc} et U_{ca} permettent de construire le triangle de sommets a,b,c, potentiels des bornes a,b et c. Par construction (conducteur équipotentiel entre a et A) le potentiel de A est celui de a. Le point B est situé à la distance U_{aB} de a, à la distance U_{bB} de b et à U_{cB} de c ;

la construction de trois arcs de cercles donne donc le point B et la tension composée $\underline{U}_{AB}$; les vecteurs $\underline{U}_{aB}$ et $\underline{U}_{AB}$ permettent de déterminer l'indice horaire (une heure dans le cas de la fig. II.C.32). On peut terminer la construction en cherchant le point C(à U_{aC} de a, U_{bC} de b, U_{cC} de c), ne serait-ce que pour repérer une éventuelle erreur de mesure.

Remarque : Les vecteurs $\underline{U}_{ab}$, $\underline{U}_{bc}$ et U_{ca} sont supposés constituer un système triphasé équilibré direct pour la construction graphique ; il n'est pourtant pas nécessaire que, lors de l'essai, on s'assure de cette propriété : les mesures effectuées au voltmètre sont indépendantes de l'ordre de succession des phases des potentiels des points a,b et c.

II.C.IV MARCHE EN PARALLÈLE DES TRANSFORMATEURS TRIPHASÉS

II.C.IV.1 PRINCIPE

a. But

La puissance transmise par une centrale au réseau ou celle partant du réseau maillé vers une ligne de distribution évoluent au cours du temps en fonction de la consommation. Un transformateur unique reliant la ligne à la centrale ou le réseau à la ligne de distribution et capable de transmettre la pointe maximale de consommation serait en général utilisé très en-dessous de son fonctionnement nominal, avec un rendement médiocre ou mauvais. On préfère disposer de plusieurs transformateurs de moindre puissance fonctionnant en parallèle de telle sorte qu'ils soient toujours au voisinage de leurs conditions nominales de marche. L'évolution de la consommation entraîne donc une variation du nombre ou de la puissance nominale des matériels en service.

Par ailleurs, de par sa nature même, le réseau maillé implique que deux transformateurs éloignés et assurant le transfert d'énergie entre deux lignes de tensions différentes, donc réalisant un bouclage, se trouvent nécessairement en parallèle.

b. Conditions du couplage en parallèle

Des transformateurs sont en parallèle lorsque leurs primaires sont alimentés par un même réseau et leurs secondaires connectés à une même ligne ou débitent dans une même charge.

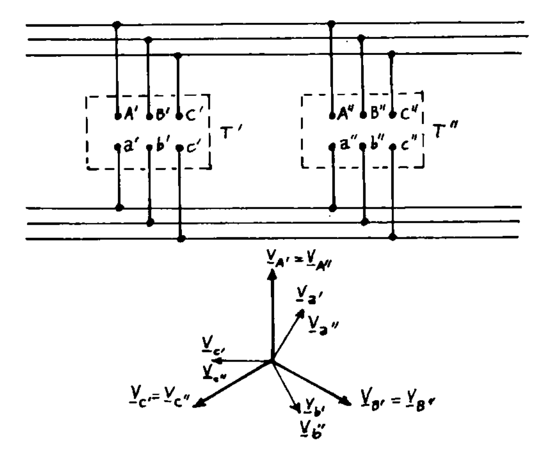


Fig. II.C.33

Lorsque les bornes homologues primaires de deux transformateurs triphasés sont connectées deux à deux (A' à A", B' à B", C' à C") et alimentées par une ligne triphasée il apparaît aux secondaires deux systèmes triphasés de tensions $\underline{V}_{a'}, \underline{V}_{b'}, \underline{V}_{c'}$ et $\underline{V}_{a''}, \underline{V}_{b''}, \underline{V}_{c''}$ Pour que l'on puisse relier deux à deux les bornes homologues secondaires (a' et a", b' et b", c' et c") sans que circulent des courants importants (les impédances de pertes sont très faibles devant l'impédance de charge normale) il faut que ces bornes soient deux à deux aux mêmes potentiels, soit :

$$\underline{V}_{a'} = \underline{V}_{a''} \qquad \underline{V}_{b'} = \underline{V}_{b''} \qquad \underline{V}_{c'} = \underline{V}_{c''} .$$

Or, du fait du branchement des primaires on a :

$$\underline{V}_{A'} = \underline{V}_{A''} \qquad \underline{V}_{B'} = \underline{V}_{B''} \qquad \underline{V}_{C'} = \underline{V}_{C''} .$$

On en déduit immédiatement les conditions nécessaires au couplage de T' et T" :

- même rapport de transformation :

$$m' = \frac{V_{a'}}{V_{A'}} = \frac{V_{a''}}{V_{A''}} = m'' \quad .$$

- même indice horaire et donc même déphasage entre B.T. et H.T. :

$$\theta' = \mathrm{Arg}(\underline{V}_{A'}) - \mathrm{Arg}(\underline{V}_{a'}) = \mathrm{Arg}(\underline{V}_{A''}) - \mathrm{Arg}(\underline{V}_{a''}) = \theta'' \quad .$$

Bien entendu, il faut aussi que les bornes des transformateurs soient correctement repérées : un système triphasé équilibré direct de tensions appliqué aux bornes A,B,C doit faire apparaître un système triphasé équilibré direct de f.e.m. entre les bornes a,b,c.

c. Groupes d'indices horaires

En pratique, on a vu qu'il est aisé de modifier l'indice horaire d'un transformateur en effectuant une permutation circulaire des lettres affectées aux bornes : toute permutation correspond à une augmentation ou à une diminution de 4 de la valeur de l'indice horaire. On pourra donc coupler en parallèle sans difficulté des transformateurs dont les indices diffèrent de ± 4.

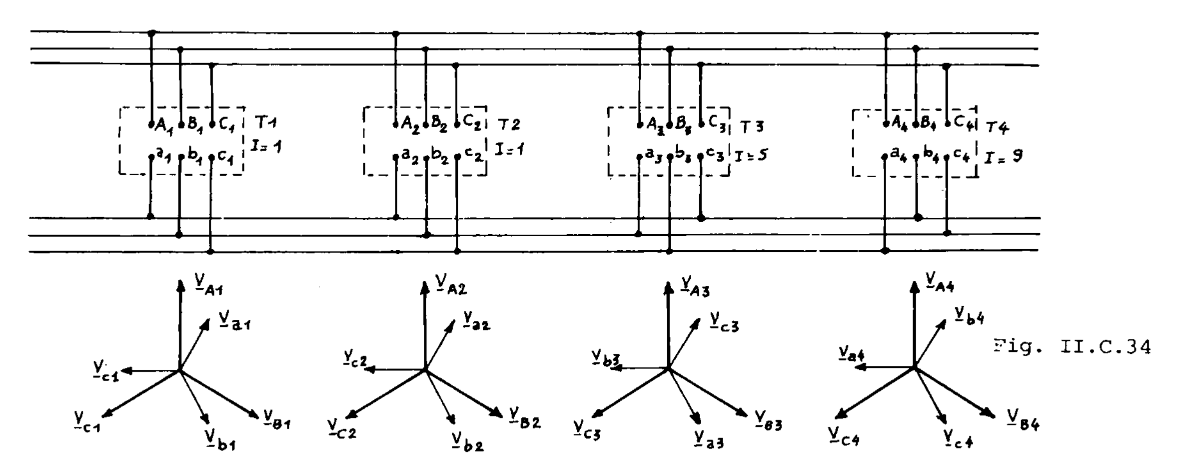


Fig. II.C.34

La fig. II.C.34 montre le branchement en parallèle de transformateurs d'indices 1(T_1 et T_2), 5(T_3) et 9(T_4, mais cet indice n'est pas utilisé industriellement).

La marche en parallèle de deux machines dont les indices sont de même parité mais ne diffèrent pas de ± 4 (par exemple 1 et 3, ou 1 et 7, ou 1 et 11) suppose une modification interne de la désignation des extrémités des bobines (voir § II.C.I.4), ce qui n'est pas possible sur un transformateur industriel livré avec six bornes sorties (plus éventuellement le ou les neutres).

Deux transformateurs de même rapport mais d'indices de parités différentes ne pourront jamais fonctionner en parallèle ; pour avoir le même indice, il faudrait modifier l'un des couplages, ce qui changerait aussi la valeur du rapport de transformation.

Pour toutes ces raisons on définit quatre groupes de transformateurs suivant les valeurs des indices : deux transformateurs d'un même groupe (et de même rapport) peuvent aisément marcher en parallèle.

Groupe	Indices	Couplages
I	0,4,8	Yy Dd Dz
II	2,6,10	Yy Dd Dz
III	1,5,9	Dy Yz Yd
IV	3,7,11	Dy Yz Yd

II.C.IV.2 DIAGRAMMES VECTORIELS ET SCHÉMA ÉQUIVALENT

On va étudier la marche en parallèle de deux transformateurs de même rapport et de même indice horaire. Le but de l'analyse est double :

- établir les relations liant les fonctionnements des deux matériels ;
- montrer que l'ensemble est équivalent à un seul transformateur triphasé.

Compte tenu de cette dernière propriété, les résultats de l'étude se généraliseront rapidement au cas d'un nombre quelconque de machines en parallèle.

a. Equations électriques

Considérons deux transformateurs T' et T" (rapport m, déphasage θ) couplés en parallèle. On sait que chaque couple de "phases" homologues primaire et secondaire peut être représenté par un schéma équivalent monophasé (§ II.C.III.1). Alors deux couples de "phases" homologues (A' et a' pour T', A" et a" pour T"), en parallèle, sont équivalents au dispositif de la fig. II.C.35. Les équations déduites de ce schéma s'écrivent :

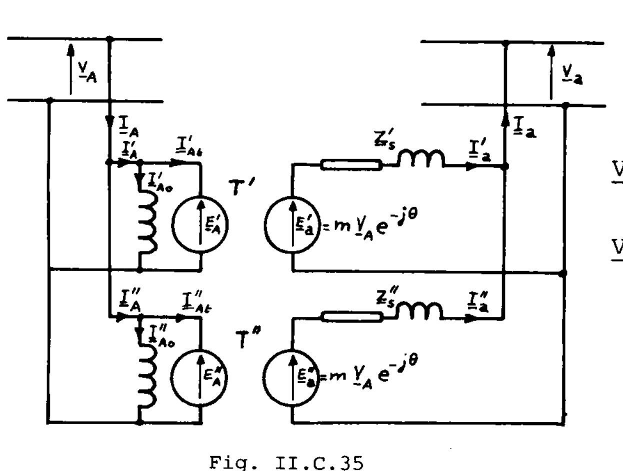


Fig. II.C.35

$$\underline{E}'_A = \underline{E}''_A = \underline{V}_A \quad (1)$$

$$\underline{E}'_a = \underline{E}''_a = m\underline{V}_A e^{-j\theta} \quad (2)$$

$$\underline{V}_a = \underline{E}'_a - \underline{Z}'_s\underline{I}'_a = m\underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{Z}'_s\underline{I}'_a \quad (3)$$

$$\underline{V}_a = \underline{E}''_a - \underline{Z}''_s\underline{I}''_a = m\underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{Z}''_s\underline{I}''_a \quad (4)$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}'_a + \underline{I}''_a \quad (5)$$

$$\underline{I}'_{At} = m\underline{I}'_a . e^{+j\theta} \quad (6)$$

$$\underline{I}''_{At} = m\underline{I}''_a . e^{+j\theta} \quad (7)$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}'_A + \underline{I}''_A = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}'_{At} + \underline{I}''_{Ao} + \underline{I}''_{At} = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao} + m\underline{I}_a e^{+j\theta} \quad (8)$$

Les relations *(3)* et *(4)* donnent immédiatement la relation qui lie les fonctionnements des deux transformateurs :

$$\underline{Z}'_s . \underline{I}'_a = \underline{Z}''_s . \underline{I}''_a \quad (II.C.22)$$

THEOREME

Lors de la marche en parallèle de deux transformateurs triphasés de même rapport et de même indice, les chutes vectorielles de tension aux bornes des impédances de pertes ramenées aux secondaires de deux "phases" homologues sont égales.

b. Diagrammes vectoriels

Les équations vectorielles établies précédemment se traduisent par les diagrammes de la fig. II.C.36, du moins pour les grandeurs secondaires (et B.T. dans le cas de transformateurs abaisseurs choisi en exemple). La relation *(II.C.22)* implique que les triangles de Kapp des deux dispositifs ont même hypoténuse.

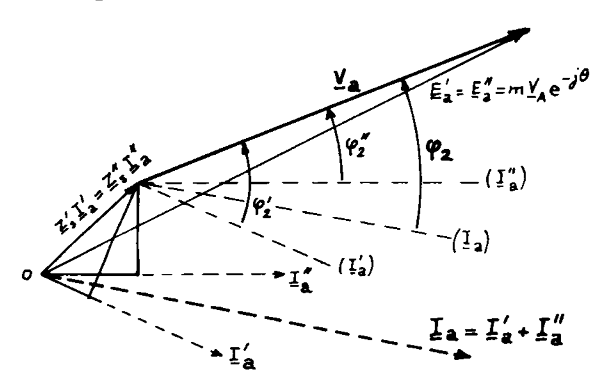


Fig. II.C.36

On sait que $\underline{Z}'_s\underline{I}'_a$ est en avance de ϕ'_{cc} (argument de $\underline{Z}'_s$) sur $\underline{I}'_a$; de même, $\underline{Z}''_s\underline{I}''_a$ est en avance de ϕ''_{cc} sur $\underline{I}''_a$. On en déduit que $\underline{I}'_a$ est déphasé sur $\underline{I}''_a$ de :

$$\phi'_{cc} - \phi''_{cc} = \psi = \text{Cte} .$$

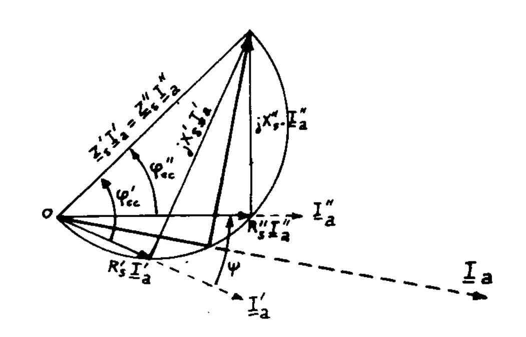


Fig. II.C.37

Comme les normes de $\underline{I}'_a$ et $\underline{I}''_a$ sont aussi dans un rapport constant :

$$\frac{I'_a}{I''_a} = \frac{Z''_s}{Z'_s} = \text{Cte} = k$$

il en résulte que I_a est directement proportionnelle à I'_a ou I''_a ; en effet :

$$\underline{I}_a = \underline{I}'_a + \underline{I}''_a = k\underline{I}''_a e^{-j\psi} + \underline{I}''_a =$$

$$(1 + ke^{-j\psi})\underline{I}''_a .$$

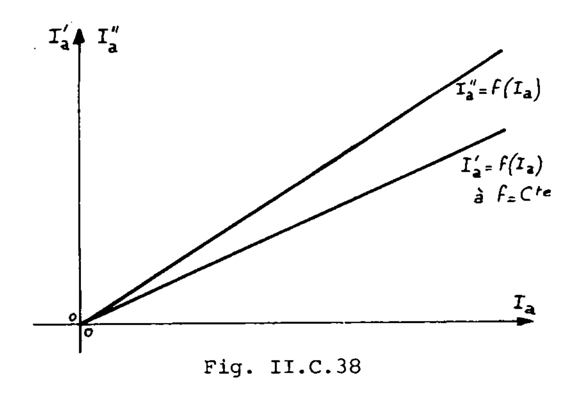


Fig. II.C.38

D'où :

$$\frac{I_a}{I''_a} = \left|1 + k e^{-j\psi}\right| = \left|1 + \frac{Z''_s}{Z'_s} e^{j(\phi''_{cc} - \phi'_{cc})}\right|$$

Soit :

$$\frac{I_a}{I''_a} = \text{Cte} \qquad \text{et} \quad \frac{I_a}{I'_a} = \text{Cte}$$

ce que traduisent les courbes de la fig. II.C.38 .

D'où la méthode de résolution graphique du problème posé par deux transformateurs triphasés en parallèle :

- connaissant $\psi = \phi'_{cc} - \phi''_{cc}$ et le rapport $k = \frac{Z''_s}{Z'_s} = \frac{I'_a}{I''_a}$ on construit la direction de $\underline{I}_a$ (en construisant $\underline{I}_a = \underline{I}'_a + \underline{I}''_a$) et on en déduit les pentes des courbes $I'_a = f(I_a)$ et $I''_a = f(I_a)$;
- pour un courant de charge I_a donné on peut donc déterminer la valeur de I'_a et construire le triangle de Kapp de T' :

$$\underline{Z}'_s \underline{I}'_a = \underline{R}'_s \underline{I}'_a + jX'_s \underline{I}'_a \, ;$$

- on construit la direction de $\underline{V}_a$, en avance de ϕ_2 sur $\underline{I}_a$ et on résoud le problème posé : si on connaît V_a on lit la norme $E'_a = E''_a = mV_A$ et on déduit V_A ; si V_A est donné on en tire V_a comme dans le cas monophasé.

c. Schéma électrique équivalent

On pourrait le déduire des équations *(1)* à *(8)* établies plus haut, mais il est encore plus rapide d'employer la méthode de Thévenin :

- à vide :
  - le primaire consomme $\underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao}$; il est équivalent à une bobine alimentée par : $\underline{I}_{Ao} = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao}$;
  - le secondaire (la "phase" étudiée) est le siège d'une f.e.m. :

$$\underline{E}_a = \underline{E}'_a = \underline{E}''_a = m\underline{V}_A e^{-j\theta} , \qquad \text{d'après } (2) \, ;$$

- l'impédance interne de pertes secondaires se tire de la fig.II.C.35; lorsque les f.e.m. E'_a et E''_a sont nulles, le dipôle secondaire est équivalent aux impédances $\underline{Z}'_s$ et $\underline{Z}''_s$ disposées en parallèle ; d'où l'impédance interne secondaire par phase :

$$\underline{Z}_s = \frac{\underline{Z}'_s \cdot \underline{Z}''_s}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} = R_s + jX_s = Z_s e^{j\phi_{cc}}$$

et le schéma électrique monophasé équivalent aux deux

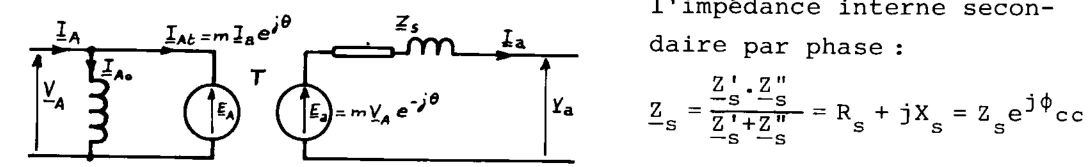


Fig. II.C.39

transformateurs en parallèle (fig. II.C.39). On vérifie rapidement que ce montage donne bien l'intensité du courant primaire en charge ; il fournit l'expression :

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{Ao} + \underline{I}_{At} = (\underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao}) + m\underline{I}_a e^{+j\theta}$$

qui est en bon accord avec la relation *(8)*.

On pourrait étudier l'ensemble constitué par plusieurs transformateurs en parallèle au moyen du schéma équivalent monophasé global ainsi défini et des diagrammes qui en découlent (comme dans le cas d'un seul transformateur) ; les éléments (m, $\underline{I}_{Ao}$, $\underline{Z}_s$) peuvent être déduits d'essais de l'ensemble, à vide et en court-circuit.

A fortiori, toute cette étude s'applique aussi aux transformateurs monophasés en parallèle (avec $\theta = 0$ ou π suivant le mode de désignation des bornes).

En conclusion, les équations globales, par phase, s'écrivent :

$$\underline{V}_a = \underline{E}_a - \underline{Z}_s\underline{I}_a = m\underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{Z}_s\underline{I}_a \qquad (9)$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{Ao} + \underline{I}_{At} = \underline{I}_{Ao} + m\underline{I}_a e^{+j\theta} \qquad (10)$$

La comparaison des relations *(3)*, *(4)* et *(9)* permet donc d'écrire :

$$\underline{Z}'_s \cdot \underline{I}'_a = \underline{Z}''_s \cdot \underline{I}''_a = \underline{Z}_s \cdot \underline{I}_a \qquad (II.C.23)$$

$$\underline{Z}_s = \frac{\underline{Z}'_s \cdot \underline{Z}''_s}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} = R_s + jX_s = Z_s \cdot e^{j\phi_{cc}} \qquad (II.C.24)$$

II.C.IV.3 RÉPARTITION DES PUISSANCES

Lorsque plusieurs alternateurs fonctionnent en parallèle (tome 1, ch.B.VI), on peut régler de façon continue les puissances active et réactive développées par chacun d'eux. Il n'en est pas de même pour des transformateurs en parallèle ; les relations *(II.C.23)* et *(II.C.24)*, dont on peut tirer :

$$\underline{I}'_a = \frac{\underline{Z}_s}{\underline{Z}'_s} \cdot \underline{I}_a \qquad (II.C.25)$$

$$\underline{I}''_a = \frac{\underline{Z}_s}{\underline{Z}''_s} \cdot \underline{I}_a \qquad (II.C.26)$$

montrent que les charges des deux transformateurs sont fixées dès lors que la charge totale ($\underline{I}_a$) est définie. Nous allons étudier les

propriétés de cette répartition des charges et les conditions à réaliser pour que deux transformateurs en parallèle soient simultanément aux régimes nominaux.

a. Expressions des puissances

Les puissances apparentes complexes utiles des deux transformateurs et de l'ensemble s'écrivent, en triphasé :

$$\underline{S}'_2 = 3\underline{V}_a.\underline{I}'^*_a = 3\underline{V}_a.\underline{I}^*_a . \frac{\underline{Z}^*_s}{\underline{Z}'^*_s} = 3V_a I_a \frac{Z_s}{Z'_s}.e^{j(\phi_2 - \phi_{cc} + \phi'_{cc})} \quad (II.C.27)$$

$$\underline{S}''_2 = 3\underline{V}_a.\underline{I}''^*_a = 3\underline{V}_a.\underline{I}^*_a . \frac{\underline{Z}^*_s}{\underline{Z}''^*_s} = \frac{3V_a I_a Z_s}{Z''_s}.e^{j(\phi_2 - \phi_{cc} + \phi''_{cc})} \quad (II.C.28)$$

$$\underline{S}_2 = 3\underline{V}_a.\underline{I}^*_a = 3V_a I_a.e^{j\phi_2} \quad (II.C.29)$$

Il en résulte immédiatement que :

$$\frac{\underline{S}'_2}{\underline{S}_2} = \frac{\underline{Z}^*_s}{\underline{Z}'^*_s} \qquad \frac{\underline{S}''_2}{\underline{S}_2} = \frac{\underline{Z}^*_s}{\underline{Z}''^*_s} \qquad \frac{\underline{S}'_2}{\underline{S}''_2} = \frac{\underline{Z}''^*_s}{\underline{Z}'^*_s} \quad (II.C.30)$$

THEOREME

La répartition des puissances apparentes utiles entre deux transformateurs en parallèle s'effectue en raison inverse des impédances de pertes ramenées aux secondaires.

Remarque 1 : Les relations *(II.C.30)* impliquent que :

$$\frac{S'_2}{S_2} = \frac{Z_s}{Z'_s} \qquad \frac{S''_2}{S_2} = \frac{Z_s}{Z''_s} \qquad \frac{S'_2}{S''_2} = \frac{Z''_s}{Z'_s}$$

Remarque 2 : On vérifie immédiatement que : $\underline{S}_2 = \underline{S}'_2 + \underline{S}''_2$, compte tenu de la valeur de $\underline{Z}_s$, ce qui est en accord avec le théorème de Boucherot.

Les relations *(II.C.27)*,*(II.C.28)* et *(II.C.29)* donnent aussi :

$$\begin{cases} \dfrac{P'_2}{P_2} = \dfrac{Z_s}{Z'_s} . \dfrac{\cos(\phi_2 - \phi_{cc} + \phi'_{cc})}{\cos\phi_2} \\ \dfrac{P''_2}{P_2} = \dfrac{Z_s}{Z''_s} . \dfrac{\cos(\phi_2 - \phi_{cc} + \phi''_{cc})}{\cos\phi_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{Q'_2}{Q_2} = \dfrac{Z_s}{Z'_s} . \dfrac{\sin(\phi_2 - \phi_{cc} + \phi'_{cc})}{\sin\phi_2} \\ \dfrac{Q''_2}{Q_2} = \dfrac{Z_s}{Z''_s} . \dfrac{\sin(\phi_2 - \phi_{cc} + \phi''_{cc})}{\sin\phi_2} \end{cases}$$

où P_2 et Q_2 sont les composantes active et réactive de $\underline{S}_2$, P'_2 et Q'_2 celles de $\underline{S}'_2$ et P''_2 et Q''_2 celles de $\underline{S}''_2$. Ces relations se simpli-

fient dans le cas, assez courant en pratique, où les impédances de pertes des deux transformateurs ont même argument.

Alors, on montre facilement que :

$$\phi'_{cc} = \phi''_{cc} = \phi_{cc}$$

et les relations précédentes deviennent :

$$\frac{P'_2}{P_2} = \frac{Q'_2}{Q_2} = \frac{Z_s}{Z'_s} = \frac{S'_2}{S_2} \qquad (II.C.31)$$

$$\frac{P''_2}{P_2} = \frac{Q''_2}{Q_2} = \frac{Z_s}{Z''_s} = \frac{S''_2}{S_2} \qquad (II.C.32)$$

$$\frac{P'_2}{P''_2} = \frac{Q'_2}{Q''_2} = \frac{Z''_s}{Z'_s} = \frac{S'_2}{S''_2} \qquad (II.C.33)$$

THEOREME

Les puissances actives, réactives, apparentes développées aux secondaires de deux transformateurs, de même facteur de puissance en court-circuit, connectés en parallèle, sont dans le rapport inverse des impédances de pertes.

b. Grandeurs réduites

On peut caractériser un transformateur par des grandeurs réduites :

- tension réduite de court-circuit : $u_{1cc} = U_{1cc}/U_{1n} = V_{1cc}/V_{1n}$
- chute ohmique de tension réduite : $r_s I_{2n} = R_s I_{2n}/V_{2n}$
- chute inductive de tension réduite : $x_s I_{2n} = X_s I_{2n}/V_{2n}$
- impédance secondaire réduite : $z_s = Z_s I_{2n}/V_{2n}$.

Ces rapports, sans dimension, ont des valeurs très faibles devant l'unité et seront exprimés en %. Dans notre cas, les impédances réduites s'expriment :

$$z'_s = Z'_s \cdot \frac{I'_{an}}{V_{an}} , \quad z''_s = Z''_s \cdot \frac{I''_{an}}{V_{an}}$$

si I'_{an} et I''_{an} sont les intensités nominales des courants secondaires de T' et T", et V_{an} la tension secondaire nominale. La relation *(II.C.30)* entraîne donc :

$$\frac{S'_2}{S''_2} = \frac{Z''_s}{Z'_s} = \frac{z''_s V_{an}}{I''_{an}} \cdot \frac{I'_{an}}{z'_s V_{an}} = \frac{z''_s}{z'_s} \cdot \frac{I'_{an}}{I''_{an}} = \frac{z''_s}{z'_s} \cdot \frac{3V_{an} I'_{an}}{3V_{an} I''_{an}} = \frac{z''_s}{z'_s} \cdot \frac{S'_{2n}}{S''_{2n}} \qquad (II.C.34)$$

où $S'_{2n} = 3V_{an}I'_{an}$ et $S''_{2n} = 3V_{an}I''_{an}$ sont les puissances apparentes nominales de T' et T".

> THEOREME
>
> *La répartition des puissances apparentes entre deux transformateurs en parallèle s'effectue dans le rapport des puissances apparentes nominales et dans le rapport inverse des impédances de court-circuit réduites.*

Remarque : Si $\phi'_{cc} = \phi''_{cc}$ on a aussi :

$$\frac{P'_2}{P''_2} = \frac{Q'_2}{Q''_2} = \frac{S'_2}{S''_2} = \frac{z''_s}{z'_s} \cdot \frac{S'_{2n}}{S''_{2n}} \qquad (II.C.35)$$

La tension de court-circuit étant celle qui provoque le courant secondaire nominal en court-circuit, on peut écrire :

$$mV_{1cc} = Z_s I_{2n} \quad \text{et} \quad z_s = \frac{Z_s I_{2n}}{V_{2n}} = \frac{mV_{1cc}}{V_{2n}} = \frac{V_{1cc}}{V_{1n}} \cdot \frac{mV_{1n}}{V_{2n}} = u_{1cc} \cdot \frac{mV_{1n}}{V_{2n}}$$

D'où :

$$\frac{z''_s}{z'_s} = \frac{u''_{cc}\, mV_{An}}{V_{an}} \cdot \frac{V_{an}}{u'_{cc} mV_{An}} = \frac{u''_{cc}}{u'_{cc}} \,. \qquad (II.C.36)$$

La relation *(II.C.34)* s'écrit donc encore :

$$\frac{S'_2}{S''_2} = \frac{z''_s}{z'_s} \cdot \frac{S'_{2n}}{S''_{2n}} = \frac{u''_{cc}}{u'_{cc}} \cdot \frac{S'_{2n}}{S''_{2n}} \qquad (II.C.37)$$

> THEOREME
>
> *Les puissances apparentes sont dans le rapport des puissances apparentes nominales et dans le rapport inverse des tensions de court-circuit réduites.*

Remarque : si $\phi'_{cc} = \phi''_{cc}$, il en est de même des puissances actives et réactives :

$$\frac{P'_2}{P''_2} = \frac{Q'_2}{Q''_2} = \frac{S'_2}{S''_2} = \frac{z''_s}{Z'_2} \cdot \frac{S'_{2n}}{S''_{2n}} = \frac{u''_{cc}}{u'_{cc}} \cdot \frac{S'_{2n}}{S''_{2n}} \qquad (II.C.38)$$

c. Répartition optimale des puissances

La formule *(II.C.37)* montre qu'en général les deux transformateurs ne peuvent être simultanément aux conditions nominales de puissance apparente ; en effet, si : $z''_s < z'_s$ (ou $u''_{cc} < u'_{cc}$),

on a :
$$\frac{S'_2}{S''_2} < \frac{S'_{2n}}{S''_{2n}} .$$

Lorsque $S''_2 = S''_{2n}$, on a $S'_2 < S'_{2n}$ et si $S'_2 = S'_{2n}$ il vient $S''_2 > S''_{2n}$. T" peut fonctionner au régime nominal, T' est alors sous-utilisé, mais T' ne peut parvenir au fonctionnement nominal car T" serait alors surchargé. Relativement à sa puissance nominale, c'est le transformateur de plus faible impédance réduite, ou de plus faible tension de court-circuit réduite, qui se charge le plus.

Pour que les deux transformateurs puissent être simultanément au fonctionnement nominal, on voit qu'il faut et il suffit que :
$$\frac{z''_s}{z'_s} = \frac{u''_{cc}}{u'_{cc}} = 1 .$$

THEOREME

Deux transformateurs en parallèle peuvent fournir simultanément leurs puissances nominales s'ils ont même impédance réduite ou même tension de court-circuit réduite.

Le fonctionnement de l'ensemble est optimal lorsque les pertes sont minimales ; les pertes de fer ne dépendent pas de la charge et les pertes par effet Joule dans les enroulements sont fonction de I'_a et I''_a . A charge donnée, donc à l'intensité $\underline{I}_a = \underline{I}'_a + \underline{I}''_a$ fixée, on montrerait facilement que les pertes Joule sont minimales lorsque $\underline{I}'_a$ et $\underline{I}''_a$ sont colinéaires (même calcul que pour les alternateurs en parallèle, tome 1, ch. B.VI), c'est-à-dire lorsque : $\phi'_{cc} = \phi''_{cc}$.

THEOREME

A charge donnée, le rendement de deux transformateurs est maximal lorsque les deux transformateurs ont même facteur de puissance en court-circuit.

En conséquence, on pourra être amené à modifier les impédances de pertes de transformateurs en parallèle (en ajoutant des résistances ou des inductances égales en série sur les trois phases d'une machine) afin d'obtenir la répartition et le rendement optimaux. Retenons que :

- l'égalité des impédances réduites : $z''_s = z'_s$ ou $Z''_s I''_{an} = Z'_s I'_{an}$ permet la charge nominale simultanée des deux transformateurs ;
- l'égalité des déphasages en court-circuit :

$$\phi'_{cc} = \phi''_{cc} \quad \text{ou} \quad \frac{R'_s}{X'_s} = \frac{R''_s}{X''_s}$$

  permet d'avoir le rendement maximal.

Les deux conditions peuvent être réalisées simultanément.

ANNEXE : Courants de circulation

Lorsque deux transformateurs couplés en parallèle n'ont pas rigoureusement le même rapport de transformation l'étude de leur fonctionnement se complique un peu et on voit apparaître des courants de circulation dans les secondaires.

Considérons deux transformateurs T' et T" de rapports différents m' et m" mais de même indice horaire et couplés en parallèle. La fig. II.C.40.a donne les schémas équivalents monophasés à deux "phases" homologues.

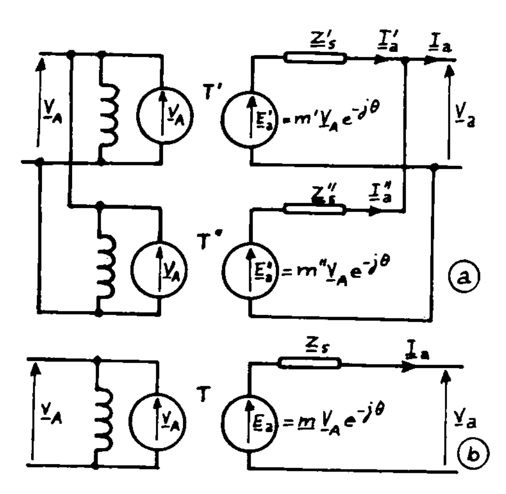


Fig. II.C.40

On constate tout de suite qu'à vide il circule des courants $\underline{I}'_{ao}$ et $\underline{I}''_{ao}$ tels que :

$$\underline{I}'_{ao} = -\underline{I}''_{ao} = \frac{\underline{E}'_a - \underline{E}''_a}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} = \frac{m' - m''}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta}$$

d'après la loi des mailles appliquée aux secondaires lorsque $I_a = \underline{0}$.

On peut en déduire facilement la valeur de la tension secondaire à vide :

$$\underline{V}_{ao} = \underline{E}'_a - \underline{Z}'_s \underline{I}'_{ao} = m'\underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{Z}'_s \cdot \frac{m' - m''}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta} = \frac{m'\underline{Z}''_s + m''\underline{Z}'_s}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta}$$

Les deux transformateurs en parallèle se comportent donc comme un transformateur de rapport :

$$\underline{m} = \frac{m'\underline{Z}''_s + m''\underline{Z}'_s}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} \qquad (II.C.39)$$

et le schéma équivalent au dipôle de sortie aura une f.e.m. interne de Thévenin :

$$\underline{E}_a = \underline{V}_{ao} = \underline{m}\underline{V}_a e^{-j\theta}.$$

L'impédance interne de ce dipôle, mesurée en supposant E'_a et E''_a nulles, vaut :

$$\underline{Z}_s = \frac{\underline{Z}'_s \cdot \underline{Z}''_s}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s}$$

et le dipôle secondaire peut être représenté par le schéma équivalent de la fig. II.C.40.b.

En charge, les schémas II.C.40 impliquent les équations :

$$\underline{V}_a = \underline{E}'_a - \underline{Z}'_s \underline{I}'_a = m' \underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{Z}'_s \underline{I}'_a$$

$$\underline{V}_a = \underline{E}''_a - \underline{Z}''_s \underline{I}''_a = m'' \underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{Z}''_s \underline{I}''_a$$

$$\underline{V}_a = \underline{E}_a - \underline{Z}_s \underline{I}_a = \underline{m}\, \underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{Z}_s \underline{I}_a$$

On en déduit immédiatement les intensités des courants $\underline{I}'_a$ et $\underline{I}''_a$

$$\underline{I}'_a = \frac{1}{\underline{Z}'_s} \cdot (m' \underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{m} \underline{V}_A e^{-j\theta} + \underline{Z}_s \underline{I}_a) = \frac{\underline{Z}_s}{\underline{Z}'_s} \cdot \underline{I}_a + \frac{m' - \underline{m}}{\underline{Z}'_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta}$$

$$\underline{I}''_a = \frac{1}{\underline{Z}''_s} \cdot (m'' \underline{V}_A e^{-j\theta} - \underline{m} \underline{V}_A e^{-j\theta} + \underline{Z}_s \underline{I}_a) = \frac{\underline{Z}_s}{\underline{Z}''_s} \cdot \underline{I}_a + \frac{m'' - \underline{m}}{\underline{Z}''_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta}$$

On reconnaît tout de suite en $\frac{\underline{Z}_s}{\underline{Z}'_s} \cdot \underline{I}_a = \underline{I}'_{am}$ et $\frac{\underline{Z}_s}{\underline{Z}''_s} \cdot \underline{I}_a = \underline{I}''_{am}$ les intensités des courants qui circuleraient aux secondaires de T' et T" s'ils avaient même rapport $\underline{m}$ (comparer avec les expressions *(II.C.25)* et *(II.C.26)*). On notera $\underline{I}'_{am}$ et $\underline{I}''_{am}$ ces grandeurs. En tenant compte de la valeur de $\underline{m}$ les expressions de $\underline{I}'_a$ et $\underline{I}''_a$ deviennent :

$$\underline{I}'_a = \underline{I}'_{am} + \frac{m' - \underline{m}}{\underline{Z}'_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta} = \underline{I}'_{am} + \frac{m' - m''}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta} = \underline{I}'_{am} + \underline{I}'_{ao} \quad (II.C.40)$$

$$\underline{I}''_a = \underline{I}''_{am} + \frac{m'' - \underline{m}}{\underline{Z}''_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta} = \underline{I}''_{am} + \frac{m'' - m'}{\underline{Z}'_s + \underline{Z}''_s} \cdot \underline{V}_A e^{-j\theta} = \underline{I}''_{am} - I'_{ao} \quad (II.C.41)$$

Donc, en plus des courants $\underline{I}'_{am}$ et $\underline{I}''_{am}$ appelés aux secondaires par la charge, puisque :

$$\underline{I}_a = \underline{I}'_a + \underline{I}''_a = \underline{I}'_{am} + \underline{I}''_{am}$$

il circule dans les enroulements secondaires des courants d'intensité I'_{ao} qui ne proviennent que de l'inégalité des rapports de transformation et ne servent qu'à composer l'inégalité des f.e.m. E'_a et E''_a grâce à la chute de tension qu'ils provoquent dans les impédances de pertes.

Ces courants ne participent donc pas à la charge des transformateurs mais peuvent augmenter les pertes par effet Joule et l'échauffement des enroulements. On cherchera à les réduire en s'assurant que les rapports de transformations sont très voisins ou bien il faudra tenir compte de leur présence.

L'existence des courants de circulation a aussi pour effet de modifier l'intensité du courant primaire appelé sur le réseau ; en effet, si $\underline{I}'_{Ao}$ est l'intensité du courant appelé par T' seul, à vide et $\underline{I}''_{Ao}$ celle du courant de T", il vient en charge :

$$\underline{I}'_A = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}'_{At} = \underline{I}'_{Ao} + m'\underline{I}'_a e^{+j\theta} = \underline{I}'_{Ao} + m'(\underline{I}'_{am} + \underline{I}'_{ao})e^{+j\theta}$$

$$\underline{I}''_A = \underline{I}''_{Ao} + \underline{I}''_{At} = \underline{I}''_{Ao} + m''\underline{I}''_a e^{+j\theta} = \underline{I}''_{Ao} + m''(\underline{I}''_{am} - \underline{I}'_{ao})e^{+j\theta}$$

D'où l'intensité du courant primaire total :

$$\underline{I}_A = \underline{I}'_A + \underline{I}''_A = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao} + (m'\underline{I}'_{am} + m''\underline{I}''_{am}).e^{+j\theta} + (m' - m'').\underline{I}'_{ao}\, e^{+j\theta}.$$

On voit que :

$$m'\underline{I}'_{am} + m''\underline{I}''_{am} = m'.\frac{\underline{Z}_s}{\underline{Z}'_s}.\underline{I}_a + m''.\frac{\underline{Z}_s}{\underline{Z}''_s}.\underline{I}_a = \left(\frac{m'}{\underline{Z}'_s} + \frac{m''}{\underline{Z}''_s}\right).\underline{Z}_s\underline{I}_a = \underline{m}\underline{I}_a.$$

D'où :

$$\underline{I}_A = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao} + \underline{m}\underline{I}_a e^{+j\theta} + (m' - m'').\underline{I}'_{ao}\, e^{+j\theta} = \underline{I}_{Am} + (m' - m'').\underline{I}'_{ao}\, e^{+j\theta}$$

si on note :

$$\underline{I}_{Am} = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao} + \underline{m}\underline{I}_a e^{+j\theta}$$

l'intensité du courant appelé au primaire si les deux transformateurs avaient même rapport de transformation $\underline{m}$.

Remarque : En fait, à vide, les transformateurs appellent, lorsqu'ils sont en parallèle :

$$\underline{I}'_{Ao} + m'\underline{I}'_{ao}e^{+j\theta} \quad \text{pour T' et } \underline{I}''_{Ao} + m''\underline{I}''_{ao}e^{+j\theta} \quad \text{pour T''}.$$

D'où le courant total :

$$\underline{I}_{Ao} = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao} + m'\underline{I}'_{ao}e^{+j\theta} + m''\underline{I}''_{ao}e^{+j\theta} = \underline{I}'_{Ao} + \underline{I}''_{Ao} + (m' - m'').\underline{I}'_{ao}e^{+j\theta}$$

et on retrouve bien pour l'intensité du courant en charge :

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{Ao} + \underline{m}\underline{I}_a e^{+j\theta}$$

ce qui justifie le schéma équivalent de la fig. II.C.40.b.

II.D.

Transformateurs spéciaux

II.D.I AUTOTRANSFORMATEUR

II.D.I.1 DÉFINITIONS

Un *autotransformateur monophasé* est un transformateur dont l'enroulement B.T. est constitué par une partie de l'enroulement H.T., ainsi que le montre la fig. II.D.1.

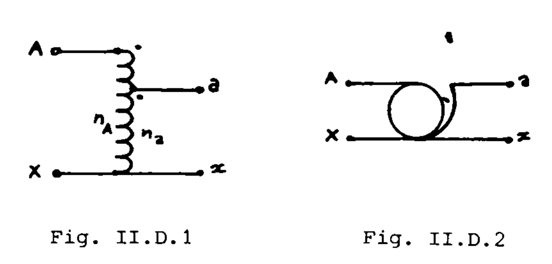


Fig. II.D.1   Fig. II.D.2

On représente un tel dispositif par le symbole indiqué sur la fig.II.D.2. On montrera facilement que le rapport de transformation à vide est égal au rapport des nombres de spires secondaires et primaires.

On réalise aussi des autotransformateurs réglables, c'est-à-dire à rapport variable.

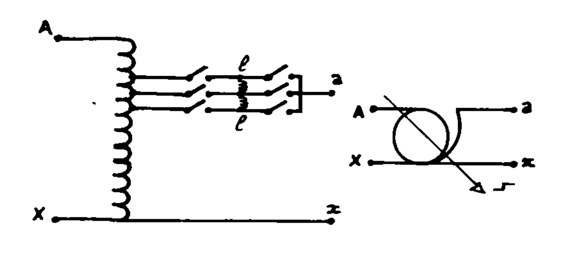


Fig. II.D.3

On peut obtenir cette propriété, comme dans le cas des transformateurs à deux enroulements, en disposant plusieurs bornes secondaires : on a un *autotransformateur à réglage par échelons* (fig. II.D.3 ; les bobines d'induction ℓ servent à limiter l'intensité du courant de court-circuit qui apparaît lors du changement de rapport).Aux faibles puissances (quelques dizaines de kVA au maximum) on peut

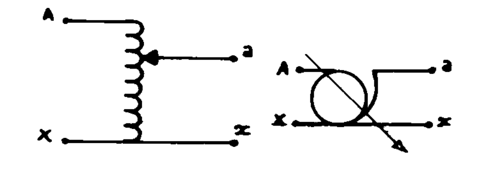


Fig. II.D.4

obtenir un *réglage progressif* du rapport en connectant la borne a à un balai glissant sur une partie dénudée des conducteurs de l'enroulement H.T.; d'où le dispositif et le symbole représentée en II.D.4.

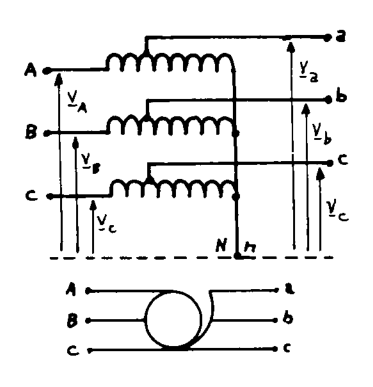


Fig. II.D.5

En triphasé, on utilise essentiellement le couplage Yy (et exclusivement ce couplage si on désire un réglage progressif du rapport de transformation) ; d'où, dans le cas d'un rapport unique, le montage et le symbole indiqués en II.D.5.

II.D.I.2 PROPRIÉTÉS DE L'AUTOTRANSFORMATEUR MONOPHASÉ PARFAIT

Considérons le dispositif abaisseur représenté en II.D.6. Les conventions de signes adoptées lors de l'étude des transformateurs monophasés permettent d'exprimer les grandeurs $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{E}_1, \underline{E}_2$ et $\underline{\Phi}$ liées par :

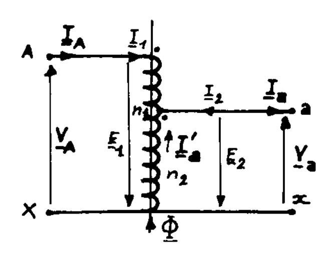


Fig. II.D.6

$$\underline{E}_1 = -jn_1\omega.\underline{\Phi} \qquad \underline{E}_2 = -jn_2\omega.\underline{\Phi} \qquad n_1\underline{I}_1 + n_2\underline{I}_2 = \underline{0} .$$

D'où les équations de l'autotransformateur parfait :

$$\underline{V}_A = -\underline{E}_1 = jn_1\omega.\underline{\Phi} \qquad \underline{V}_a = -\underline{E}_2 = jn_2\omega.\underline{\Phi}$$

$$n_1\underline{I}_A - n_2\underline{I}_a = \underline{0} .$$

En définitive, on trouve :

$$\underline{V}_a = \frac{n_2}{n_1}.\underline{V}_A = m.\underline{V}_A \quad \text{et} \quad \underline{I}_A = \frac{n_2}{n_1}.\underline{I}_a = m.\underline{I}_a \quad \text{où} \quad m = \frac{n_2}{n_1} .$$

Ces équations sont rigoureusement identiques à celles du transformateur monophasé parfait à deux enroulements de n_1 et n_2 spires (dans le même système de conventions). De la même façon on montrera qu'autotransformateur et transformateur à deux enroulements ont même type de comportement en charge ; on pourra donc être amené à choisir entre ces deux types de matériels.

Avantages de l'autotransformateur :

- moins de cuivre puisqu'il n'y a que n_1 spires à bobiner et que les n_2 spires communes sont parcourures par un courant d'intensité :

$$\underline{I}'_a = \underline{I}_a - \underline{I}_A = \underline{I}_a\,(1 - m) = \underline{I}_A\,(\frac{n_1 - n_2}{n_2}).$$

D'où, si L est la longueur d'une spire, et σ la section de conducteur par unité d'intensité (inverse de la densité de courant), on a $(n_1 - n_2)$ spires parcourues par $I_A = n_2/n_1 . I_a$ et n_2 spires parcourues par : $I'_a = (1 - m)\, I_a$; d'où le volume de cuivre utilisé :

$$V_{Cu} = (n_1 - n_2)\,L.\,\frac{n_2}{n_1}\,.\,I_a\,.\,\sigma + n_2 L\,(1 - \frac{n_2}{n_1})\,I_a.\sigma = 2n_2 L.\sigma.I_a\,(1 - m)\ .$$

Un transformateur à deux enroulements de mêmes performances aurait n_1 spires parcourues par $I_A = n_2/n_1 . I_a$ et n_2 spires par I_a ; d'où le volume :

$$V'_{Cu} = n_1 L.\,\frac{n_2}{n_1}.I_a\,.\sigma + n_2 L.I_a.\sigma = 2n_2 L.\sigma.I_a\ .$$

A même intensité secondaire nominale, l'autotransformateur utilise moins de cuivre qu'un transformateur à deux enroulements ; ce résultat est général et s'applique encore dans le cas d'un élévateur ; on montrerait que :

$$(V_{Cu})_{Auto} = (V_{Cu})_{Trans}.\,(1 - \frac{n_a}{n_A}) < (V_{Cu})_{Trans}\,.$$

On remarque que l'économie de cuivre est d'autant plus importante que le rapport de transformation a une valeur plus proche de l'unité.

- moins de pertes par effet Joule dans les bobines, pour les mêmes raisons qui permettent de réduire la masse de cuivre, et dans le même rapport puisqu'à densité de courant constante les pertes sont proportionnelles au volume de cuivre.

- moins de fer, et donc moins de pertes dans le fer, puisqu'il y a moins de cuivre à disposer autour du circuit magnétique.

En conclusion, à performances égales (tensions et puissance nominale), un autotransformateur est de masse et de pertes plus faibles et d'encombrement moindre qu'un transformateur à deux enroulements.

Inconvénients de l'autotransformateur :

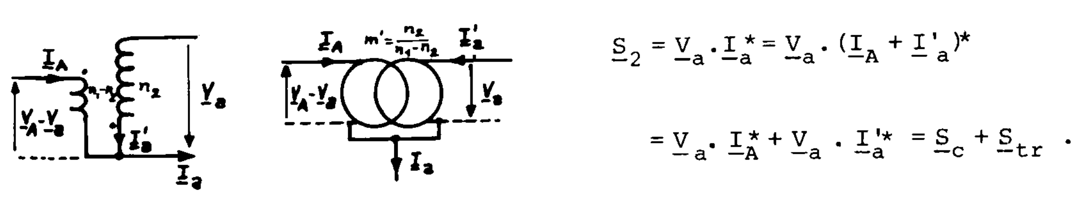
- pas d'isolation galvanique entre primaire et secondaire ;

- peu de couplages utilisables en triphasé ;

II.D.I.3 COMPORTEMENT ÉNERGÉTIQUE DE L'AUTOTRANSFORMATEUR PARFAIT

L'autotransformateur abaisseur de la fig. II.D.6 peut aussi être représenté par les schémas de la fig. II.D.7 où on a fait apparaître un transformateur à deux enroulements de rapport $m' = n_2/(n_1 - n_2)$.

La puissance apparente secondaire s'exprime :



$$\underline{S}_2 = \underline{V}_a \cdot \underline{I}_a^* = \underline{V}_a \cdot (\underline{I}_A + \underline{I}'_a)^*$$

$$= \underline{V}_a \cdot \underline{I}_A^* + \underline{V}_a \cdot \underline{I}'^*_a = \underline{S}_c + \underline{S}_{tr} \; .$$

Fig. II.D.7

En effet, on reconnaît en $\underline{V}_a \cdot \underline{I}'^*_a$ la puissance apparente fournie par le transformateur parfait de la fig. II.D.7 ; cette puissance, transmise par induction entre les deux enroulements, est dite "*puissance de transformation*" ; nous la noterons $\underline{S}_{tr}$. La "*puissance apparente traversante*" $\underline{S}_2$, disponible au secondaire, est la somme de la puissance de transformation (dite aussi parfois puissance intrinsèque) et d'une puissance apparente $\underline{S}_c = \underline{V}_a \cdot \underline{I}_A^*$ transmise par " *conduction*" entre primaire et secondaire. On remarque que :

$$\underline{S}_{tr} = \underline{V}_a \cdot \underline{I}'^*_a = \underline{V}_a \cdot \underline{I}_A^* \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2}\right)$$

$$\underline{S}_c = \underline{V}_a \cdot \underline{I}_A^*$$

$$\underline{S}_2 = \underline{S}_{tr} + \underline{S}_c = \frac{n_1}{n_2} \cdot \underline{V}_a \cdot \underline{I}_A^*$$

D'où :

$$\frac{S_{tr}}{S_2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = 1 - \frac{n_2}{n_1} = 1 - m \qquad \frac{S_c}{S_2} = \frac{n_2}{n_1} = m \; .$$

On peut étudier de la même façon un autotransformateur utilisé en élévateur et le représenter à partir d'un transformateur à deux enroulements de rapport $m' = \frac{n_2 - n_1}{n_1}$ (fig. II.D.8).

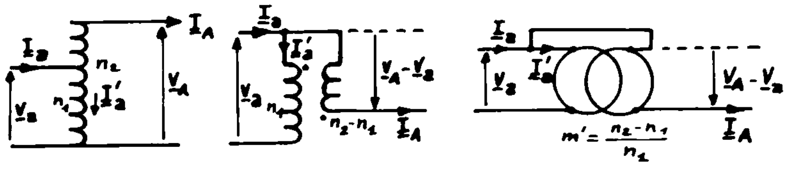


Fig. II.D.8

La puissance apparente traversante s'exprime alors :

$$\underline{S}_2 = \underline{V}_A . \underline{I}_A^* = (\underline{V}_A - \underline{V}_a) . \underline{I}_A^* + \underline{V}_a . \underline{I}_A^* = \underline{S}_{tr} + \underline{S}_c$$

où :

$$\underline{S}_{tr} = (\underline{V}_A - \underline{V}_a) . \underline{I}_A^* = (\frac{n_2}{n_1} - 1) \underline{V}_a . \underline{I}_A^*$$

$$\underline{S}_c = \underline{V}_a . \underline{I}_A^*$$

$$\underline{S}_2 = \underline{S}_{tr} + \underline{S}_c = \frac{n_2}{n_1} . \underline{V}_a . \underline{I}_A^* .$$

D'où :

$$\frac{\underline{S}_{tr}}{S_2} = (1 - \frac{n_1}{n_2}) = 1 - \frac{1}{m} \ ; \ \frac{S_c}{S_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{m} .$$

Dans tous les cas les puissances de transformation et de conduction s'expriment donc :

$$\frac{S_{tr}}{S_2} = 1 - \frac{n_a}{n_A}$$

$$\frac{S_c}{S_2} = \frac{n_a}{n_A} .$$

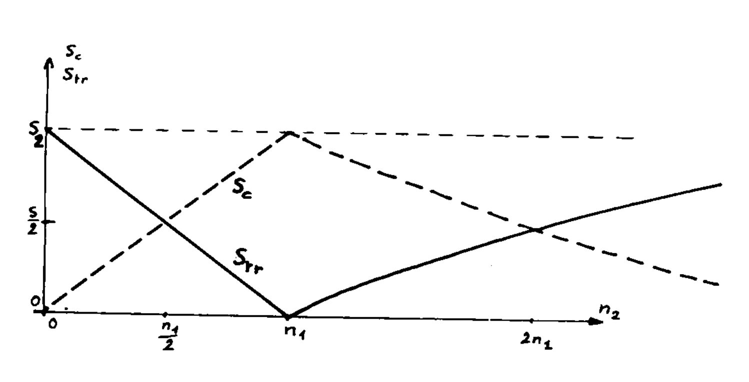


Fig. II.D.9

La fig. II.D.9 montre l'évolution relative de S_{tr} et S_c (à S_2 fixe) en fonction du rapport de transformation. On retiendra surtout que :

$$S_2 = \frac{n_A}{n_A - n_a} . S_{tr}$$

S_{tr} caractérise le circuit magnétique du transformateur à deux enroulements contenu dans l'autotransformateur. Le fait que S_2 soit toujours supérieur à S_{tr} prouve à nouveau que l'autotransformateur est de dimensions plus faibles que celles du transformateur à deux enroulements de même puissance traversante S_2 .

II.D.I.4 AUTOTRANSFORMATEUR RÉEL

SCHÉMA ÉLECTRIQUE ÉQUIVALENT

On a déjà vu qu'il est possible d'étudier l'autotransformateur en l'assimilant à un transformateur à deux enroulements de rapport

$m' = \frac{n_2}{n_1 - n_2}$ (pour un abaisseur), de grandeurs primaires $\underline{V}_A - \underline{V}_a, \underline{I}_A$ et secondaires $\underline{V}_a$ et $\underline{I}'_a = \underline{I}_a - \underline{I}_A$ (cf.fig. II.D.10). Si les $n_1 - n_2$ spires primaires ont une impédance de pertes $\underline{z}'$ et si les n_2 spires secondaires ont une impédance $\underline{z}_2$, on peut écrire, pour le transformateur monophasé à deux enroulements :

$$\underline{V}_a = m'(\underline{V}_A - \underline{V}_a) - (\underline{z}_2 + m'^2.\underline{z}')\underline{I}'_a \quad .$$

Sachant que $\underline{I}'_a = \underline{I}_a - \underline{I}_A$ et que $\underline{I}_A = m.\underline{I}_a = \frac{n_2}{n_1}.\underline{I}_a$ (dans l'hypothèse de Kapp où on néglige l'intensité du courant à vide), on en déduit :

$$\underline{V}_a = m.\underline{V}_A - [(1-m)^2.\underline{z}_2 + m^2.\underline{z}'].\underline{I}_a$$

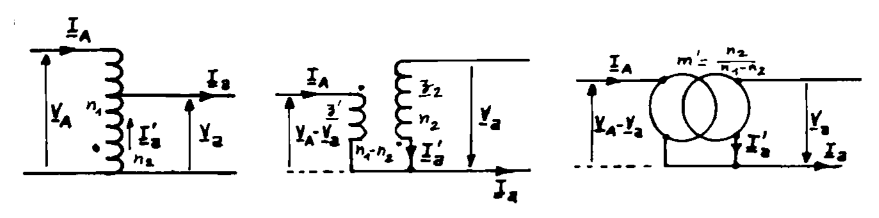


Fig. II.D.10

D'où le schéma électrique équivalent à l'autotransformateur (équivalent en ce qui concerne les chutes de tension en charge), analogue à celui d'un transformateur à deux enroulements, d'impédance de pertes ramenée au secondaire :

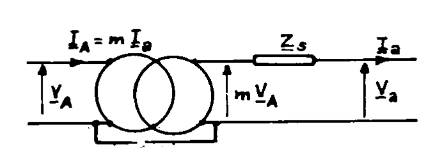


Fig. II.D.11

$$\underline{Z}_s = (1 - m)^2.\underline{z}_2 + m^2.\underline{z}' \quad .$$

On voit immédiatement que cette impédance est beaucoup plus faible que celle du transformateur à deux enroulements de mêmes performances :

$$\underline{Z}_s = z_2 + m^2.\underline{z}_1 \quad .$$

La contribution du secondaire, $(1-m)^2.\underline{z}_2$ est d'autant plus petite devant $\underline{z}_2$ que la valeur de m est plus proche de l'unité ; il en est de même de l'impédance ramenée des spires primaires, $m^2.\underline{z}'$, d'autant plus réduite que le nombre $n_1 - n_2$ de ces spires est plus petit. En particulier, on voit que $Z_s = 0$ lorsque $m = 1$, ce qui est logique puisque l'autotransformateur se comporte alors comme une simple bobine connectée en parallèle sur la source de tension.

Remarque : L'impédance de pertes ramenée au secondaire, $\underline{Z}_s$, se détermine expérimentalement au moyen d'un essai en court-circuit, comme dans le cas du transformateur monophasé à deux enroulements indépendants. En effet, lors du court-circuit secondaire (cf. fig. II.D.12) on peut écrire:

$$\underline{I}'_{acc} = \frac{\underline{E}_{acc}}{\underline{z}_2} = \frac{m'.\underline{E}_{Acc}}{\underline{z}_2} = \frac{m'.(\underline{V}_{Acc} - \underline{z}'.\underline{I}_{Acc})}{\underline{z}_2} .$$

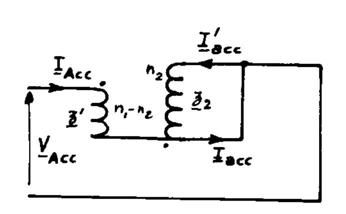


Fig. II.D.12

En remarquant que :

$$\underline{I}_{acc} = \underline{I}'_{acc} + \underline{I}_{Acc} = \underline{I}'_{acc}(1 + \frac{n_2}{n_1 - n_2}) = \frac{n_1}{n2}.\underline{I}_{Acc}$$

on en déduit l'expression :

$$\underline{z}_2.\underline{I}_{acc} = \frac{n_1 n_2}{(n_1 - n_2)^2}.(\underline{V}_{Acc} - m\underline{z}'.\underline{I}_{acc}) .$$

D'où :

$$\underline{I}_{acc}.\left[\frac{1}{m}(1 - m)^2.\underline{z}_2 + m.\underline{z}'\right] = \underline{V}_{Acc}$$

ou :

$$\underline{I}_{acc} = \frac{\underline{V}_{Acc}}{\frac{1}{m}(1 - m)^2.\underline{z}_2 + m.\underline{z}'} = \frac{m.\underline{V}_{Acc}}{\underline{Z}_s} .$$

On retrouve bien la même relation qu'en monophasé entre $\underline{V}_{1cc}$, m, $\underline{I}_{2cc}$ et $\underline{Z}_s$. On déduira donc $\underline{Z}_s$ des mesures de V_{Acc}, I_{acc} et P_{1cc}.

$$\underline{Z}_s = \frac{m.V_{Acc}}{I_{acc}} \qquad R_s = \frac{P_{1cc}}{(I_{acc})^2} \qquad X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

II.D.II TRANSFORMATEURS DU NOMBRE DE PHASES

Ce sont des dispositifs qui permettent de réaliser au secondaire des systèmes polyphasés de tensions de même fréquence que les tensions primaires mais de nombres de phases différents. On s'intéressera ici aux transformateurs produisant des tensions diphasées à partir d'une alimentation triphasée (et réciproquement).

II.D.II.1 MONTAGE SCOTT

a. Principe

La fig. II.D.13 indique le montage de principe de ce dispositif ; deux transformateurs monophasés T1 et T2 ont leurs primaires alimentés par les tensions $\underline{U}_{AO}$ et $\underline{U}_{BC}$ produites par un système triphasé équilibré de tensions $\underline{V}_A, \underline{V}_B$ et $\underline{V}_C$. Le point O, milieu du primaire de T2, a un potentiel situé à mi-chemin entre ceux de B et C (le primaire de T2 est un autotransformateur de rapport 1/2) : d'où les tensions primaires, immédiatement appréciables sur le graphique de la fig. II.D.13 :

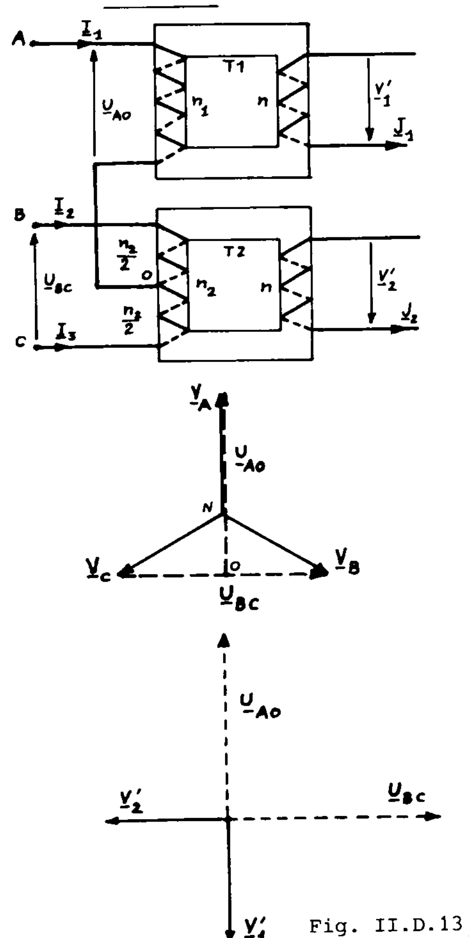


Fig. II.D.13

$$\underline{U}_{AO} = \frac{3}{2} \cdot \underline{V}_A$$

$$\underline{U}_{BC} = - j\sqrt{3}.\underline{V}_A .$$

Si on néglige les chutes de tension en charge les tensions secondaires valent :

$$\underline{V}'_1 = - \frac{n}{n_1} \cdot \underline{U}_{AO} = - \frac{3n}{2n_1} \cdot \underline{V}_A$$

$$\underline{V}'_2 = - \frac{n}{n_2} \cdot \underline{U}_{BC} = j \frac{\sqrt{3}n}{n_2} \cdot \underline{V}_A$$

Les tensions secondaires forment bien un système diphasé ($\underline{V}'_2$ est en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur $\underline{V}'_1$). Elles forment un système équilibré si leurs valeurs efficaces sont égales, c'est-à-dire si :

$$n_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot n_1 \ .$$

T1 est dit "transformateur hauteur" (AO est une hauteur du triangle ABC) tandis que T2 est dit "transformateur base".

b. Courants appelés à vide

Le dispositif dont le principe est décrit ci-dessus a un fonctionnement réversible : alimenté en diphasé équilibré au secondaire il fournit du triphasé équilibré au primaire. On peut donc "forcer" les flux

d'amplitudes nominales dans les circuits magnétiques :

- soit en alimentant le primaire triphasé par les tensions nominales $\underline{V}_A$, $\underline{V}_B$ et $\underline{V}_C$; il appelle alors des courants d'intensités $\underline{I}_{1o}$, $\underline{I}_{2o}$, $\underline{I}_{3o}$ à vide ;
- soit en connectant le secondaire seul sur une source diphasée fournissant les tensions nominales secondaires $\underline{V}'_1$ et $\underline{V}'_2 = -j.\underline{V}'_1$; les enroulements secondaires sont alors parcourus par des courants d'intensités $\underline{J}_{1o}$ et $\underline{J}_{2o}$.

La symétrie des transformateurs T1 et T2 (même tension efficace secondaire, même circuit magnétique, même nombre de spires secondaire n) implique immédiatement que $J_{1o} = J_{2o}$ et que les intensités secondaires à vide sont déphasées comme les tensions correspondantes :

$\underline{J}_{2o} = -j.\underline{J}_{1o}$ (les deux bobines secondaires sont identiques).

Cherchons maintenantles intensités des courants à vide $\underline{I}_{1o}, \underline{I}_{2o}, \underline{I}_{3o}$; on a imaginé deux façons de magnétiser les circuits magnétiques (alimenter le primaire ou bien le secondaire sous tensions nominales) ; puisque les flux sont les mêmes dans les deux cas (T1 et T2 sont des machines à flux forcé), les forces magnéto-motrices ont aussi même valeur (théorème d'Ampère) et on peut écrire :

- pour T1 : $n_1.\underline{I}_{1o} = n.\underline{J}_{1o}$
- pour T2 : $\frac{n_2}{2}.(\underline{I}_{2o} - \underline{I}_{3o}) = n.\underline{J}_{2o} = -jn.\underline{J}_{1o}$.

La loi des noeuds appliquée en 0 impose une troisième relation :

$$\underline{I}_{1o} + \underline{I}_{2o} + \underline{I}_{3o} = \underline{0} .$$

La résolution de ce système est facile et conduit, dans le cas où

$\frac{n_2}{2} = \frac{n_1}{\sqrt{3}}$, à :

$$\begin{cases} \underline{I}_{1o} = \frac{n}{n_1}.\underline{J}_{1o} \\ \underline{I}_{2o} = \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right).\frac{n}{n_1}.\underline{J}_{1o} = \underline{a}^2.\frac{n}{n_1}.\underline{J}_{1o} = \underline{a}^2.\underline{I}_{1o} \\ \underline{I}_{3o} = \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right).\frac{n}{n_1}.\underline{J}_{1o} = \underline{a}.\frac{n}{n_1}.J_{1o} = \underline{a}.\underline{I}_{1o} . \end{cases}$$

Les courants primaires à vide forment donc un système triphasé équilibré.

c. Courants appelés en charge équilibrée

Supposons maintenant le secondaire débitant des courants diphasés équilibrés, c'est-à-dire $\underline{J}_1$ et $\underline{J}_2 = -j.\underline{J}_1$; cherchons les intensités des courants appelés au primaire sur le réseau triphasé. Les équations aux intensités des transformateurs T1 et T2 s'écrivent :

$$n_1.\underline{I}_1 + n.\underline{J}_1 = \underline{\mathcal{E}}_1 = n_1.\underline{I}_{1o} = n.\underline{J}_{1o}$$

$$\frac{n_2}{2}.(\underline{I}_2 - \underline{I}_3) + n.\underline{J}_2 = \underline{\mathcal{E}}_2 = \frac{n_2}{2}.(\underline{I}_{2o} - \underline{I}_{3o}) = n.\underline{J}_{2o}\ .$$

Si on remarque que : $\underline{J}_{2o} = -j.\underline{J}_{1o}$, $\underline{J}_2 = -j.\underline{J}_1$ et $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$ le système d'équations à résoudre désormais peut s'écrire :

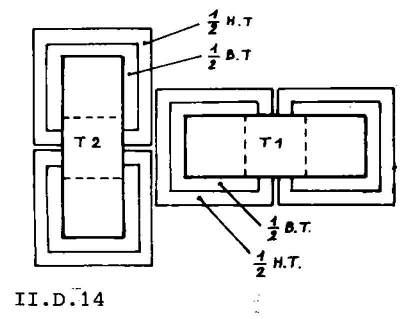
$$\begin{cases} n_1.\underline{I}_1 = n.(\underline{J}_{1o} - \underline{J}_1) \\ \frac{n_2}{2}.(\underline{I}_2 - \underline{I}_3) = n.(\underline{J}_{2o} - \underline{J}_2) = -j.n.(\underline{J}_{1o} - \underline{J}_1) \\ \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}\ . \end{cases}$$

Ce système est identique à celui résolu pour calculer les courants à vide (à condition de remplacer $\underline{J}_{1o}$ par $\underline{J}_{1o} - \underline{J}_1$) et les courants cherchés ont pour intensités :

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \frac{n}{n_1}.(\underline{J}_{1o} - \underline{J}_1) \\ \underline{I}_2 = \underline{a}^2.\frac{n}{n_1}.(\underline{J}_{1o} - \underline{J}_1) = \underline{a}^2.\underline{I}_1 \\ \underline{I}_3 = \underline{a}.\frac{n}{n_1}.(\underline{J}_{1o} - \underline{J}_1) = \underline{a}.\underline{I}_1 \end{cases}$$

En charge diphasée équilibrée le transformateur Scott appelle des courants triphasés équilibrés au primaire. Cette propriété est important car elle assure que le réseau d'alimentation triphasé ne sera pas déséquilibré par la mise en charge d'un tel matériel.

Le seul inconvénient du montage Scott est d'utiliser deux circuits magnétiques indépendants. Pour réduire les influences mutuelles parasites entre les bobines portées par ces deux circuits on est amené à les disposer comme l'indique la fig. II.D.14 (vue de dessus des deux tranformateurs monophasés). D'où un encombrement important.



II.D.14

II.D.II.2 MONTAGE LEBLANC

a. Principe

Le montage Leblanc utilise un transformateur triphasé dont les bobines primaires sont identique mais dont les secondaires sont connectés comme l'indique la fig. II.D.15. Si le primaire est alimenté en triphasé équilibré (direct, par exemple) on voit tout de suite que les tensions secondaires à vide valent :

$$\underline{V}'_1 = -\frac{n_1}{n} . \underline{V}_A$$

$$\underline{V}'_2 = -\frac{n_2}{n} . \underline{V}_B + \frac{n_2}{n} . \underline{V}_C = -\frac{n_2}{n} . \underline{U}_{BC}$$

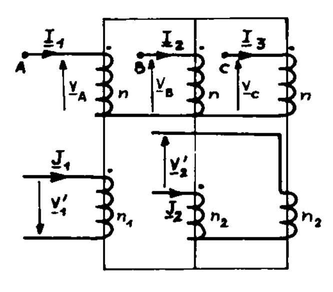
et le diagramme de Fresnel de la fig. II.D.15 montre qu'elles constituent un système diphasé ($\underline{V}'_2$ est en quadrature retard sur $\underline{V}'_1$).

Les tensions secondaires ont de plus même valeur efficace si :

$$\frac{n_1}{n} . V_A = \frac{n_2}{n} . U_{BC} = \frac{n_2}{n} . V_A \sqrt{3} .$$

Soit :

$$n_1 = n_2 . \sqrt{3} .$$



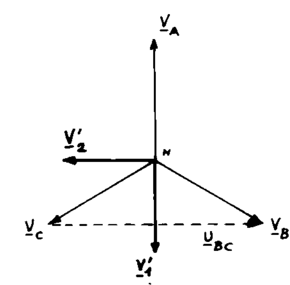


Fig. II.D.15

Les intensités $\underline{I}_{1o}$, $\underline{I}_{2o}$ et $\underline{I}_{3o}$ des courants appelées à vide constituent un système triphasé équilibré (direct dans notre cas) puisque le primaire est identique à celui d'un transformateur triphasé (on néglige le déséquilibre introduit par la dissymétrie éventuelle des noyaux). En charge équilibrée (courants de charge d'intensités $\underline{J}_1$ et $\underline{J}_2 = -j.\underline{J}_1$), les courants primaires appelés satisfont aux équations des transformateurs-colonnes :

$$\begin{cases} n.\underline{I}_1 + n_1.\underline{J}_1 = \underline{\mathcal{E}}_1 = n.\underline{I}_{1o} \\ n.\underline{I}_2 + n_2.\underline{J}_2 = \underline{\mathcal{E}}_2 = n.\underline{I}_{2o} \\ n.\underline{I}_3 - n_2.\underline{J}_2 = \underline{\mathcal{E}}_3 = n.\underline{I}_{3o} \end{cases} .$$

On en déduit :

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_{1o} - \dfrac{n_1}{n}.\underline{J}_1 \\ \underline{I}_2 = \underline{I}_{2o} - \dfrac{n_2}{n}.\underline{J}_2 = \underline{I}_{2o} + j.\dfrac{n_1}{n\sqrt{3}}.\underline{J}_1 \\ \underline{I}_3 = \underline{I}_{3o} + \dfrac{n_2}{n}.\underline{J}_2 = \underline{I}_{3o} - j.\dfrac{n_1}{n\sqrt{3}}.\underline{J}_1 . \end{cases}$$

Les courants appelés en charge ne forment pas un système triphasé équilibré (on vérifie immédiatement que leur somme n'est pas nulle) ; un tel montage ne pourrait être utilisé à des puissances importantes sans déséquilibrer considérablement le réseau d'alimentation triphasé.

b. Montage réel

Pour équilibrer les courants primaires, c'est-à-dire répartir plus équitablement la charge entre les trois colonnes, on utilise le montage de la fig.II.D.16 : on retire x spires au secondaire de la colonne A mais on ajoute x spires sur les colonnes B et C. Montrons que cela ne modifie pas la valeur de la tension secondaire $\underline{V}'_1$:

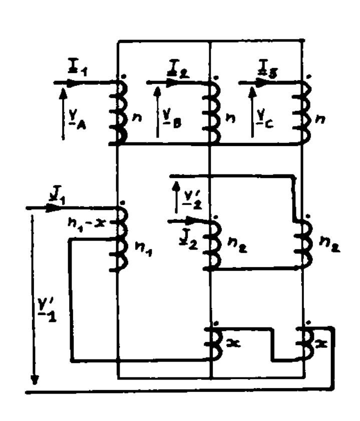


Fig. II.D.16

$$\underline{V}'_1 = - \frac{n_1 - x}{n}.\underline{V}_A + \frac{x}{n}.\underline{V}_B + \frac{x}{n}.\underline{V}_C$$

peut encore s'écrire :

$$\underline{V}'_1 = - \frac{n_1}{n}.\underline{V}_A + \frac{x}{n}.(\underline{V}_A + \underline{V}_B + \underline{V}_C) = - \frac{n_1}{n}.\underline{V}_A .$$

Le nouveau montage fournit donc des tensions secondaires diphasées et équilibrées (si $n_1 = n_2.\sqrt{3}$) quelle que soit la valeur de x . Que deviennent les intensités des courants appelés par le primaire lors d'une charge diphasée équilibrée ($\underline{J}_2 = -j.\underline{J}_1$)? Elles doivent satisfaire aux nouvelles équations suivantes:

$$\begin{cases} n.\underline{I}_1 + (n_1 - x).\underline{J}_1 = n.\underline{I}_{1o} = \underline{\mathscr{E}}_1 \\ n.\underline{I}_2 + n_2.\underline{J}_2 - x.\underline{J}_1 = n.\underline{I}_{2o} = \underline{\mathscr{E}}_2 \\ n.\underline{I}_3 - n_2.\underline{J}_2 - x.\underline{J}_1 = n.\underline{I}_{3o} = \underline{\mathscr{E}}_3 . \end{cases}$$

D'où les expressions des intensités primaires en charge :

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_{1o} - \dfrac{n_1 - x}{n} \cdot \underline{J}_1 \\ \underline{I}_2 = \underline{I}_{2o} + \dfrac{j.n_2 + x}{n} \cdot \underline{J}_1 \\ \underline{I}_3 = \underline{I}_{3o} + \dfrac{-j.n_2 + x}{n} \cdot \underline{J}_1 \ . \end{cases}$$

Pour que les intensités primaires forment un sytème triphasé équilibré il faut que leur somme soit nulle, soit :

$$\underline{I}_{1o} + \underline{I}_{2o} + \underline{I}_{3o} + \frac{1}{n} \cdot (-n_1 + x + j.n_2 + x - j.n_2 + x) \cdot \underline{J}_1 = \underline{0} \ .$$

Comme les courants à vide sont triphasés équilibrés, la condition précédente se réduit à :

$$3.x - n_1 = \underline{0} \ .$$

D'où la valeur du nombre de spires x :

$$x = \frac{n_1}{3} = \frac{n_2}{\sqrt{3}} \ .$$

Vérifions que cette condition est suffisante pour avoir des courants triphasés équilibrés ; les intensités s'expriment :

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = I_{1o} - \dfrac{n_1}{n} \cdot \left(1 - \dfrac{1}{3}\right) \cdot \underline{J}_1 = \underline{I}_{1o} - \dfrac{2.n_1}{3.n} \cdot \underline{J}_1 \\ \underline{I}_2 = \underline{I}_{2o} - \dfrac{2.n_1}{3.n} \cdot \left(-\dfrac{1}{2} - j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \underline{J}_1 = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_{1o} - \dfrac{2.n_1}{3.n} \cdot \underline{a}^2 \cdot \underline{J}_1 = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_1 \\ \underline{I}_3 = \underline{I}_{3o} - \dfrac{2.n_1}{3.n} \cdot \left(-\dfrac{1}{2} + j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \underline{J}_1 = \underline{a} \cdot \underline{I}_{1o} - \dfrac{2.n_1}{3.n} \cdot \underline{a} \cdot \underline{J}_1 = \underline{a} \cdot \underline{I}_1 \ . \end{cases}$$

Le nouveau montage étudié permet donc bien d'appeler des courants triphasés équilibrés au primaire lorsque le secondaire débite sur une charge diphasée symétrique. Ce dernier montage a les mêmes propriétés que le dispositif Scott étudié au paragraphe précédent ; mais il a pour avantage d'utiliser une culasse magnétique triphasée, donc d'utiliser moins de fer, et d'avoir un encombrement moindre.

II.D.III. TRANSFORMATEURS DE MESURES

II.D.III.1 GÉNÉRALITÉS

a. Introduction

Pour mesurer les fortes intensités et les fortes tensions, en alternatif, on pourrait opérer de même qu'en continu c'est-à-dire réaliser des shunts de très faibles résistances et des voltmètres de très fortes résistances, ce qui est techniquement difficile si on désire une précision acceptable. On a aussi la possibilité d'intercaler entre la ligne étudiée et les appareils de mesure des transformateurs d'intensité (T.I.) ou de tension(T.V.). La fig. II.D.17 indique les symboles graphiques utilisés pour représenter ces matériels ainsi que quelques montages de mesures.

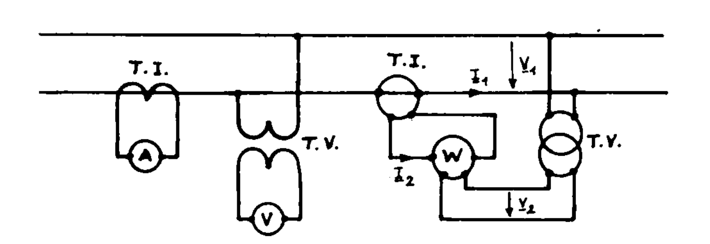


Fig. II.D.17

On voit immédiatement les avantages liés à ces appareils :

- ils permettent d'utiliser les appareils de mesure B.T. habituels, de bonne classe de précision ;
- ils isolent galvaniquement le matériel de mesure de la ligne étudiée, ce qui contribue à la sécurité des personnels et des matériels.

b. Qualités des transformateurs de mesures

Pour la mesure des tensions et des intensités il faut que les grandeurs secondaires soient proportionnelles aux grandeurs analogues primaires, donc que le rapport des valeurs efficaces $V/_2V_1$ ou I_2/I_1 soit indépendant de la grandeur à mesurer (V_1 ou I_1) et parfaitement connu.

Pour la mesure d'une puissance il importe de plus que les déphasages introduits par les transformateurs de mesures ne soient pas quelconques ; en effet, la puissance à mesurer vaut :

$$P_1 = V_1 I_1 \cos\phi_1$$

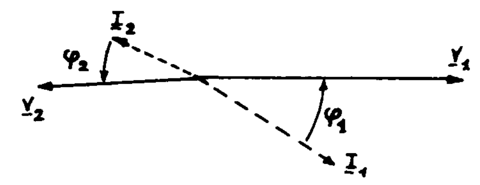


Fig. II.D.18

alors que celle indiquée par le wattmètre de la fig. II.D.17 s'exprime :

$$P_2 = V_2 I_2 \cos \phi_2 .$$

La mesure de P_2 et la connaissance des rapports de transformation:

$$k_i = \frac{I_2}{I_1} \quad \text{et} \quad k_v = \frac{V_2}{V_1}$$

ne permettent de calculer la puissance développée sur la ligne ($P_1 = \frac{P_2}{k_i . k_v}$) que si les déphasages ϕ_1 et ϕ_2 sont identiques.

Pour cela, on construira les transformateurs de mesures de telle sorte qu'ils introduisent un déphasage nul (ou égal à π) entre leurs grandeurs secondaires et primaires.

II.D.III.2 TRANSFORMATEUR D'INTENSITÉ (OU DE COURANT)

a. Principe

Il s'agit donc d'un transformateur dont l'intensité du courant primaire est fixée par les conditions du fonctionnement de la ligne sur laquelle ce primaire est connecté (en série) et qui fournit au secondaire, dans un appareil de mesure (ampèremètre ou circuit intensité d'un wattmètre), un courant d'intensité proportionnelle :

$$I_2 = k_i . I_1 \ .$$

On cherchera de plus à avoir un déphasage nul (ou égal à π, suivant le repérage des bornes primaires et secondaires) entre $\underline{I}_2$ et $\underline{I}_1$.

Remarque : Le transformateur d'intensité n'est plus une machine à flux constant (en valeur efficace) puisque c'est l'intensité du courant primaire qui est imposée par la ligne étudiée et non la tension ; la valeur efficace du flux d'induction sera donc fonction de l'intensité du courant à mesurer. Toutefois, le T.I. débitant sur une très faible impédance sera proche de son fonctionnement en court-circuit ; d'où un flux d'induction relativement faible et les conséquences qui en découlent :

- circuit magnétique non saturé donc de perméabilité très grande et de réluctance très faible ;
- pertes ferromagnétiques très réduites (proportionnelles au carré de la valeur de l'induction maximale).

b. Rapport de transformation

Considérons le T.I. représenté par le schéma équivalent de la fig. II.D.19, où l'impédance de pertes est ramenée au secondaire et où on néglige les pertes dans le fer ; supposons l'appareil de mesure dans lequel débite le T.I. équivalant à une résistance R_2 (les calculs ne sont pas plus compliqués s'il a une impédance $\underline{Z}_2 = R_2 + j.X_2$). Cherchons la relation liant les grandeurs $\underline{I}_1$ et $\underline{I}_2$ (en supposant l'intensité du courant primaire purement sinusoïdale) ; cette relation est plus facile à établir si on considère le schéma équivalent de la fig. II.D.20 obtenu en ramenant à son primaire la charge du T.P. de rapport $m = n_2/n_1$.

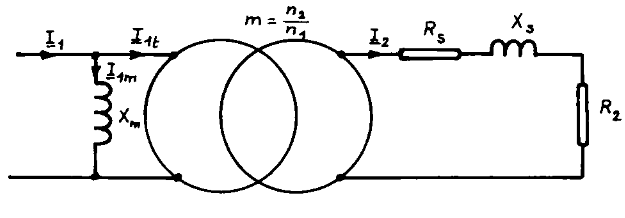


Fig. II.D.19

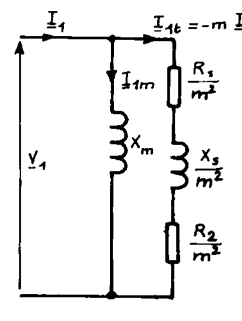


Fig. II.D.20

On peut alors écrire :

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1m} + \underline{I}_{1t} = \frac{\underline{V}_1}{j.X_m} + \underline{I}_{1t}$$

où :

$$\underline{V}_1 = \frac{1}{m^2}.(R_s + R_2 + j.X_s).\underline{I}_{1t} \text{ et } \underline{I}_{1t} = -m.\underline{I}_2.$$

D'où :

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1t}.\left[1 + \frac{R_s + R_2 + j.X_s}{j.m^2.X_m}\right] = -m.\underline{I}_2.\left[1 + \frac{X_s - j.(R_s + R_2)}{m^2.X_m}\right]$$

On sait que la réactance principale X_m s'exprime en fonction du nombre de spires primaires n_1 et de la réluctance du circuit magnétique :

$$X_m = L_m.\omega = \frac{(n_1)^2.\omega}{\mathcal{R}}$$

et la relation liant les intensités primaire et secondaire s'écrit :

$$\underline{I}_1 = -\frac{n_2}{n_1}.\underline{I}_2.\left[1 + \frac{\mathcal{R}.X_s}{n_2^2.\omega} - j.\frac{\mathcal{R}.(R_s + R_2)}{n_2^2.\omega}\right]$$

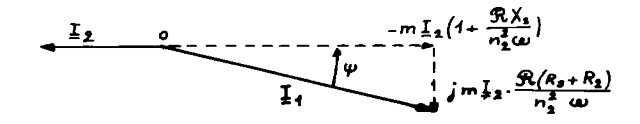


Fig. II.D.21

D'où l'allure des intensités $\underline{I}_1$ et $\underline{I}_2$ (voir fig. II.D.21) et le rapport des valeurs efficaces (théorème de Pythagore) :

$$\frac{1}{k_i} = \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{(1 + \frac{\mathcal{R} . X_s}{n_2^2 . \omega})^2 + (\frac{\mathcal{R} . (R_s + R_2)}{n_2^2 . \omega})^2} \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad .$$

On remarque que les termes $\frac{X_s}{m^2 . X_m}$ et $\frac{R_s + R_2}{m^2 . X_m}$ sont infiniment petits devant l'unité ; on peut donc écrire, au second ordre près :

$$\frac{1}{k_i} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1} . (1 + \frac{\mathcal{R} . X_s}{n_2^2 . \omega} + \frac{\mathcal{R}^2 . (R_s + R_2)^2}{2\ n_2^4 . \omega^2})$$

ou :

$$k_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{n_1}{n_2} . (1 - \frac{\mathcal{R} . X_s}{n_2^2 . \omega} - \frac{\mathcal{R}^2 . (R_s + R_2)^2}{2 n_2^4 . \omega^2}) \quad .$$

Cette expression montre que :

∇ le rapport k_i dépend de la résistance R_2 de l'appareil de mesure utilisé comme charge (et éventuellement de sa réactance X_2) ; un T.I. sera donc construit pour être utilisé avec des matériels (ampèremètre, wattmètre) bien définis et on ne disposera qu'un seul de ces appareils au secondaire ;

∇ le rapport k_i est d'autant plus voisin de la valeur théorique n_1/n_2 (obtenue pour un T.I. parfait) que :

- la réactance totale de fuites est plus faible (X_s) ;
- la réluctance du circuit magnétique a une valeur plus petite ; on pourra, dans le cas des T.I. compoundés, disposer un enroulement supplémentaire destiné à magnétiser le circuit dans des conditions telles que la perméabilité du matériau magnétique soit maximale ;
- la résistance totale $R_s + R_2$ est plus faible ;
- le nombre de spires secondaires n_2 est plus important ; les T.I. seront donc des élévateurs de tension (ou des abaisseurs de courant).

Remarque : Au fonctionnement normal le T.I. se comporte comme un transformateur en court-circuit : la f.m.m. secondaire est soustractive par rapport à celle imposée au primaire par le circuit extérieur (loi de Lenz), le flux d'induction est réduit et les f.e.m. induites dans les enroulements sont faibles (devant les tensions aux bornes de la ligne) ; l'ouverture du circuit secondaire conduit à une f.m.m. égale aux ampère-tours primaires (inchangés puisque fixés par la ligne étudiée) : d'où un flux d'induction très important, des pertes ferromagnétiques et un échauffement du circuit considérables et des f.e.m. induites importantes, surtout au secondaire (puisque le T.I. est un élévateur de tension) ; l'isolation des enroulements n'étant pas prévue pour des d.d.p. élevées, l'ouverture du circuit de mesure secondaire se traduit généralement par le claquage de cet enroulement.

Conséquences : Le secondaire d'un T.I. doit toujours être en court-circuit ou fermé sur un circuit de mesure de très faible impédance ; on ne doit pas disposer de protections à fusibles dans le circuit secondaire d'un T.I.

c. Déphasage introduit par un transformateur d'intensité

Le diagramme de Fresnel de la fig. II.D.21 montre que les courants primaire et secondaire ne sont pas rigoureusement en phase (ou en opposition de phase dans le cas de nos conventions) ; il s'en faut d'un angle ψ tel que :

$$\cot g\, \psi = \left(1 + \frac{\mathcal{R}.X_s}{n_2^2.\omega}\right) \left[\frac{\mathcal{R}.(R_s + R_2)}{n_2^2.\omega}\right]^{-1} = \frac{n_2^2.\omega}{\mathcal{R}.(R_s + R_2)} + \frac{X_s}{R_s + R_2} .$$

On réduit la valeur de l'angle Ψ et on augmente celle de sa cotangente) en :

- augmentant le nombre n_2 de spires secondaires ;
- diminuant la résistance totale de charge $R_s + R_2$;
- diminuant la réluctance du circuit magnétique ;
- augmentant la réactance due aux fuites de flux, X_s ; on peut même créer des pertes supplémentaires de flux pour amplifier X_s et réduire le déphasage ψ (mais on modifie aussi le rapport de transformation du T.I.).

d. Caractéristiques d'un transformateur d'intensité

Un T.I. est caractérisé par :

- son rapport de transformation : c'est le rapport des valeurs nominales des intensités primaire et secondaire :

$$m = \frac{1}{k_i} = \frac{I_{1n}}{I_{2n}}$$

- les valeurs nominales des intensités primaire et secondaire, I_{1n} et I_{2n} ;
- sa classe de précision : c'est l'erreur maximale, exprimée en pourcentage, associée au rapport de transformation ;
- sa puissance de précision : c'est la puissance apparente maximale qui peut être fournie aux appareils de mesure par le secondaire sans sortir de la classe de précision affichée ;
- le déphasage maximal ψ introduit par le T.I. entre $\underline{I}_1$ et $\underline{I}_2$;
- la tension nominale : tension efficace maximale entre primaire et terre.

II.D.III.3 TRANSFORMATEUR DE TENSION

a. Principe

Son enroulement primaire est alimenté par la tension à mesurer; son secondaire alimente un appareil de mesure (voltmètre, circuit tension d'un wattmètre ou d'un compteur d'énergie, ou d'un phasemètre) sous une tension .

- de valeur efficace proportionnelle à celle à mesurer :

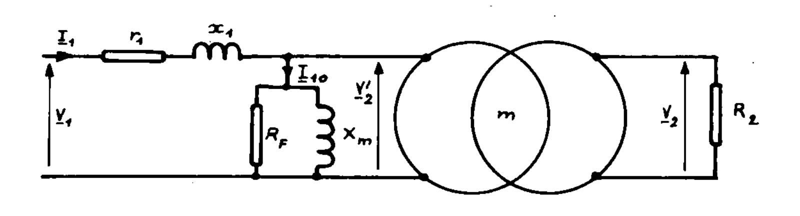
$$V_2 = k_v . V_1$$

- en phase (ou en opposition de phase) avec la tension primaire.

Remarque : On retrouve le fonctionnement à valeur maximale du flux constante, classique pour une machine à flux forcé alimentée sous tension constante.

b. Rapport de transformation

Chargé par un appareil de mesure d'impédance élevée, le T.V. se trouve dans des conditions de fonctionnement voisines de celles de la marche à vide ; l'hypothèse de Kapp n'est plus vérifiée. Pour simplifier l'étude, on admettra que l'on peut représenter le T.V. par le schéma électrique équivalent de la fig. II.D.22 où l'impédance de pertes secondaires est négligée devant



. Fig. II.D.22

celle de la charge (supposée purement résistive et égale à R_2). La tension secondaire s'exprime :

$$\underline{V}_2 = - m . \underline{V}'_2 \quad \text{où} \quad m = \frac{n_2}{n_1} \quad .$$

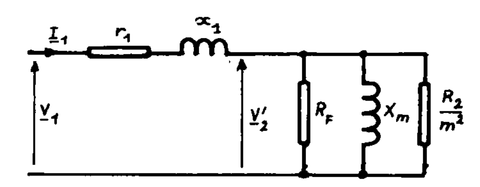


Fig. II.D.23

Il est aisé de calculer $\underline{V}'_2$ sur le schéma équivalent obtenu en ramenant la charge au primaire (fig. II.D.23) ; on voit que :

$$\underline{V}'_2 = \underline{V}_1 - (r_1 + j.x_1).\underline{I}_1$$

où :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}'_2}{R_F} + \frac{\underline{V}'_2}{j.X_m} + \frac{m^2.\underline{V}'_2}{R_2} \quad .$$

Donc :

$$\underline{V}_1 = \underline{V}'_2 + (r_1 + j.x_1).\underline{I}_1 = \underline{V}'_2 . \left[1 + (r_1 + j.x_1).\left(\frac{1}{R_F} + \frac{1}{j.X_m} + \frac{m^2}{R_2}\right)\right] \quad .$$

Soit, en remarquant que :

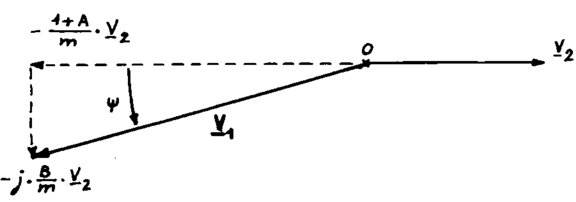
$$X_m = L_m . \omega = \frac{n_1^2 . \omega}{\mathcal{R}}$$

$$\underline{V}_1 = - \frac{\underline{V}_2}{m} . \left[1 + \frac{r_1}{R_F} + \frac{m^2.r_1}{R_2} + \frac{\mathcal{R}.x_1}{n_1^2.\omega} + j.\left(\frac{x_1}{R_F} + \frac{m^2.x_1}{R_2} - \frac{\mathcal{R}.r_1}{n_1^2.\omega}\right)\right] .$$

Cette expression est de la forme :

$$\underline{V}_1 = -\underline{V}_2 . \frac{1 + A + j.B}{m}$$

où A et B sont des nombres infiniment petits devant l'unité (compte tenu des ordres de grandeurs des éléments du schéma équivalent et de la charge).



II.D.24

D'où le diagramme de Fresnel des tensions primaire et secondaire (fig. II.D.24) et la relation liant leurs valeurs efficaces (théorème de Pythagore) :

$$V_1 = V_2 . \frac{1}{m} . \sqrt{(1 + A)^2 + B^2} \quad .$$

Soit :

$$V_1 = \frac{V_2}{m} . (1 + 2.A + A^2 + B^2)^{0,5} \# \frac{V_2}{m} . \left(1 + A + \frac{A^2}{2} + \frac{B^2}{2}\right) \quad .$$

Si on ne conserve que les infiniment petits du premier ordre, il reste :

$$V_1 = \frac{V_2}{m} . (1 + A) \quad \text{et} \quad V_2 = m . V_1 . (1 - A)$$

D'où :

$$k_v = \frac{V_2}{V_1} = m.(1 - A) = \frac{n_2}{n_1}.(1 - \frac{r_1}{R_F} - \frac{m^2.r_1}{R_2} - \frac{\mathcal{R}.x_1}{n_1^2.\omega}) .$$

Comme dans le cas du T.I. on voit que le rapport de transformation dépend de la charge et est d'autant plus voisin de la valeur théorique m (obtenue pour un T.V. parfait) que :

- l'impédance de pertes primaire $z_1 = r_1 + j.x_1$ est plus petite ;
- la réluctance du circuit magnétique ($\mathcal{R}$) est plus faible et les pertes dans le fer plus réduites (donc R_F importante) ; on s'approche de ces conditions en évitant de faire travailler le matériau constituant le circuit au-delà du coude de saturation ;
- la résistance R_2 de la charge est plus élevée ;
- le nombre n_1 de spires primaires est plus grand : les T.V. seront des abaisseurs de tension.

c. Déphasage introduit par un transformateur de tension

Le diagramme de Fresnel de la fig. II.D.24 montre que les tensions primaire et secondaire ne sont pas en phase (ou en opposition) dans le cas général. Le déphasage réel diffère de la valeur idéale d'un angle ψ tel que :

$$tg\,\psi = \frac{B}{1 + A} .$$

L'expression de B :

$$B = \frac{x_1}{R_F} + \frac{m^2.x_1}{R_2} - \frac{\mathcal{R}.r_1}{n_1^2\omega}$$

montre que l'angle Ψ peut être rendu nul par un choix judicieux des valeurs de r_1, x_1, m, R_R, R_2 et $\mathcal{R}$. Dans tous les cas, on peut réduire la valeur de ψ en réduisant les valeurs de A et B (r_1, x_1, n_2 et $\mathcal{R}$ les plus faibles possibles et R_F, R_2, n_1 les plus grands possibles).

d. Caractéristiques d'un transformateur de tension

Comme le T.I. le transformateur de tension est caractérisé par :

- son rapport de transformation k_v ;
- ses tensions primaire et secondaire nominales ;
- sa classe de précision et sa puissance de précision ;
- la valeur maximale ψ du déphasage introduit entre $\underline{V}_1$ et $\underline{V}_2$.

II.D.III.4 INCERTITUDE DUE AUX TRANSFORMATEURS DE MESURES

Considérons le cas le plus complexe où la puissance développée sur une ligne (monophasée par exemple) est mesurée au moyen d'un wattmètre alimenté par deux transformateurs de mesure(cf. le montage de la fig. II.D.25). La puissance à mesurer s'exprime :

$$P_1 = V_1 . I_1 . \cos\phi_1$$

tandis que le wattmètre mesure :

$$P_2 = V_2 . I_2 . \cos\phi_2$$

où : $V_2 = k_v . V_1$, $I_2 = k_i . I_1$

et :

$$\phi_2 = \phi_1 - \psi_v - \psi_i \ .$$

(ψ_v est le déphasage introduit entre $\underline{V}_2$ et $\underline{V}_1$ par le T.V., ψ_i celui de $\underline{I}_1$ sur $\underline{I}_2$ dû au T.I.). La grandeur cherchée s'exprime donc :

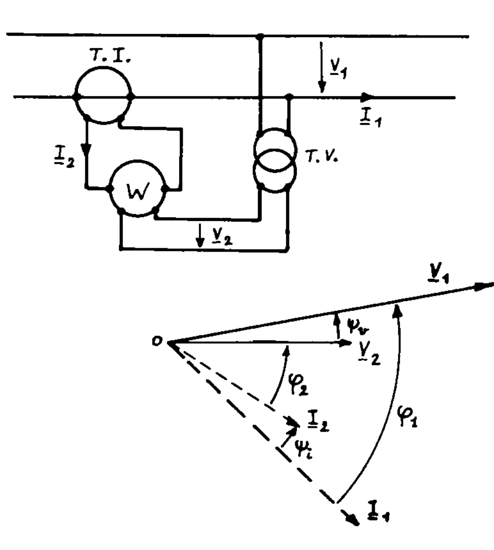


Fig. II.D.25

$$P_1 = \frac{V_2}{k_v} . \frac{I_2}{k_i} . \cos\phi_2 . \frac{\cos\phi_1}{\cos\phi_2} = \frac{P_2}{k_v . k_i} . \frac{\cos\phi_1}{\cos\phi_2} \qquad (1)$$

En calculant la valeur de la puissance P_1 au moyen de la formule :

$$P_1 = \frac{P_2}{k_v . k_i} \qquad (2)$$

on introduit quatre sources d'incertitude :

- l'incertitude de mesure du wattmètre, liée à sa classe de précision, et caractérisée par une erreur relative ε_w ;
- l'incertitude due au rapport de transformation du T.V., fonction de sa classe de précision, et représentée par une erreur relative ε_v ;
- l'incertitude relative associée au rapport de transformation du T.I., ε_i ;
- l'erreur commise en passant de l'expression *(1)* à la formule *(2)*, c'est-à-dire en supposant que $\cos\phi_1/\cos\phi_2$ est égal à l'unité.

En fait :

$$\frac{\cos \phi_1}{\cos \phi_2} = \frac{\cos(\phi_2 + \psi_v + \psi_i)}{\cos \phi_2} = \cos(\psi_v + \psi_i) - \mathrm{tg}\phi_2 . \sin(\psi_v + \psi_i) .$$

En remarquant que $\psi_v + \psi_i$ est un infiniment petit et en se limitant au premier ordre, il vient :

$$\frac{\cos \phi_1}{\cos \phi_2} = 1 - (\psi_v + \psi_i) . \mathrm{tg}\, \phi_2 .$$

L'erreur commise s'exprime donc, en valeur absolue :

$$\varepsilon' = (\psi_v + \psi_i) . \mathrm{tg}\, \phi_2 .$$

D'où l'incertitude relative totale associée à la mesure :

$$\frac{\Delta P_1}{P_1} = \varepsilon_w + \varepsilon_v + \varepsilon_i + \varepsilon' = \varepsilon_w + \varepsilon_v + \varepsilon_i + (\psi_v + \psi_i)\,\mathrm{tg}\, \phi_2 .$$

II. E.

Transducteurs magnétiques

II.E.I BOBINE A NOYAU SATURABLE (INDUCTANCE SATURABLE)

II.E.I.1 DÉFINITION

Certains matériaux ferromagnétiques présentent des courbes d'aimantation aux coudes de saturation très marqués ; le cycle d'hystérésis est souvent très étroit et peut alors être représenté par la courbe de la fig. II.E.1. Si on utilise un tel matériau pour réaliser un circuit magnétique portant une bobine de n spires, la courbe du flux d'induction total ϕ embrassé par la bobine en fonction de la f.m.m. magnétisante n.I prend la forme représentée sur la fig. II.E.1 ; on distingue deux régions de fonctionnements différents :

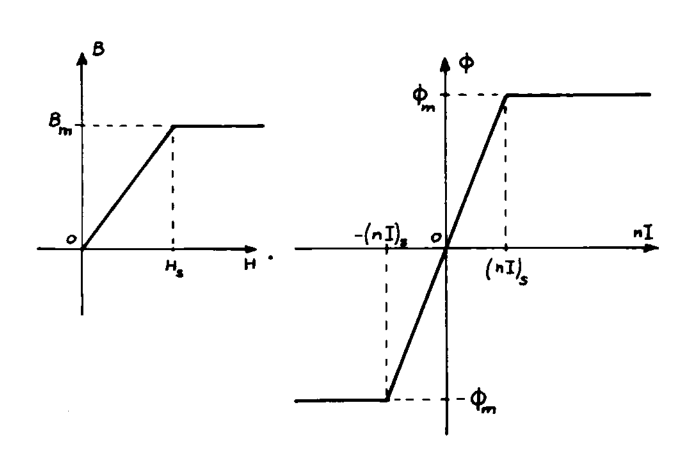


Fig. II.E.1

- une région non saturée, obtenue lorsque $-(nI)_s \leq nI \leq +(nI)_s$ et où la bobine présente une inductance totale :

$$L = \frac{d\phi}{dI} = \frac{n\phi_m}{I_s} = \frac{n^2}{\mathcal{R}}$$

où ϕ_m est le flux d'induction maximal à travers une spire et $\mathcal{R}$ la réluctance du circuit ;

- une zone de fonctionnement saturé ($nI > (nI)_s$ ou $nI < -(nI)_s$) où la bobine présente une inductance nulle :

$$L' = \frac{d\Phi}{dI} = 0 .$$

Remarque 1 : Nous n'avons considéré jusqu'à présent que les inductances dynamiques de la bobine étudiée, c'est-à-dire les inductances associées à de petites variations de la f.m.m. autour de sa valeur *moyenne*.

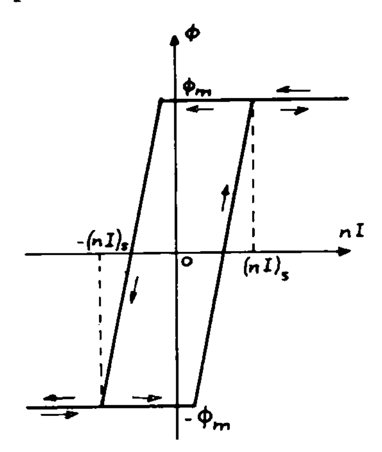


Fig. II.E.2

Remarque 2 : Les matériaux à cycles rectangulaires constituant les noyaux saturables n'ont pas toujours un cycle d'épaisseur négligeable ; ils peuvent présenter une très forte induction rémanente et avoir un cycle d'hystérésis plus proche de celui de la fig. II.E.2.

On retiendra essentiellement qu'une bobine à noyau saturable présente une inductance dynamique dont l'amplitude passe brutalement d'une valeur élevée (fonctionnement non saturé) à une valeur négligeable (saturation).

II.E.I.2 FONCTIONNEMENT SOUS TENSION ALTERNATIVE

Supposons la bobine précédente disposée dans un circuit comprenant une charge purement résistante et une source de tension alternative sinusoïdale ; le montage est indiqué à la fig. II.E.3. Cherchons l'allure de la tension imposée à la charge de résistance R_c ; on suppose la résistance de la bobine négligeable devant R_c, de sorte que la résistance totale de la maille vaut :

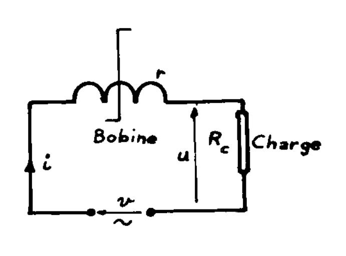


Fig.II.E.3

$$R = R_c + r \# R_c.$$

La fig. II.E.4 montre l'allure de la tension u(t) aux bornes de la charge, et aussi celle de l'intensité du courant $i(t) = \frac{u(t)}{R}$. On a noté I_s l'intensité du courant correspondant à la saturation du circuit. On constate que :

- entre les points 1 et 3 (ou 6 et 7) on a :

$$- RI_s < u < RI_s \ ;$$

d'où :

$-I_s < i < I_s$ et le circuit est non saturé ; la bobine présente une inductance L et la tension aux bornes de la charge s'écrit :

$$u = v - L.\frac{di}{dt}$$

(u est inférieure à v entre 1 et 3 car $\frac{di}{dt}$ est positive ; u est supérieure à v entre 6 et 7 car l'intensité est décroissante) ;

- entre les points 4 et 6 on a : $u > RI_s$, soit $i > I_s$ et le circuit est saturé ; d'où $L' = 0$ et : $u = v$.

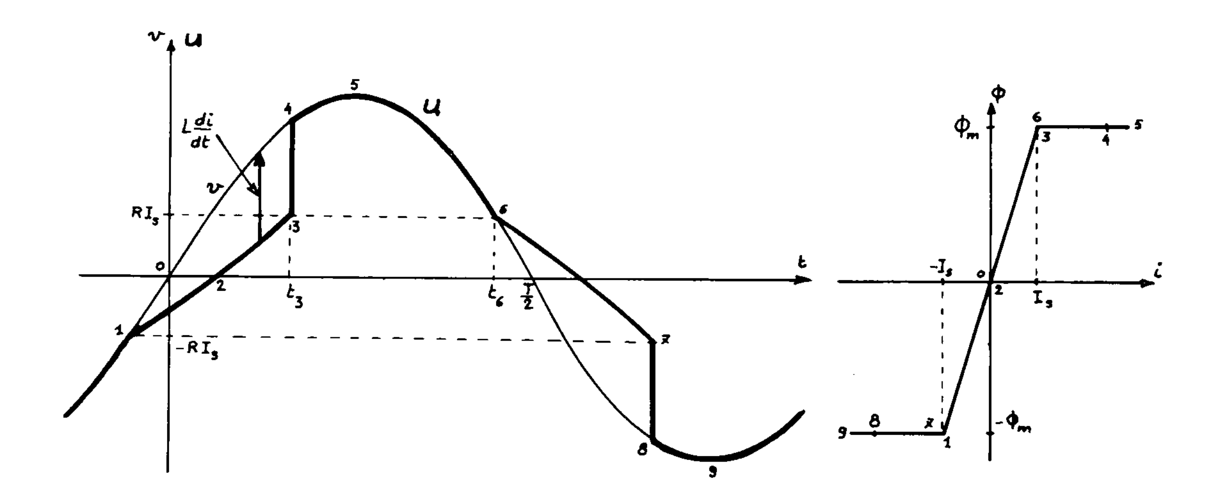


Fig.II.E.4

Remarque 1 : L'inductance propre du bobinage ne devient pas nulle à la saturation mais elle diminue rapidement lorsque la f.m.m. augmente ; c'est pour simplifier la construction graphique que nous la supposons nulle dès que le noyau se sature.

Remarque 2 : Nous avons exagéré l'importance relative de RI_s sur la fig.II.E.4 afin de montrer les détails du fonctionnement ; il apparaît tout de même que tout se passe comme si la charge était sous la tension de la source entre les instants t_3 et t_6 (voisin de T/2). La bobine retarde la mise sous tension de la charge.

II.E.II TRANSDUCTEUR MAGNETIQUE SIMPLE

II.E.II.1 PRINCIPE

On obtient un transducteur magnétique simple en disposant deux bobines sur un circuit saturable :

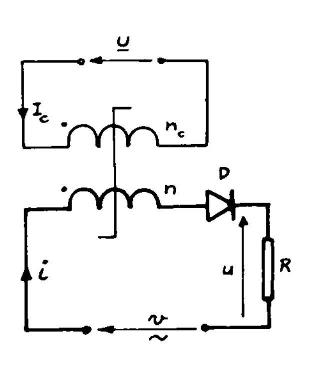


Fig.II.E.5

- une bobine de puissance alimentée par une tension sinusoïdale et montée en série avec la charge (résistance R dans notre cas) et un redresseur (diode D) ;
- une bobine de commande de n_c spires parcourue par un courant continu d'intensité I_c ; les conventions de signes adoptées, explicites sur la fig. II.E.5, sont telles que la f.m.m. totale appliquée au circuit s'écrit :

$$\mathscr{E} = n.i + n_c.I_c \ .$$

II.E.II.2 FONCTIONNEMENT EN L'ABSENCE DE COMMANDE

Lorsque l'intensité du courant de commande est nulle la f.m.m. est réduite aux ampère-tours apportés par l'intensité i du courant de charge.

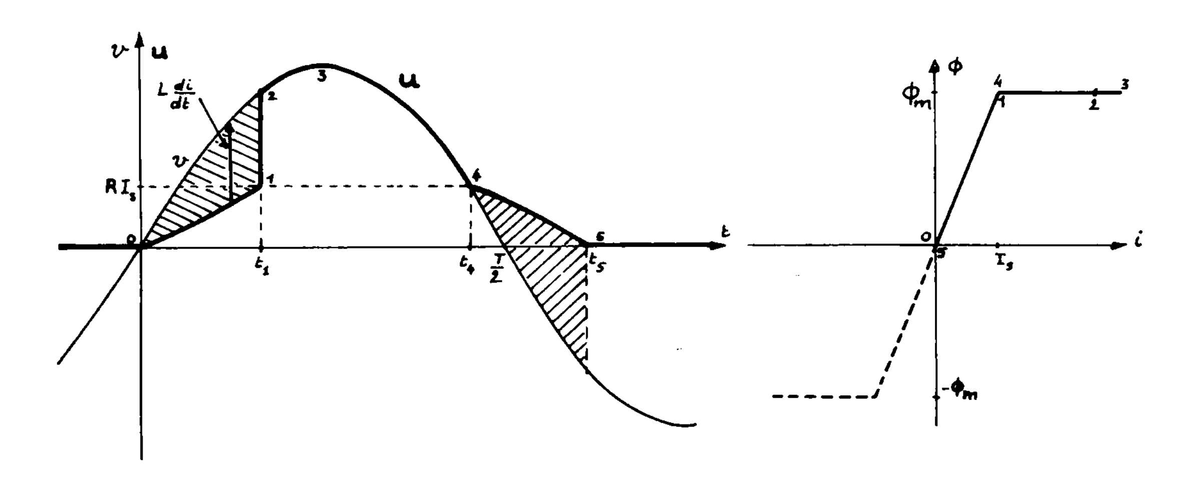


Fig. II.E.6

La recherche de la tension appliquée à la charge u(t) s'effectue comme dans le cas d'une bobine à noyau saturable (en n'oubliant pas que la diode D contraint le courant i à être unidirectionnel).

L'allure de u(t) est donnée par la fig. II.E.6 :

- pour $i < I_s$ (soit $u < RI_s$) le circuit magnétique n'est pas saturé et on peut écrire :

$$u = v - L.\frac{di}{dt} \quad ;$$

- pour $i > I_s$ (soit $u > RI_s$) le noyau est saturé ,donc :

$$u = v \ .$$

Remarque : Les régions couvertes de hachures sur la fig.II.E.6 ont pour aires respectivement :

$$\int_0^{t_1} (v - u).dt = \int_0^{t_1} L.\frac{di}{dt}.dt = \int_0^{\phi_m} d\phi = \phi_m$$

et :

$$\int_{t_4}^{t_5} (u - v).dt = \int_{t_4}^{t_5} - L.\frac{di}{dt}.dt = \int_{\phi_m}^{0} - d\phi = \phi_m \ .$$

Les deux surfaces hachurées ont donc même aire.

II.E.II.3 RÔLE DE LA COMMANDE

Lorsque l'enroulement de commande est alimenté,la f.m.m. totale s'écrit :

$$\mathscr{E} = n.i + n_c.I_c = n.(i + \frac{n_c}{n}.I_c) = n.(i + \alpha.I_c) \ .$$

Tout se passe donc comme s'il n'y avait qu'une seule bobine de n spires parcourue par un courant d'intensité:

$$i' = i + \alpha.I_c \ .$$

On est donc ramené au cas précédent, le flux d'induction et l'inductance de la bobine étant liés à la valeur de i' de la même façon que Φ et L étaient liés à i en l'absence de charge.

Remarque : La diode D interdisant à i de devenir négative, l'intensité i' ne pourra jamais prendre des valeurs inférieures à $\alpha.I_c$.

a. Commande magnétisante (ou positive)

Si l'intensité du courant de commande est positive, la saturation du noyau s'obtient pour :

$$i' = I_s \quad \text{soit :} \quad i = i' - \alpha . I_c = I_s - \alpha . I_c < I_s ,$$

c'est-à-dire pour :

$$u = R.i = R.(I_s - \alpha . I_c) < R.I_s .$$

La charge se trouve donc sous la tension $u = v$ plus tôt qu'en l'absence de commande (c'est-à-dire que $t_1' < t_1$).

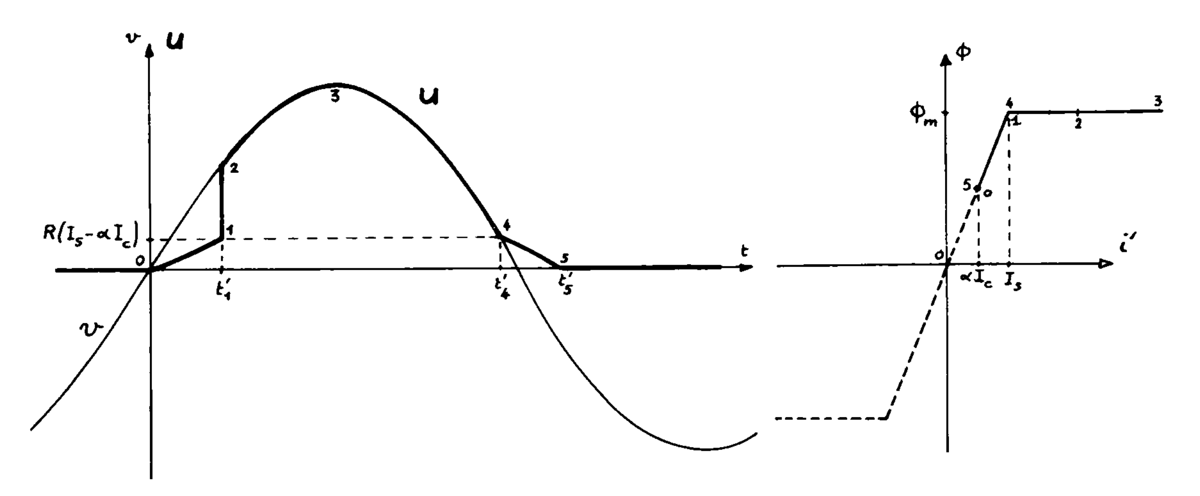


Fig. II.E.7

La fig. II.E.7 donne l'allure de la tension aux bornes de la charge dans le cas d'une telle commande. On voit que la valeur moyenne de cette tension augmente avec I_c puisque t_1' se rapproche du début de l'alternance positive de v(t). Lorsque I_c prend la valeur I_s/α, on a :

$$i' = i + \alpha . I_c = i + I_s \geq I_s$$

et le noyau est toujours saturé ; on a donc toujours $u(t) = v(t)$ (pendant les alternances positives) et la valeur moyenne de u(t) prend sa valeur maximale :

$$U_{moy} = \frac{V\sqrt{2}}{\pi}$$

(voir redressement monophasé monoalternance) ; la valeur moyenne de l'intensité du courant de charge prend aussi sa valeur maximale :

$$I_{moy} = \frac{U_{moy}}{R} = \frac{V\sqrt{2}}{\pi . R}$$

b. Commande démagnétisante (ou négative)

Inversement, si l'intensité du courant de commande est négative la saturation du noyau ne se produira que pour un courant de charge d'intensité :

$i = i' - \alpha . I_c = I_s - \alpha . I_c > I_s$ (car la saturation ne se produit qu'à $i' = I_s$). La tension aux bornes de la charge vaut alors :

$$u = R.i = R.(I_s - \alpha . I_c) > R.I_s$$

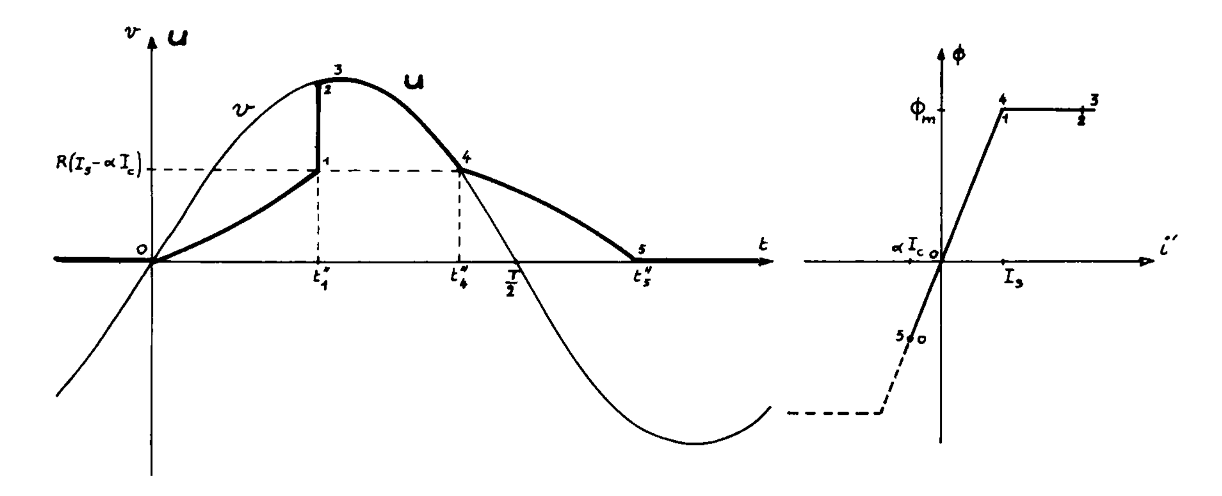


Fig.II.E.8

La fig. II.E.8 donne l'allure de u(t) ; on voit que u(t) ne devient égal à v(t) qu'à l'instant t''_1 d'autant plus éloigné de 0 que I_c est plus négative. Une commande négative retarde donc l'instant où la charge se trouve sous la tension v(t) de la source.

Une commande négative de forte intensité conduirait à nouveau à la saturation du noyau (pour $i' < -I_s$) et la valeur moyenne de la tension u(t) tend à nouveau vers sa valeur maximale.

II.E.II.4 CARACTÉRISTIQUE DU TRANSDUCTEUR SIMPLE

Il découle de l'étude ci-avant que le transducteur simple se comporte comme un interrupteur unidirectionnel commandé ; un courant positif avance la fermeture tandis qu'une commande négative la retarde.

On caractérise son fonctionnement au moyen de la courbe représentant l'évolution de la valeur moyenne du courant de charge en fonction de l'intensité du courant de commande. L'allure de cette caractéristique

est donnée par la fig. II.E.9. On peut aussi indiquer sa pente :

$\beta = \Delta I_{moy}/\Delta I_c$ ou son amplification en puissance :

$$A_p = \Delta P_{charge} / \Delta P_{commande}$$

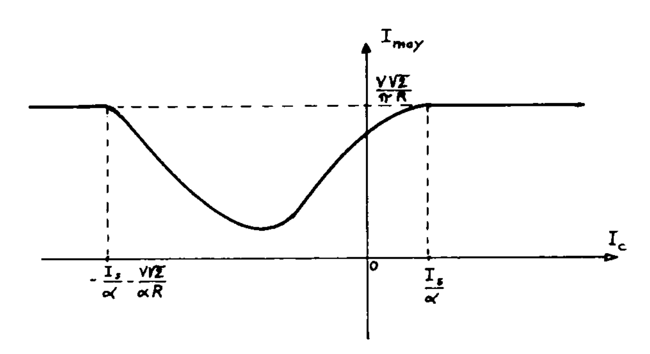


Fig.II.E.9

II.E.III. AMPLIFICATEUR MAGNÉTIQUE (TRANSDUCTEUR DOUBLE À AUTOSATURATION)

II.E.III.1 PRINCIPE

Le transducteur simple présentait deux inconvénients principaux :

- le flux variable du circuit induisait une f.e.m. dans l'enroulement de commande(d'où nécessité d'une self de choc pour limiter l'intensité du courant induit) ;
- le transducteur ne redressait qu'une alternance.

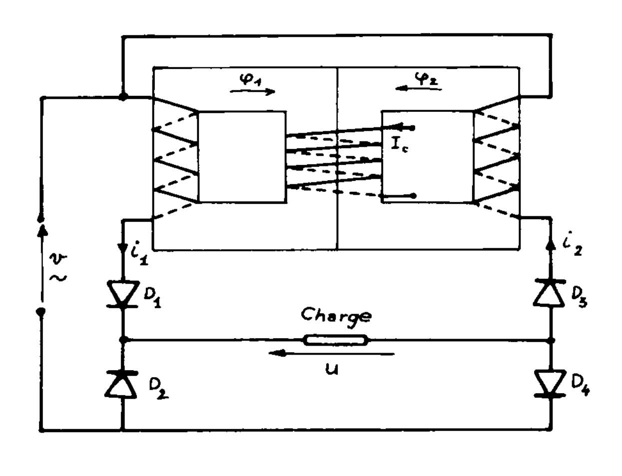


Fig.II.E.10

On peut résoudre ces deux problèmes en utilisant deux transducteurs simples montés comme l'indique la fig. II.E.10. Un même enroulement de commande magnétise ou démagnétise simultanément les deux circuits magnéques ; chaque transducteur redresse une alternance de la tension d'alimentation. On peut

aussi représenter ce dispositif par le schéma de la fig. II.E.11.

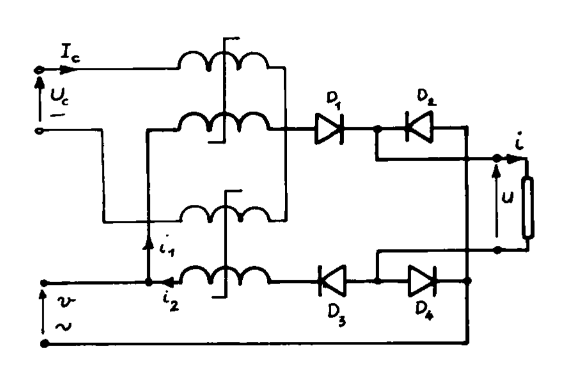


Fig. II.E.11

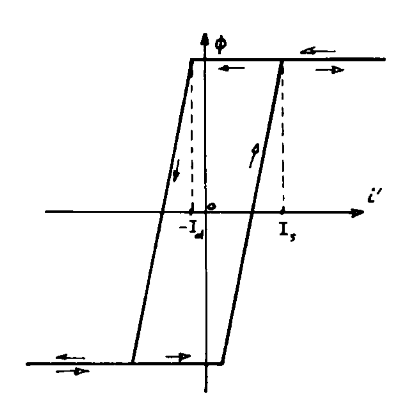


Fig.II.E.12

Les caractéristiques d'un tel matériel sont identiques à celles du transducteur simple, en tenant compte du fait que les deux alternances sont désormais redressées. Toutefois, on a vu que les cycles d'hystérésis des matériaux utilisés peuvent présenter un fort flux d'induction rémanent. La courbe d'aimantation $\phi = f(i')$ prend alors l'allure de celle représentée en II.E.12 où l'on voit qu'un circuit ne peut sortir de l'état saturé que si l'intensité i' du courant fictif magnétisant $(i' = i + \alpha.I_c)$ devient inférieure à $-I_d$ (où I_d est positive). Il découle de cette observation qu'en l'absence de commande ($I_c = 0$), les ampère-tours dus aux courants de charge ne pouvant être que positifs (du fait des diodes), les deux circuits magnétiques sont saturés ; en conséquence, les valeurs moyennes de la tension et du courant de charge sont maximales. Un tel dispositif, saturé en l'absence de commande, est dit amplificateur magnétique (ou transducteur double) à autosaturation.

II.E.III.2 CARACTÉRISTIQUES D'UN AMPLIFICATEUR MAGNÉTIQUE

La courbe donnant l'évolution de la valeur moyenne de l'intensité du courant de charge en fonction de l'intensité du courant de commande est représentée à la fig. II.E.13. Pour I_c nulle la valeur de I_{moy} est proche du maximum :

$$(I_{moy})_{max} = \frac{2V\sqrt{2}}{\pi.R}$$

(où V est la valeur efficace de la tension d'alimentation et R la résistance de la charge).

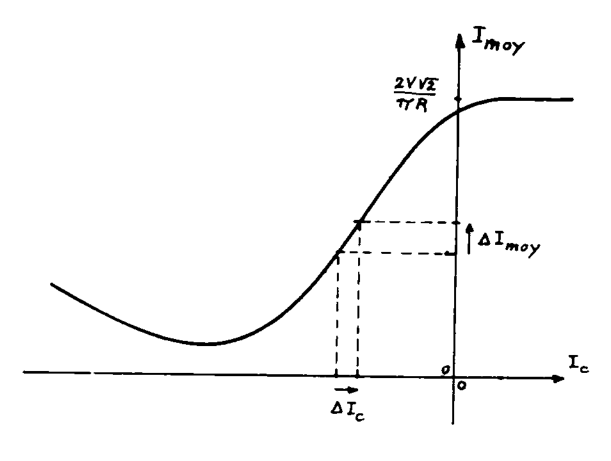


Fig.II.E.13

Une commande positive donc magnétisante ne change rien puisque les circuits sont déjà saturés.

Une commande négative démagnétise et donc désature les noyaux, retarde la mise sous tension maximale de la charge et fait donc décroître la valeur de I_{moy}. Une commande négative trop intense tendrait à saturer à nouveau les deux transducteurs.

On peut aussi caractériser un amplificateur magnétique par la pente de sa courbe de réponse :

$$\beta = \frac{\Delta I_{moy}}{\Delta I_c} .$$

II.E.III.3 APPLICATIONS DE L'AMPLIFICATEUR MAGNÉTIQUE

Nous ne citerons que quelques montages typiques dans lesquels les amplificateurs magnétiques furent utilisés. Nous n'envisagerons pas les nombreux dispositifs utilisant plusieurs A.M. et destinés à produire les courbes de réponse particulières indispensables à la résolution de certains problèmes (montages push-pull).

a. Gradateur

La fig. II.E.14 donne le montage de principe d'un gradateur de lumière. Ce type de réglage de l'intensité des projecteurs a longtemps été employé dans les théâtres.

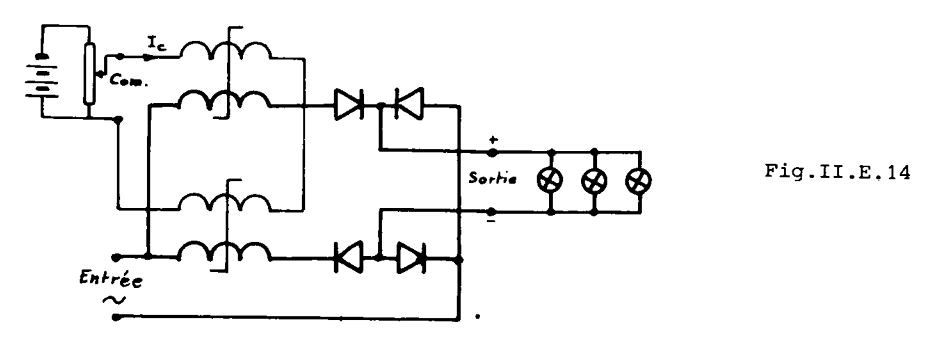


Fig.II.E.14

b. Régulation de tension d'une génératrice

La fig. II.E.15 indique un montage de régulation de tension d'une génératrice à courant continu ; on pourrait facilement l'adapter à un alternateur en redressant la tension de sortie de ce dernier.

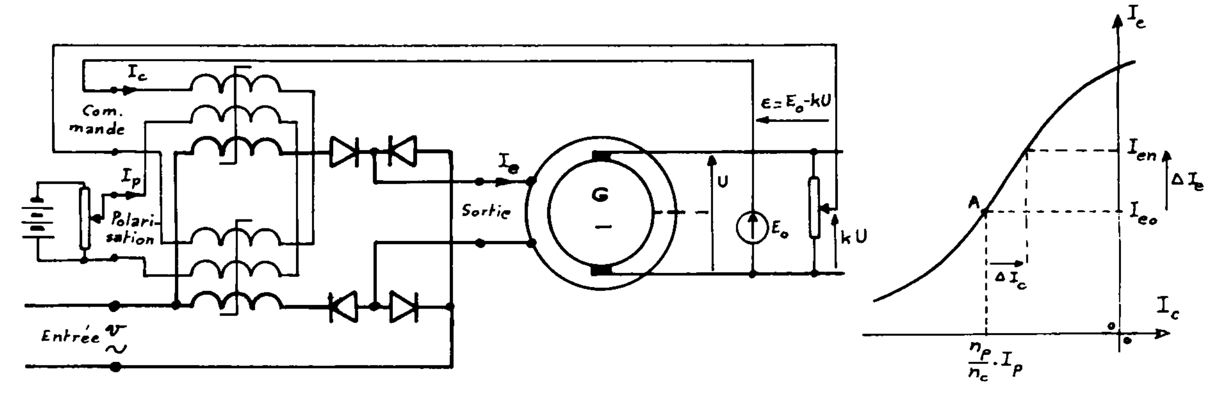


Fig.II.E.15

On compare une portion k.U de la tension de sortie(ou de la tension redressée dans le cas d'un alternateur) à une tension de référence $E_o = k.U_n$ (où U_n est la valeur désirée de U) ; la tension d'erreur :

$$\varepsilon = E_o - k.U = k.(U_n - U)$$

alimente l'enroulement de commande de telle sorte qu'une erreur positive (chute de tension) provoque une augmentation du courant de charge, c'est-à-dire du courant d'excitation de la génératrice.

Un second enroulement de commande parcouru par un courant I_p (d'intensité négative) sert à "polariser" l'A.M. au point A tel que I_{eo} produise $U = U_n$ à vide. Si l'intensité du courant d'excitation varie de $\Delta I_e = I_{en} - I_{eo}$ lorsqu'on passe du fonctionnement à vide à la charge maximale de la génératrice(à la tension U_n), l'intensité du courant de commande augmente de :

$$\Delta I_c = \frac{\Delta I_e}{\beta}$$

et la tension d'erreur maximale a pour valeur :

$$\varepsilon_m = R.\Delta I_c = R.\frac{\Delta I_e}{\beta}$$

(où R est la résistance totale de la maille de commande).

On en déduit la valeur maximale de la chute de tension en charge de la génératrice :

$$(\Delta U)_m = \frac{\varepsilon_m}{k} = \frac{R.\Delta I_e}{k.\beta} = \frac{R.(I_{en} - I_{eo})}{k.\beta}$$

On voit que la régulation de tension est d'autant meilleure que la valeur de R est plus petite et que celles de k et β sont plus grandes.

c. Régulation de vitesse d'un moteur

Le principe de la régulation est identique à celui exposé ci-dessus. La fig. II.E.16 donne un schéma de principe. L'amplification en puissance d'un A.M. n'est pas assez grande, en général, pour qu'un tel matériel puisse alimenter l'induit d'un moteur et être commandé par l'énergie fournie par une dynamo tachymétrique ; c'est pourquoi la fig. II.E.16 montre deux A.M. en cascade : le premier amplifie le signal fourni par la D.T. et commande le second qui alimente le moteur. On vérifie qu'un signal d'erreur positif, c'est-à-dire une chute de vitesse car $\varepsilon = E_o - U_{DT} = k.n'_n - k.n' = k.(n'_n - n')$ (où n' est la vitesse de rotation et n'_n la valeur désirée), provoque une augmentation de I_M et de U_M.

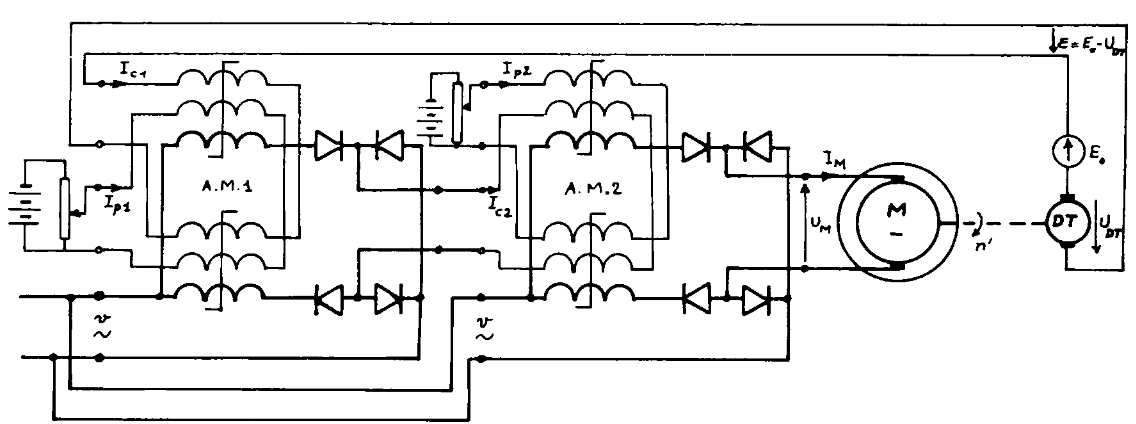


Fig. II.E.16

d. Pince ampèremétrique pour la mesure des forts courants continus

Le dispositif de la fig. II.E.17 est un A.M. dont les circuits magnétiques, formant pince, entourent le câble étudié ; l'intensité du courant dans ce conducteur commande l'état magnétique de l'A.M. Il suffit de connaître la courbe d'étalonnage $I_{Ch} = f(I)$ pour mesurer les forts courants continus.

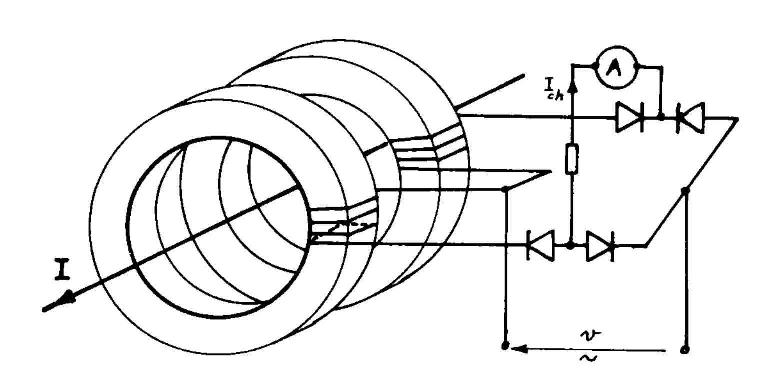


Fig.II.E.17

II.E.III.4 AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES TRANSDUCTEURS MAGNÉTIQUES

On ne réalise pratiquement plus d'amplificateurs magnétiques mais on en rencontre encore dans de nombreux montages. Le rôle d'interrupteur unidirectionnel commandé joué par le transducteur simple a été repris par les composants électroniques (thyristor, transistor en régime de commutation).

Les inconvénients essentiels des A.M. résident dans leur temps de réponse long (constantes de temps des bobines), leur encombrement, leur poids importants et leur prix de revient élevé (matériaux spéciaux).

Les avantages de l'A.M. découlaient de sa très bonne résistance aux pires conditions extérieures(chocs, vibrations, ambiances difficiles), de sa fiabilité et de sa longévité ainsi que de la très faible dérive de ses caractéristiques au cours du temps.

Troisième partie

CONVERTISSEURS ÉLECTRONIQUES

Troisième partie

CONVERTISSEURS ÉLECTRONIQUES

III. A.

Généralités sur les convertisseurs statiques

III.A.I DÉFINITIONS

III.A.I.1 RÔLE DES CONVERTISSEURS STATIQUES

L'énergie électrique fournie par les réseaux triphasés dont nous a-avons étudié ci-dessus les éléments (génératrices au tome 1, lignes en première partie et transformateurs en seconde partie) ne peut être stockée que dans des batteries d'accumulateurs et est souvent utilisée après redressement ou à des fréquences différentes de celle du réseau.

La mise en forme de l'onde électrique afin de l'adapter aux besoins a longtemps été obtenue au moyen de groupes tournants (groupe convertisseur moteur synchrone ou asynchrone-génératrice à courant continu, commutatrices). Les performances actuelles des composants de l'électronique de puissance (diodes, thyristors, triacs, transistors) leur permettent de réaliser de telles conversions ; on supprime ainsi les parties tournantes et on réduit la masse, l'encombrement et le coût de ces matériels.

Les convertisseurs statiques sont les dispositifs à composants électroniques capables de modifier la tension et/ou la fréquence de l'onde électrique.

Comme on a l'habitude de distinguer deux sortes de sources de tension :

- sources de tension continue caractérisées par la valeur U de la tension,
- sources de tension alternative définies par les valeurs de la tension efficace V et de la fréquence f,

on différencie quatre types de convertisseurs :

- convertisseur alternatif(V_1, f_1)-alternatif(V_2, f_2) : c'est un *gradateur* (ou *variateur de courant alternatif*) lorsque $f_1 = f_2$, sinon c'est un *cycloconvertisseur* (ou *convertisseur de fréquence*) ;

- convertisseur alternatif-continu : c'est un *redresseur* (ou *convertisseur de courant*) ;
- convertisseur continu (U_1)-continu (U_2) : c'est un *hacheur* (ou *variateur de courant continu*) ;
- convertisseur continu-alternatif : c'est un *onduleur*.

Citons quelques applications des convertisseurs statiques :
- redresseurs : alimentation des moteurs à courant continu (vitesses variables), charge des batteries ;
- hacheurs : commande des moteurs à courant continu (traction électrique) ;
- onduleurs : production de tensions alternatives, cascade hyposynchrone (voir tome 1,§ E.IX.4), commande des machines à courants alternatifs (moteur synchrone auto-piloté) ;
- cycloconvertisseurs : production des vitesses variables en alternatif (levage, machine-outil).

On a déjà signalé une application importante de ces dispositifs avec la liaison par redresseur-onduleur de deux réseaux alternatifs triphasés de tensions et de fréquence indépendantes (voir § I.B.3).

III.A.I.2 TYPES DE MONTAGES À REDRESSEURS

Les montages permettant de convertir des tensions alternatives polyphasées en tension continue et réciproquement (redresseurs, onduleurs non autonomes, onduleurs) utilisent plusieurs redresseurs (diodes) ou redresseurs commandés (thyristors). La désignation de ces montages tiendra compte du mode de connexion de ces redresseurs et des tensions polyphasées (on considérera les tensions par élément du transformateur associé au dispositif redresseur).

On étudiera en particulier les types suivants :

a. Montage parallèle (P)

Les redresseurs ont alors une électrode commune (la cathode dans le cas du montage proposé à la fig.III.A.1) et les différents systèmes " tension alternative par élément-redresseur" sont disposés en parallèle ; on en déduit que les enroulements du transformateur soumis à ces tensions sont connectés en étoile.

La fig. II.A.1 représente un montage P3 (trois phases).

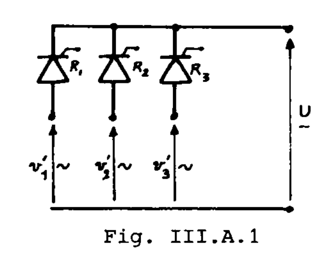


Fig. III.A.1

b. Montage parallèle double (PD)

Deux groupes de redresseurs (un à cathode commune, l'autre à anode commune) sont connectés au même système étoile de tensions polyphasées ;
La fig. III.A.2 représente un montage PD3 mixte (trois phases, trois diodes et trois thyristors). Les enroulements du transformateur connecté à ce pont redresseur sont disposés en étoile.

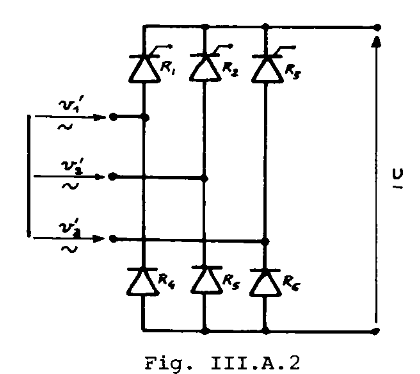


Fig. III.A.2

c. Montage série (S)

Les redresseurs sont connectés de la même façon que dans le montage parallèle double de même nombre de phases mais les tensions alternatives sont disposées en série, c'est-à-dire qu'elles forment une seule maille fermée. Les enroulements de transformateur soumis à ces tensions sont disposés en série, c'est-à-dire en triangle dans le cas triphasé. La fig.III.A.3 montre un montage S3 tout thyristors.

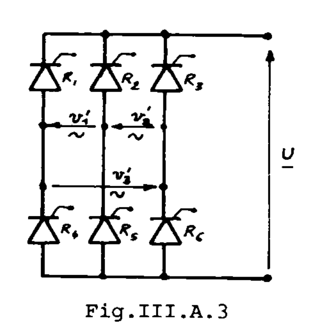


Fig.III.A.3

On peut réaliser d'autres montages redresseurs polyphasés mais leur étude se ramènera généralement à celle des montages simples ci-dessus.

III.A.I.3 COMMUTATION DES REDRESSEURS

Lorsque plusieurs redresseurs ont une électrode commune (ce qui se produit en particulier dans les montages étudiés au paragraphe précédent), on verra que chacun n'est conducteur que pendant une durée limitée et qu'un seul redresseur conduit à chaque instant (du moins en principe et dans le cas général).

Si le courant produit par la batterie de redresseurs est ininterrompu cela impose que l'enclenchement d'un redresseur s'accompagne du blocage de celui qui conduisait auparavant.

La fig.III.A.4 montre qu'à l'instant t_1 le redresseur R_2 devient conducteur (ou s'enclenche) tandis que R_1 se bloque (ou se déclenche). En réalité, ce phénomène n'est jamais instantané ; nous étudierons plus loin ses propriétés. Nous venons de décrire le phénomène de *commutation des redresseurs* (commutation de R_1 et R_2 à l'instant t_1 dans le cas de figure). On distinguera plusieurs sortes de commutation suivant le mode de blocage du redresseur à déclencher :

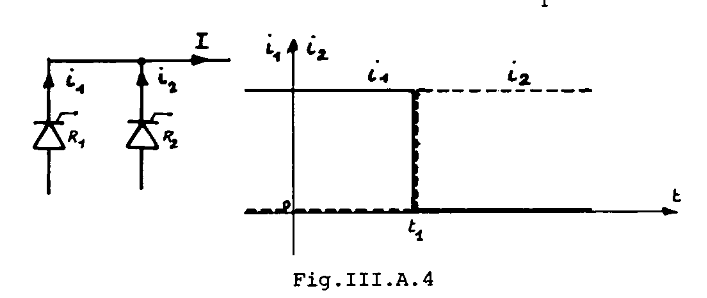


Fig.III.A.4

- *Commutation par la charge ou par la source* (dite aussi *commutation naturelle*) lorsque ce sont des conditions extérieures au convertisseur (tensions ou f.e.m. de la charge ou de la source) qui contraignent au blocage le redresseur conducteur quand un nouveau redresseur s'enclenche ;

- *Auto-commutation* (ou *commutation forcée*) lorsque le convertisseur statique provoque le déclenchement d'un redresseur commandé (généralement au moyen de la décharge d'un condensateur disposé en inverse sur le thyristor) quelles que soient les conditions externes (charge ou source).

On verra par la suite de nombreux montages présentant ces deux types de commutation ainsi que quelques procédés d'auto-commutation.

III.A.II COMPOSANTS DE L'ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE

On ne s'intéresse qu'aux caractéristiques, aux performances et au mode d'utilisation des dispositifs employés ; l'étude de leur fonctionnement interne relève du cours d'électronique.

III.A.II.1 CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES

Le choix des composants (diodes, thyristors, triacs, transistors) d'un convertisseur statique s'effectue en fonction des conditions de fonctionnement que permettent de prévoir le montage et le service de ce convertisseur.

Les constructeurs indiquent les valeurs normales ou limites des grandeurs caractéristiques du fonctionnement de ces composants (en fait, ils fournissent les valeurs typiques de ces grandeurs, c'est-à-dire les valeurs caractérisant la série des éléments de même type ; il faudra prévoir une certaine dispersion des valeurs réelles).

Indiquons les principales grandeurs caractéristiques générales :

a. Tensions maximales

V_{RRM} (V_{RWM}) tension inverse de pointe répétitive,

V_{RSM} tension inverse de pointe non répétitive,

V_{DRM} tension de pointe répétitive à l'état bloqué (en direct),

V_{DSM} tension de pointe non répétitive à l'état bloqué.

Le montage et le fonctionnement envisagés permettent de prévoir les valeurs maximales des tensions inverse et directe (dans le cas de composants commandés) appliquées à chaque élément ; on choisira en général des composants supportant 2 à 2,5 fois ces valeurs (de façon non répétitive) afin de se prémunir contre les pointes de tension transitoires ou parasites susceptibles d'apparaître dans le montage réel.

b. Intensités maximales

I_{TAV} (I_{FAV}) valeur maximale de l'intensité moyenne du courant direct,

I_{TRMS} (I_{FRMS}) valeur maximale de l'intensité efficace du courant direct,

I_{TSM} (I_{FSM}) valeur maximale de l'intensité du courant direct non répétitif de surcharge accidentelle (pendant 10 ms).

On choisit le composant en fonction de la valeur maximale du courant de charge prévu en service permanent.

c. Température de jonction

T_{vj} (θ_{JM}) valeur maximale de la température virtuelle de jonction.

Cette valeur permet de choisir le mode de refroidissement du composant et de calculer les caractéristiques du radiateur (et éventuellement la vitesse de l'air à ventiler).

d. Résistances thermiques

R_{thjc} (R_{thJB}) résistance thermique jonction-boîtier,

R_{thch} (R_{thBR}) résistance thermique boîtier-radiateur.

III.A.II.2 CALCUL DU REFROIDISSEMENT

La plupart des composants de l'électronique de puissance ont une caractéristique $V_d = f(I_d)$ au fonctionnement direct passant (où V_d est la tension directe appliquée et I_d l'intensité du courant direct) ayant l'allure de celle de la courbe III.A.5 ; en fait, on représente généralement I_d en fonction de V_d.

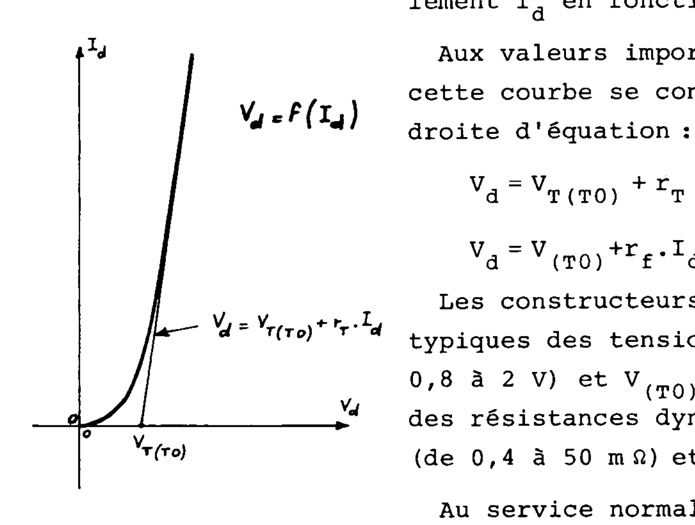


Fig.III.A.5

Aux valeurs importantes du courant direct, cette courbe se confond avec son asymptote, droite d'équation :

$V_d = V_{T(TO)} + r_T . I_d$ (Thyristors, triacs)

$V_d = V_{(TO)} + r_f . I_d$ (diodes) .

Les constructeurs indiquent les valeurs typiques des tensions de seuil $V_{T(TO)}$ (de 0,8 à 2 V) et $V_{(TO)}$ (de 0,85 à 1,4 V) et des résistances dynamiques apparentes r_T (de 0,4 à 50 mΩ) et r_f (de 0,3 à 90 mΩ).

Au service normal aux basses fréquences (en dessous de un kHz) l'énergie dissipée dans la jonction pendant le fonctionnement passant ($dw = v_d . i_d . dt$) est très supérieure à celles dissipées à l'état bloqué (courant de fuite non nul), pendant les commutations et dans les organes de commande (jonction gâchette-cathode dans le cas d'un redresseur commandé); aux fréquences supérieures il faudra tenir compte des pertes de commutation et de commande. La puissance moyenne dissipée dans la jonction s'écrit donc :

$$P_{Jonc.} = \frac{1}{T} \int_0^T dw = \frac{1}{T} \int_0^T (V_{T(TO)} . i_d + r_T . i_d^2) . dt = V_{T(TO)} . I_{moy} + r_T . I_{ef}^2$$

(où I_{moy} et I_{ef} sont les valeurs moyenne et efficace de l'intensité du courant direct i_d).

L'énergie ainsi dissipée au niveau de la jonction s'écoule vers le fluide de refroidissement (air, eau ou huile) à travers le boîtier (résistance thermique R_{thjc} entre jonction et boîtier) et le radiateur (résistances thermiques R_{thch} entre boîtier et radiateur, R_{thr} entre radiateur et fluide). Si T_j est la température de la jonction

et T_{amb} celle du fluide réfrigérant on peut donc écrire :

$$T_j - T_{amb} = (R_{thjc} + R_{thch} + R_{thr}).P_{jonc}.$$

La température de jonction ne devant pas dépasser la valeur T_{vj} on en déduit que la résistance thermique du radiateur doit satisfaire à :

$$R_{thr} \leq \frac{T_{vj} - T_{amb}}{P_{jonc}} - (R_{thjc} + R_{thch}) = \frac{T_{vj} - T_{amb}}{V_{T(TO)} I_{moy} + r_T I_{ef}^2} - (R_{thjc} + R_{thch}).$$

Les dimensions du radiateur et la vitesse éventuelle du réfrigérant à sa surface sont choisies afin de satisfaire à cette condition pour le fonctionnement de charge maximale prévu.

III.A.II.3 DIODES (REDRESSEURS NON COMMANDÉS)

a. Caractéristiques

Une diode est un dispositif semi-conducteur dont la caractéristique

$$I_d = f(V_d)$$

a l'allure indiquée par la fig. III.A.6 ;

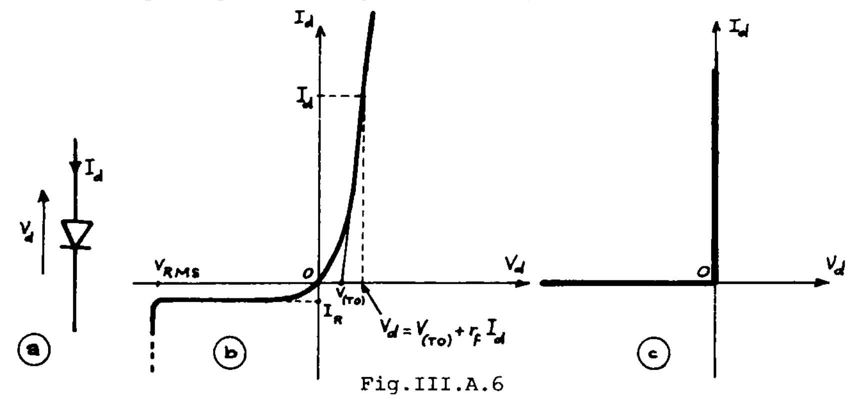


Fig.III.A.6

On observe deux fonctionnements distincts :

- polarisée en direct (V_d positif) la diode est conductrice (ou passante, ou enclenchée) et ne provoque qu'une chute de tension V_d faible devant les autres tensions du circuit (pour des circuits de puissance électrotechniques) :

$$V_d = V_{(TO)} + r_f . I_d$$

où $V_{(TO)}$ est la tension de seuil (de 0,85 à 1,4 V typique) et r_f la résistance dynamique apparente (de 0,3 à 90 mΩ) ;

- polarisée en inverse (V_d négatif) la diode est bloquée (déclenchée) et n'est traversée que par un courant inverse d'intensité très

petite devant celle des courants nominaux directs (I_r vaut de 5 µA à 5mA suivant la valeur de I_{FAV}) ; au-delà d'une certaine valeur la tension inverse provoque un courant d'intensité trop importante qui détruit le composant.

On pourra souvent (sauf lorsque les grandeurs nominales du circuit sont de l'ordre de grandeur de $V_{(TO)}$ ou de I_R) assimiler une diode à un redresseur parfait donc la courbe de réponse $I_d = f(V_d)$ a l'allure représentée en III.A.6.c.

b. Comportement dynamique

Nous considérerons le cas simple d'une diode montée dans une maille inductive et alimentée par une tension sinusoïdale (schéma de la fig. III.A.7). Le courant direct i_d s'annule avec un certain retard sur v (circuit inductif) et présente une pointe d'intensité négative de durée t_{rr} (temps de recouvrement inverse) ; cette pointe sert à reconstituer la barrière de potentiel qui bloque la diode en inverse.

Pendant ce phénomène transitoire la tension appliquée à la diode s'écrit, du fait de la loi des mailles :

$$v_d = v - \ell . \frac{d}{dt}(i_d) - R . i_d .$$

Le temps de recouvrement t_{rr} est en général très court (de l'ordre de 0,1 à 10 µs pour des diodes rapides de puissance, suivant I_{FAV}) et la charge à recouvrer Q_{rr} non négligeable (de 0,3 à 150µC suivant I_{FAV} pour des diodes rapides) ; i_d varie donc très rapidement et la tension inverse peut devenir très supérieure à la tension sinusoïdale v du fait de la nature inductive de la maille (due au secondaire de transformateur, par exemple). La fig. III.A.7 donne l'allure de la tension v_d au cours du blocage de la diode.

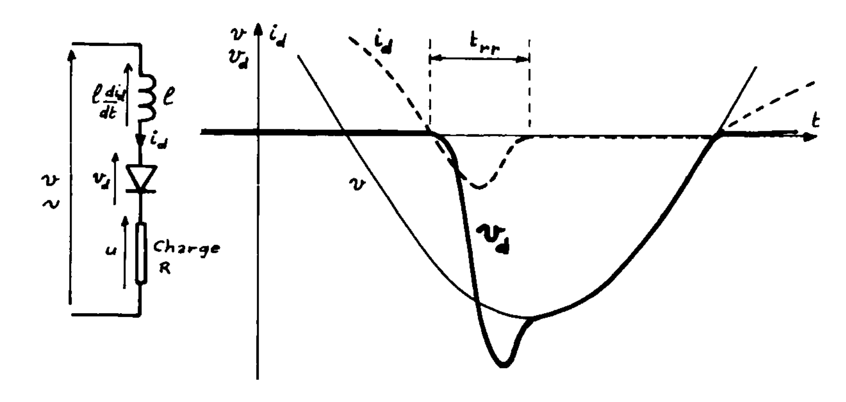


Fig.III.A.7

Les constructeurs réalisent des diodes à charge stockée faible dont la pointe inverse est donc réduite mais il faudra tenir compte de ce phénomène lors de la commutation des très forts courants aux hautes fréquences(donc avec des diodes rapides de temps de recouvrement très court).

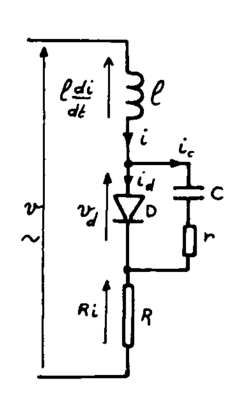


Fig.III.A.8

La protection des redresseurs contre les surtensions, qu'elles soient dues à la commutation des redresseurs ou à des causes externes s'effectue en général (on y reviendra dans le cas des thyristors) au moyen d'un circuit série r-C disposé en parallèle avec le composant à protéger; le principe de cette protection réside dans la propriété des condensateurs d'interdire toute variation discontinue de la tension à leurs bornes. Dans notre cas (fig. III.A.8), l'apparition d'une tension inverse importante aux bornes de D au blocage provoque la charge de C et l'appel d'un courant i_c(négatif) très important et fonction croissante de la tension inverse (en valeur absolue) :

$$i_c = \frac{d}{dt}(q_c) = \frac{d}{dt}(Cv_c) = C.\frac{d}{dt}(v_d) \ .$$

D'où la tension appliquée :

$$v_d = v - \ell.\frac{di}{dt} - R.i = v - \ell.\frac{di_d}{dt} - \ell.\frac{di_c}{dt} - R.i_d - R.i_c \ .$$

Si i_c varie assez rapidement le terme $-\ell.\frac{d}{dt}(i_c)$ devient important et positif et on a :

$$v_d > v - \ell.\frac{di_d}{dt} - R.i_d \ .$$

La tension inverse augmente donc moins vite qu'en l'absence de circuit r-C. On choisit la capacité de C de telle sorte que l'intensité du courant i_c soit comparable à celle du courant de recouvrement (on connaît Q_{rr}) et r de telle sorte que la constante de temps r.C soit de l'ordre de grandeur de t_{rr}, ou supérieure.

On réalise enfin des redresseurs à avalanche contrôlée qui répondent à une surtension inverse par un courant inverse plus important sans destruction du composant.

On peut aussi limiter les tensions inverses au moyen d'une inductance saturable (cf.ch.II.E.I) magnétisée à la saturation par une f.m.m.

continue et montée en série avec le redresseur à protéger. La f.m.m. continue a même signe que celle provoquée par un courant direct dans la diode. Au fonctionnement passant le courant direct sursature l'inductance qui conserve une valeur dynamique nulle et ne provoque aucune chute de tension. Un courant inverse désature le circuit, l'inductance prend une valeur élevée et provoque une forte chute de tension qui limite la tension inverse appliquée au redresseur.

c. Autres types de diodes

- *Diodes Zener* : ce sont des diodes de très faible puissance dont l'avalanche inverse, contrôlée, s'effectue à tension presque constante. Alimentées en inverse et protégées par des resistances série limitant l'intensité du courant, elles constituent des références de tension dans les dispositifs de commande.

- *Diodes Shockley* : réalisées au moyen de dispositifs semi-conducteurs à quatre couches (comme les thyristors), elles ont une caractéristique statique dont l'allure est donnée par la fig. III.A.9. En inverse, elles ont le comportement d'une simple diode. En direct, elles restent bloquées tant que la tension appliquée n'excède pas une certaine valeur V_{DS} puis se comportent comme des diodes enclenchées (chute de tension faible, intensité du courant limitée par le circuit extérieur). Montées en série avec des résistances de protection (limitation du courant), elles servent à protéger certains matériels contre les surtensions. On réalise des composants de mêmes valeurs maximales (tensions directe et inverse, intensité du courant direct) que celles des thyristors.

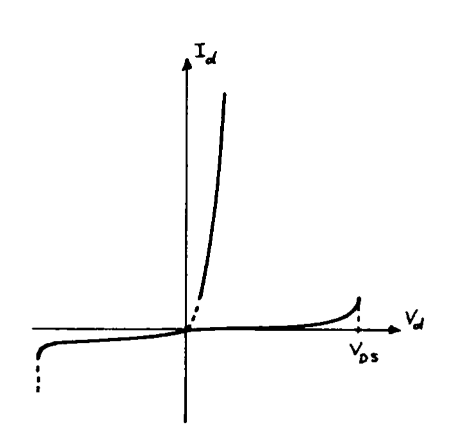


Fig.III.A.9

III.A.II.4 THYRISTORS (REDRESSEURS COMMANDÉS)

a. Caractéristiques statiques

Un thyristor est un composant semi-conducteur à quatre couches (trois jonctions) dont la caractéristique statique $I_d = f(V_d)$ à l'allure de la courbe III.A.10.a.

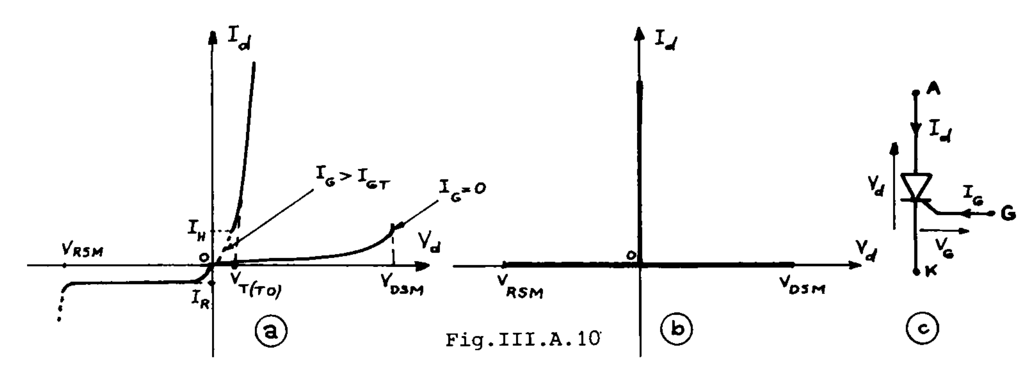


Fig.III.A.10

On observe deux types de fonctionnement :

- à courant de gâchette nul ($I_G = 0$) le thyristor reste bloqué lorsque la tension appliquée évolue entre V_{RSM} (valeur maximale inverse) et V_{DSM} (valeur maximale directe) ; il s'amorce et se comporte comme une diode conductrice si la tension directe appliquée dépasse V_{DSM};

- à courant de gâchette d'intensité supérieure à I_{GT} le thyristor est conducteur quelle que soit la valeur de la tension directe appliquée ; il reste passant après la disparition du courant de commande I_G et ne se bloque que si l'intensité du courant direct devient inférieure à celle du courant de maintien I_H pendant une durée supérieure à celle du temps de recouvrement t_q.

En conclusion, un thyristor est caractérisé par :

- les valeurs maximales des tensions directe et inverse à l'état bloqué (limite actuelle : 3 600 V) ;
- la valeur maximale de l'intensité du courant moyen direct (limite : 1 600 A) ;
- les valeurs de I_{GT} et V_{GT} : valeurs minimales de I_G et de V_G qui provoquent l'amorçage de tous les thyristors d'une même série (exemple : $I_{GT} = 250$ mA, $V_{GT} = 3$ V pour un thyristor de $V_{RRM} = 1\ 600$ V, $I_{TAV} = 625$ A) ; les constructeurs indiquent aussi la valeur maximale V_{GD} de V_G qui n'amorce aucun thyristor ($V_{GD} = 0{,}25$V dans le cas précédent) ;

- la valeur de l'intensité du courant de maintien I_H (entre 80 et 300 mA pour des thyristors de puissance) ;

- les valeurs de la tension de seuil $V_{T(TO)}$ et de la résistance dynamique directe r_T qui permettent de calculer la puissance dissipée dans la jonction et la chute de tension directe :

$$V_d = V_{T(TO)} + r_T . I_d$$

- la température maximale de jonction T_{vj} ; les résistances thermiques jonction-boîtier R_{thjc} et boîtier-radiateur R_{thch}. Ces éléments permettent de calculer le radiateur (cf. § III.A.III.2).

b. Caractéristiques dynamiques

- temps d'amorçage par la gâchette ; c'est la durée t_{gt} qui sépare l'application du signal de commande à la gachette du passage de V_d à 10% de sa valeur initiale (V_d tend vers $V_{T(T0)}+r_T.I_d$). Ce temps d'amorçage est très court(1 à 5 microsecondes) ; il n'est pas indispensable que le signal de commande soit appliqué à la gâchette durant tout l'amorçage : ce phénomène devient irréversible lorsque l'intensité du courant direct est supérieure à I_L , intensité du courant d'accrochage ;

- temps de recouvrement ou temps de désamorçage t_q ; c'est la durée minimale du blocage(tension inverse appliquée au thyristor ou intensité du courant direct inférieure à I_H) qui permet au composant de supporter à nouveau une tension directe sans amorçage spontané ; c'est le temps de reconstitution de la barrière de potentiel assurant le blocage direct ; cette grandeur (valeurs typiques : 5 à 50µs pour les thyristors rapides de puissance, jusqu'à 500 µs pour les thyristors de forte puissance) limite la fréquence d'utilisation de ces composants (quelques dizaines de kHz au maximum) ;

- valeur maximale de l'accroissement de tension directe à l'état bloqué : c'est la valeur maximale $(\frac{dv}{dt})_{cr}$ de la croissance $\frac{dv}{dt}$ de la tension directe qui peut être appliquée à l'état bloqué; au-delà, l'effet capacitif de la jonction bloquée du thyristor provoque un courant d'intensité suffisante pour amorcer le composant.

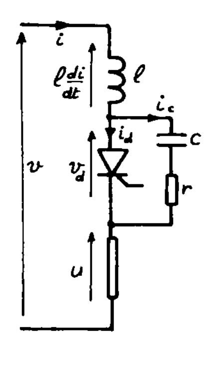


Fig.III.A.11

On protège le thyristor contre les variations importantes de la tension directe ainsi que contre toutes les surtensions (directes ou inverses) en disposant entre ses électrodes un circuit r-C(cf.fig.III.A.11) ; le principe en a déjà été exposé : toute variation de la tension appliquée v se traduit par un courant appelé par le condensateur C ; ce courant provoque une chute de tension dans l'inductance série ℓ qui protège le composant :

$$v_d = v - \ell.\frac{di}{dt} - u$$

- valeur maximale de l'accroissement de l'intensité du courant direct à l'amorçage : c'est la valeur maximale $(\frac{di}{dt})_{cr}$ de $\frac{di}{dt}$ pendant l'amorçage qui ne provoque pas un échauffement excessif de la jonction et la destruction du composant ; au-delà, l'intensité du courant direct devient importante avant que la barrière de potentiel se soit écroulée (voir temps d'amorçage) et la puissance dissipée dans la jonction prend une valeur excessive.

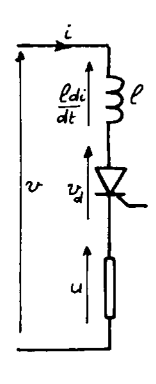


Fig.III.A.12

On limite la valeur de $\frac{di}{dt}$ en disposant une inductance en série avec le thyristor (l'inductance du secondaire de transformateur qui alimente parfois le thyristor peut être suffisante). Alors, on voit que l'accroissement du courant direct doit satisfaire à :

$$\frac{di}{dt} = \frac{v - v_d - u}{\ell} \leq \frac{v - u}{\ell}$$

On choisira la valeur de ℓ en fonction de la valeur maximale possible de $(v - u)$.

c. Composants dérivés du thyristor

- Thyristors à GCO (gain de courant à l'ouverture) : ce sont des composants dont le blocage peut être commandé au moyen d'un courant de gâchette négatif ; mais, s'il suffit d'un courant de commande très faible pour l'amorçer.(environ un millième du courant direct nominal), le déclenchement d'un tel composant exige un courant de gâchette (négatif) très intense (environ un vingtième de l'intensité du courant à couper). Certains constructeurs nomment ces dispositifs GTO ou "transistor à verrouillage". Leurs performances sont encore limitées, surtout en intensité.

- Photothyristors : ce sont des composants à commande optique ; couplés avec des diodes émissives ils assurent une très bonne isolation galvanique entre commande et puissance.

III.A.II.5 TRIACS

Le *triac* est un interrupteur bidirectionnel dont on commande la fermeture (enclenchement). Son symbole est représenté à la fig. III.A.13.a.

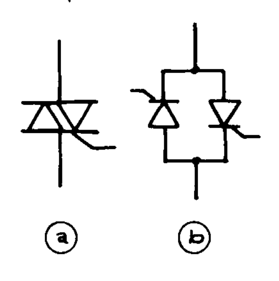


Fig.III.A.13

Il se comporte comme deux thyristors montés tête-bêche (fig.III.A.13.b) qui ne seraient commandés que par une seule électrode.

Ce composant est utilisé dans les gradateurs (variateurs de courant alternatif) ; ces performances pratiques sont encore limitées par rapport à celles des thyristors.

III.A.II.6 TRANSISTORS DE PUISSANCE

a. Transistor en commutation

Les transistors bipolaires (ou transistors à jonctions) sont des dispositifs électroniques dont on sait que les grandeurs I_C (intensité du courant de collecteur) et V_{CE} (tension collecteur-émetteur) sont liées par un réseau de courbes paramétriques (le paramètre étant l'intensité I_B du courant de base). Si de plus le transistor est monté en série avec une charge résistante (résistance R) et alimenté par une source continue de tension E, les grandeurs I_C et V_{CE} doivent vérifier :

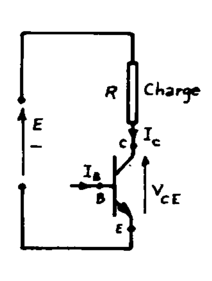


Fig.III.A.14

$$V_{CE} = E - R.I_C \ .$$

Dans le plan (I_C, V_{CE}) des caractéristiques du transistor cette équation est celle d'une droite (passant par les points $I_C = 0$, $V_{CE} = E$ et $I_C = E/R$, $V_{CE} = 0$) dite "droite de charge". L'état de fonctionnement du transistor est défini par les coordonnées de l'intersection de cette droite et de la courbe associée à la valeur de I_B .

La fig. III.A.15 montre la construction de la droite de charge dans le réseau des caractéristiques d'un transistor NPN. Les fonctionnements réalisables sont associés aux points du segment BS.

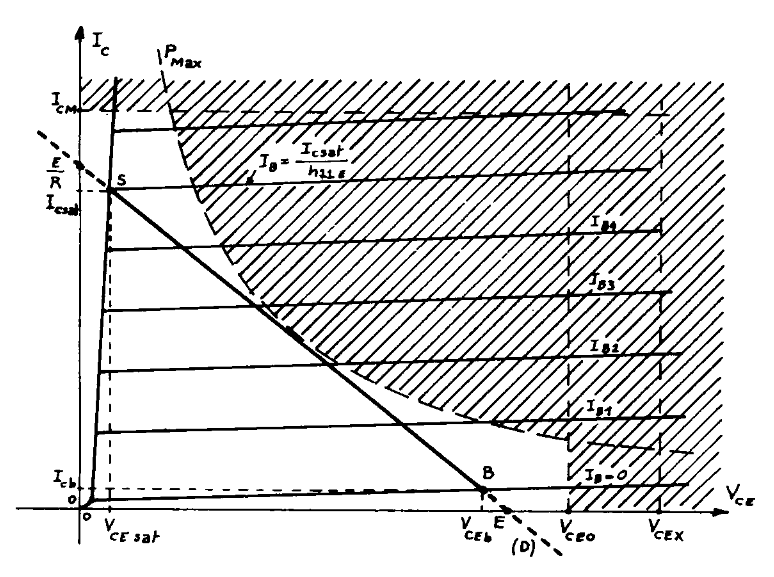


Fig.III.A.15

- le point B ($V_{CEb} \# E$, $I_{Cb} << I_{CM}$) correspond au "blocage" du transistor ; on l'obtient lorsque I_B est nul (on pourra même appliquer un courant de base d'intensité négative pour protéger le composant contre un claquage de la jonction bloquée) ;

- le point S ($V_{CE} = V_{CEsat}$, $I_C \# \frac{E}{R}$) correspond à la saturation ; il est obtenu lorsque $I_B = I_C/h_{21E}$ (h_{21E} est l'amplification en courant du transistor) ; dans la pratique on commandera la saturation par $I_B > I_C/h_{21E}$.

On dira qu'un transistor est utilisé en commutation lorsqu'il ne travaillera que dans ces deux états : bloqué (le transistor se comporte comme un interrupteur ouvert) ou saturé (interrupteur fermé) ; les régimes transitoires conduisant d'un état à l'autre auront des durées très courtes devant le temps de travail dans chaque fonctionnement.

L'utilisation des transistors de puissance en commutation permet de bloquer des tensions élevées (proches de la valeur V_{CEO} correspondant au claquage) et d'enclencher des courants intenses (proches de la valeur maximale I_{CM}) sans que les points B et S sortent de l'aire de sécurité limitée par les valeurs maximales V_{CEO} de V_{CE}, I_{CM} de I_C et P_{Max} de $V_{CE}.I_C$ (l'aire de sécurité est la région non hachurée du réseau de la fig. III.A.15).

Mais les régimes transitoires de fermeture et d'ouverture pourront conduire le point figuratif de l'état du transistor hors de cette aire de sécurité et provoquer un échauffement excessif de la jonction ; on protègera les transistors :

- en réduisant au maximum la durée de ces régimes, ce qui permettra de réduire l'énergie dissipée durant la commutation ;
- en leur associant des dispositifs d'aide à la commutation (voir plus loin) destinés à éviter de sortir de l'aire de sécurité.

b. Comportement dynamique

La fig. III.A.16 montre le comportement du transistor à la fermeture et à l'ouverture :

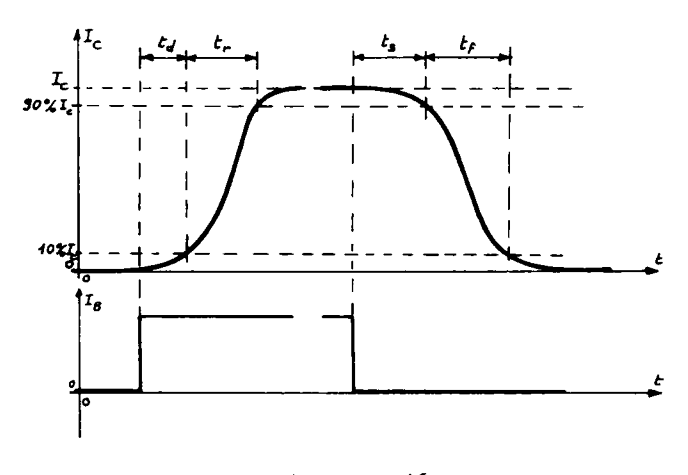


Fig.III.A.16

- fermeture : le temps de fermeture (durée entre l'application du courant de base et le passage de I_C à 90% de sa valeur finale) t_{ON} se décompose en :

$$t_{ON} = t_d + t_r$$

où t_d est le temps de retard à la fermeture (delay-time) et t_r le temps de montée (rise-time) ;

- ouverture : la durée t_{OFF} entre la disparition du courant de base et le passage de I_C à 10% de sa valeur initiale se décompose en :

$$t_{OFF} = t_s + t_f$$

où t_s est le temps d'évacuation de la charge stockée (storage time) et t_f le temps de descente (fall-time).

c. Valeurs caractéristiques

Les transistors de puissance bipolaires sont caractérisés par :

V_{CEX} valeur maximale de la tension bloquée en commande inverse (I_B négatif pour un NPN) : on réalise jusqu'à V_{CEX} = 1 500 V ;

V_{CEO} valeur maximale de la tension bloquée à courant de base nul (maximum actuel : 800 V) ;

V_{CEsat} valeur typique de V_{CE} à l'état saturé (de 0,5 à 5V) ;

I_{CM} valeur maximale de I_C ;

h_{21E} amplification en courant (de 5 à 150 suivant I_{CM}) ;

P_{Max} valeur maximale de la puissance dissipée ;

t_d et t_r ($t_{ON} = t_d + t_r$ de l'ordre de 0,5 à 3µs) ;

t_s et t_f ($t_{OFF} = t_s + t_f$ vaut de 1 à 7 µs) ;

f_T fréquence de transition.

Remarque : On commence à réaliser des transistors de puissance MOS (et VMOS) ; ils ont pour avantages d'être commandés en tension (impédance d'entrée très grande) et d'avoir des temps de commutation très courts (quelques centaines de nanosecondes); mais ils présentent une chute de tension importante à la saturation (4 à 5 V pour 10 A) et ont encore des performances limitées (400 V comme tension maximale, 16 A d'intensité maximale).

d. Protection contre les surtensions

L'ouverture du transistor peut s'accompagner de l'appartion d'une surtension à ses bornes, surtout si la charge est inductive ; d'où risque de claquage destructif.

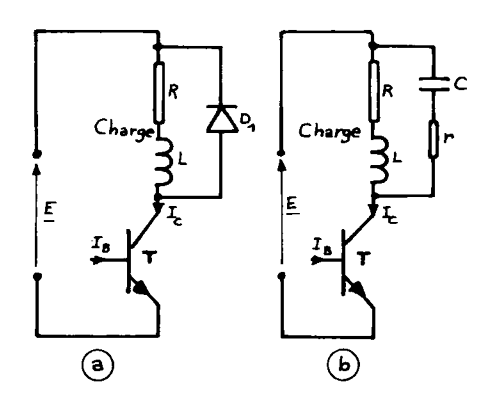


Fig.III.A.17

On limite les surtensions en disposant une diode de roue libre plus rapide que le transistor en parallèle sur la charge (fig. III.A.17.a) ou un circuit r-C tel que la maille R-L-r-C soit un circuit résonnant d'amortissement critique (fig. III.A.17.b).

e. Protections du transistor en commutation

- protection durant l'ouverture : au déclenchement du transistor (disparition ou inversion du courant de base), la tension V_{CE} tend à augmenter avant que le courant I_C s'éteigne ; d'où échauffement excessif de la jonction. On dispose un condensateur aux bornes de T (cf. fig. III.A.18) ; il se charge sous la tension V_{CE} durant l'ouverture et absorbe pour cela une partie du courant de la charge :

d'où réduction du courant I_C et échauffement moindre. La résistance r limite l'intensité du courant de décharge du condensateur lors de la fermeture de T .

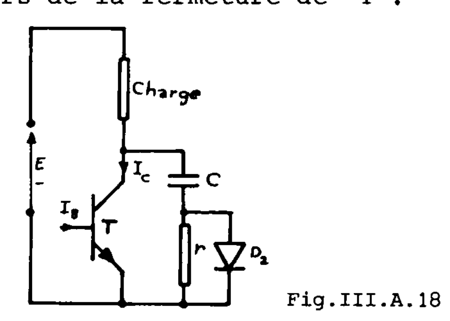


Fig.III.A.18

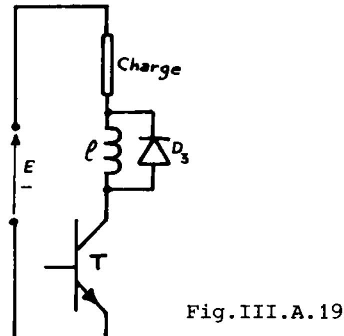


Fig.III.A.19

- protections durant la fermeture (saturation): lors de la fermeture (application du courant de base), l'intensité du courant I_C augmente avant que la barrière de potentiel responsable de V_{CE} se soit écroulée: d'où à nouveau dissipation excessive d'énergie dans la jonction. On limite l'accroissement de I_C au moyen d'une bobine disposée en série avec le transistor T (et provoquant une chute de tension $\ell.\frac{di}{dt}$). Une diode de roue libre (D_3) disposée en parallèle sur la bobine et plus rapide que le transistor T protège ce dernier contre les surtensions accompagnant l'ouverture.

D'où la fig. III.A.20 montrant le transistor T muni de tous ses circuits de protection.

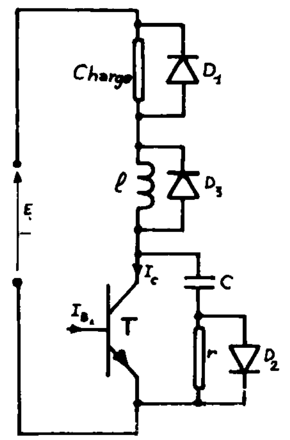


Fig.III.A.20

f. Avantages et inconvénients des transistors de puissance

Leurs temps de commutation plus courts permettent aux transistors de travailler à des fréquences plus élevées que les thyristors ; par ailleurs, la commande de l'ouverture est plus aisée que pour un thyristor. Mais en revanche le courant de commande est très important (un cinquième du courant commandé) et doit être maintenu durant tout le fonctionnement saturé.

III.B.

Redressement non commandé

III.B.I MODES DE REDRESSEMENT

On n'étudiera dans ce chapitre que l'allure des tensions obtenues au moyen de montages redresseurs triphasés à diodes. On supposera ces diodes parfaites et les secondaires de transformateur sans inductance (ce qui, on le verra plus loin, conduit à une commutation instantanée). On analysera aussi la tension appliquée à chaque redresseur.

III.B.I.1 REDRESSEMENT PARALLÈLE

On l'obtient lorsque les diodes ont une électrode commune et lorsque les enroulements secondaires du transformateur d'alimentation sont en étoile.

a. Redressement triphasé parallèle (P3)

C'est le cas du montage de la fig. III.B.1 où les cathodes des trois diodes sont au même potentiel. On montre facilement que seule la diode dont l'anode est au plus haut potentiel peut conduire. En effet, si v_1 est la tension la plus élevée (à un instant donné et dans notre système de conventions) et si la diode D_2 conduit ($v_{D2} = 0$, $u_d = v_2$), D_1 se trouve sous la tension :

$$v_{D1} = v_1 - u_d = v_1 - v_2 > 0$$ et s'enclenche.

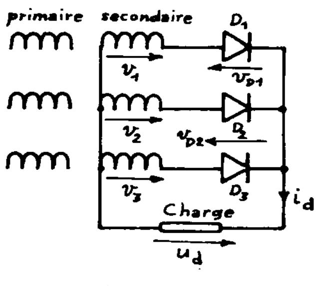
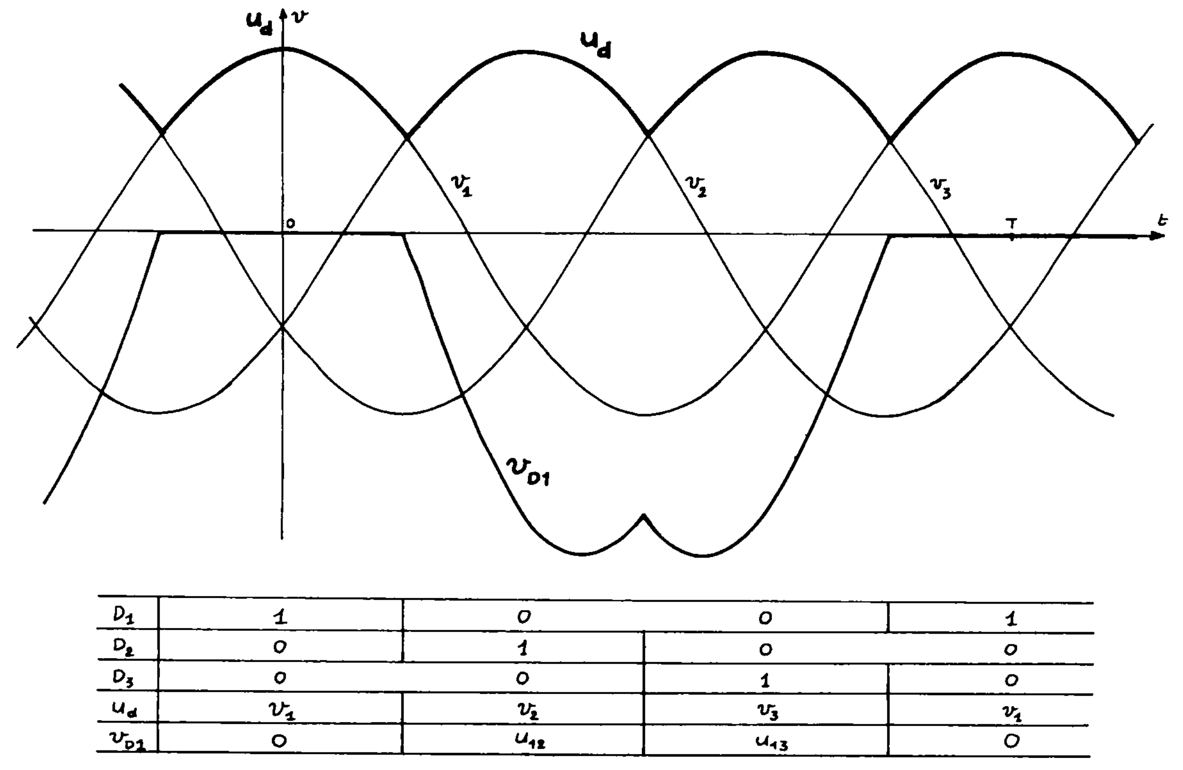


Fig.III.B.1

On a alors :

$v_{D1} = 0$ et $v_{D2} = v_2 - v_1 < 0$: la diode D_2 se bloque.



D_1	1	0	0	1
D_2	0	1	0	0
D_3	0	0	1	0
u_d	v_1	v_2	v_3	v_1
v_{D1}	0	u_{12}	u_{13}	0

Fig.III.B.2

La fig. III.B.2 montre comment on déduit de cette propriété l'évolution au cours du temps del'état de fonctionnement des diodes et de la tension redressée u_d. On a supposé les tensions secondaires sinusoïdales et triphasées. On voit que chaque diode conduit pendant un tiers de période. On a de plus établi la courbe de la tension aux bornes de la diode D_1 :

$$v_{D1} = v_1 - u_d \ .$$

b. Redressement hexaphasé parallèle (P6)

Le montage de la fig. III.B.3 qui utilise un transformateur à deux demi-secondaires par colonne,permet un tel redressement. Le principe du fonctionnement est identique à celui exposé pour le P3 (la diode dont l'anode est au plus haut

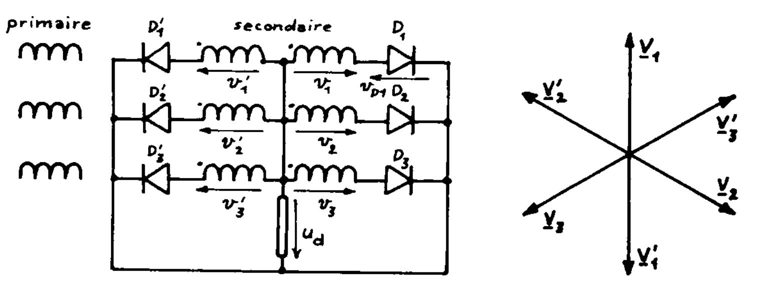
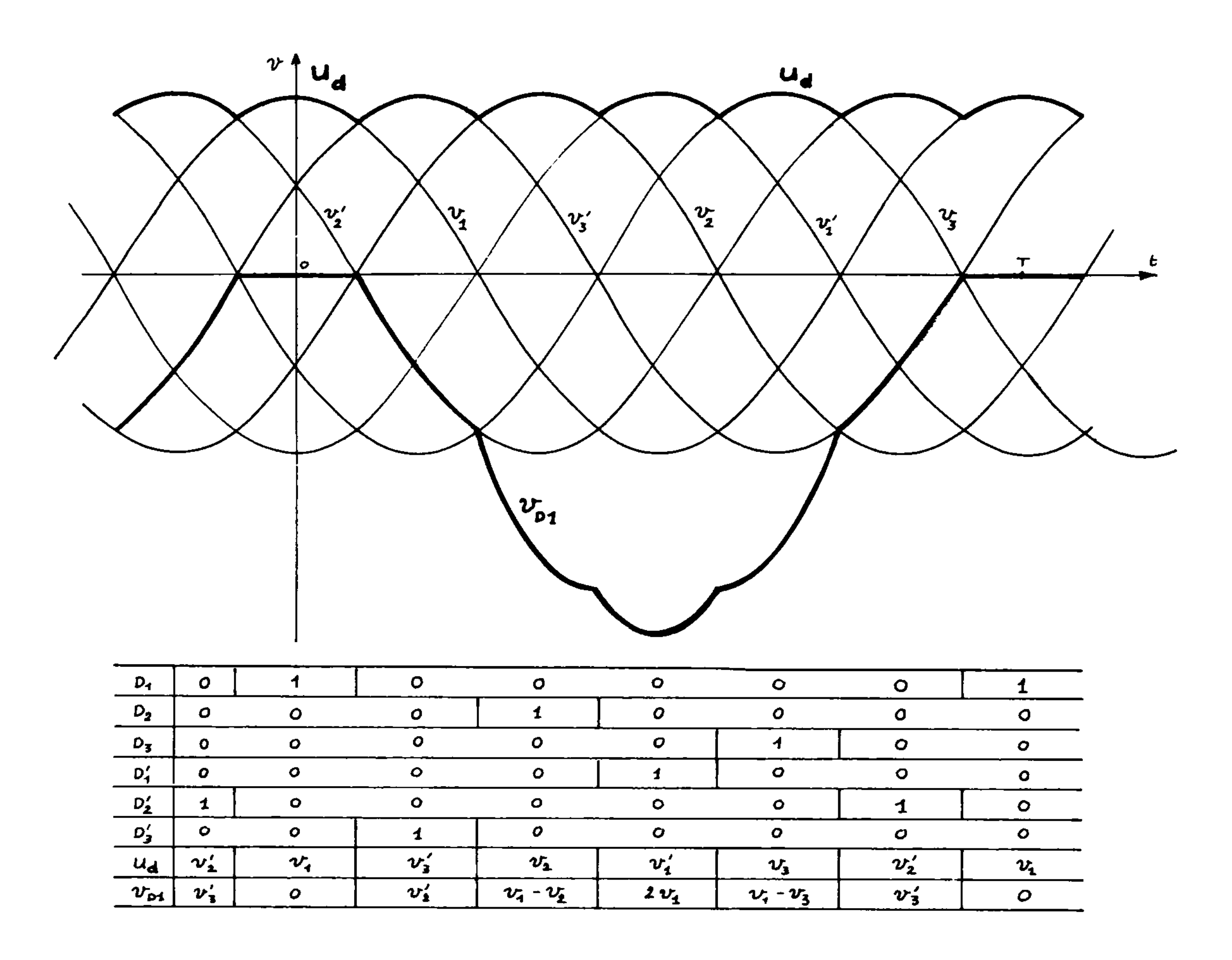


Fig.III.B.3

potentiel conduit) et la fig. III.B.4 montre l'allure de u_d et de $v_{D1} = v_1 - u_d$.



D_1	0	1	0	0	0	0	0	1
D_2	0	0	0	1	0	0	0	0
D_3	0	0	0	0	0	1	0	0
D'_1	0	0	0	0	1	0	0	0
D'_2	1	0	0	0	0	0	1	0
D'_3	0	0	1	0	0	0	0	0
u_d	v'_2	v_1	v'_3	v_2	v'_1	v_3	v'_2	v_1
v_{D1}	v'_3	0	v'_2	$v_1 - v_2$	$2v_1$	$v_1 - v_3$	v'_3	0

Fig.III.B.4

Chaque diode conduit pendant un sixième de la période des tensions à redresser. On voit aussi que chaque redresseur doit supporter une tension maximale inverse de valeur $2V\sqrt{2}$ (où V est la valeur efficace des tensions secondaires du transformateur).

III.B.I.2 REDRESSEMENT PARALLÈLE DOUBLE

La fig. III.B.5 indique le montage PD3 (ou triphasé double alternance) ; le secondaire du transformateur est couplé en étoile et connecté à deux groupes de diodes : un commutateur à cathode commune (D_1, D_2, D_3) et un commutateur à anode commune (D'_1 , D'_2 , D'_3). L'existence d'un

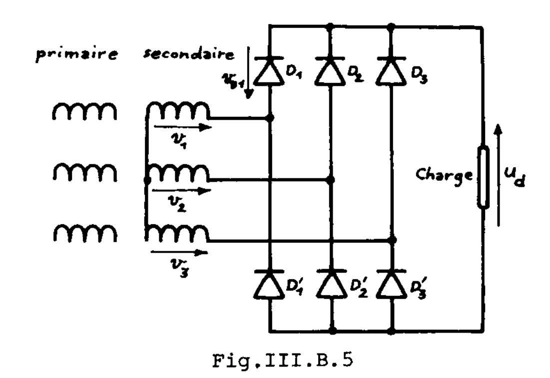


Fig.III.B.5

courant dans la charge exige la conduction de deux diodes, une de chaque commutateur. Pour des raisons analogues à celles développées lors de l'étude des montages parallèles, il est évident que sont passantes les diodes suivantes :

D_1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
D_2	0	0	0	1	1	0	0	0	0
D_3	1	0	0	0	0	1	1	0	0
D'_1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
D'_2	1	1	0	0	0	0	1	1	0
D'_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1
u_d	u_{32}	u_{12}	u_{13}	u_{23}	u_{21}	u_{31}	u_{32}	u_{12}	u_{13}
v_{D1}	u_{13}	0	0	u_{12}		u_{13}		0	0

Fig.III.B.6

- pour le commutateur à cathode commune, celle dont l'anode est au potentiel positif le plus élevé ;
- pour le commutateur à anode commune, celle dont la cathode est au potentiel négatif le plus faible.

La fig.III.B.6 montre l'évolution du comportement des diodes au cours du temps ainsi que les allures de la tension redressée u_d et de la tension aux bornes d'un redresseur : $v_{D1} = v_1 - u_d$.

On voit que chaque diode conduit pendant un tiers de période (on dira que l'indice de commutation de ce montage vaut $q = 3$) tandis que la tension redressée se compose de six portions de sinusoïdes par période T (on dira que l'indice de pulsation est $p = 6$) ; ces deux indices avaient des valeurs égales dans le cas des montages parallèles.

III.B.I.3 REDRESSEMENT SÉRIE

La fig. III.B.7 montre le montage S3. Le pont de diodes a même branchement que dans PD3 mais le secondaire du transformateur est couplé en triangle. Il est évident que les diodes vont avoir même comportement que dans le montage PD3 précédemment étudié ; on passe d'un dispositif à l'autre en remplaçant les tensions composées fournies par le secondaire du

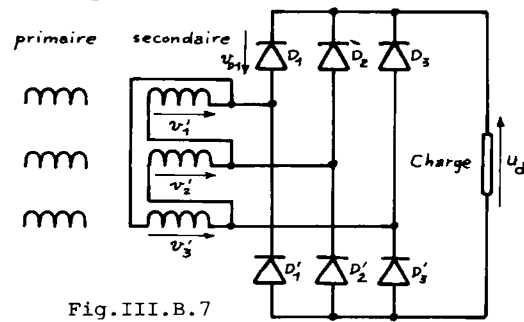


Fig.III.B.7

Fig.III.B.8

D_1	0	1	1	0	0	0	0	1
D_2	0	0	0	1	1	0	0	0
D_3	1	0	0	0	0	1	1	0
D'_1	0	0	0	0	1	1	0	0
D'_2	1	1	0	0	0	0	1	1
D'_3	0	0	1	1	0	0	0	0
u_d	$-v'_2$	v'_1	$-v'_3$	v'_2	$-v'_1$	v'_3	$-v'_2$	v'_1
v_{D1}	$-v'_3$	0	0	$-v'_1$	$-v'_1$	$-v'_3$	$-v'_3$	0

du transformateur de PD3 par les tensions par élément issues de celui de S3. Tout se passe comme si on redressait les six tensions étoilées v'_1, $-v'_3$, v'_2, $-v'_1$, v'_3, $-v'_2$. La fig. III.B.8 montre l'allure de u_d et celle de v_{D1}. On a encore un redressement d'indice de pulsation 6 (six portions de sinusoïdes par période T des tensions à redresser) et d'indice de commutation 3 (chaque diode conduit pendant un tiers de période et il y a donc trois diodes par commutateur). Chaque diode doit supporter en inverse la valeur maximale des tensions secondaires par enroulement.

III.B.I.4 AUTRES MODES DE REDRESSEMENT

On peut réaliser bien d'autres montages redresseurs triphasés en combinant en série ou en parallèle les dispositifs élémentaires décrits ci-dessus. Nous ne citerons que deux des montages complexes ainsi obtenus.

a. Redressement héxaphasé à fourches

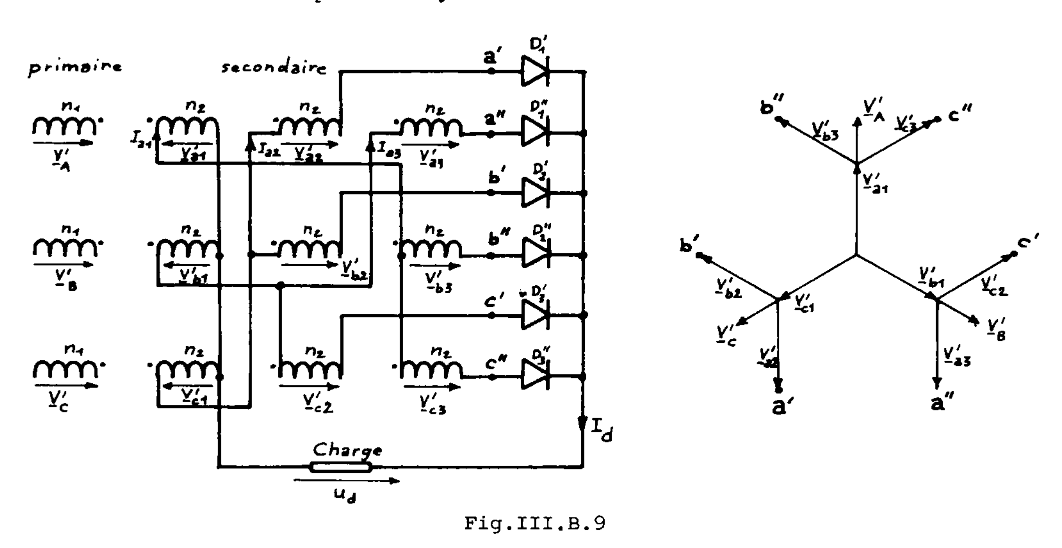


Fig.III.B.9

On l'obtient au moyen du montage décrit à la fig. III.B.9 ; un transformateur possédant trois enroulements secondaires identiques par colonne est couplé en double zigzag et permet de réaliser un système héxaphasé de tensions secondaires (voir le diagramme de Fresnel de la fig. III.B.9) ; on redresse ces tensions grâce à un commutateur de six diodes. L'avantage de ce dispositif réside dans la forme de la f.m.m. produite par les courants secondaires.

La fig. III.B.10 indique l'ordre de commutation des diodes au cours du temps et l'allure de la f.m.m. des courants secondaires

$$n_2.(I_{a1} + I_{a2} + I_{a3})$$

Fig.III.B.10

(à courant de charge d'intensité I_d constante). La f.m.m. secondaire (et par voie de conséquence l'intensité du courant appelé par le primaire sur le réseau) est plus proche d'une fonction sinusoïdale(et donc moins riche en composantes harmoniques) que celle correspondant au redressement hexaphasé parallèle(P6) .

b. Redressement double étoile à bobine médiatrice (ou interphase)

Le montage en est donné par la fig. III.B.11. Une bobine à point milieu relie les neutres des deux étoiles montées en parallèle.Aux faibles valeurs du courant de charge cette bobine n'a pas d'effet et le montage fonctionne comme P6 (cf.§III.B.I.1.b).

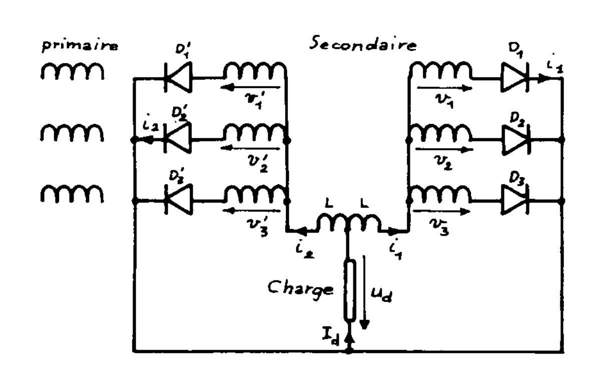


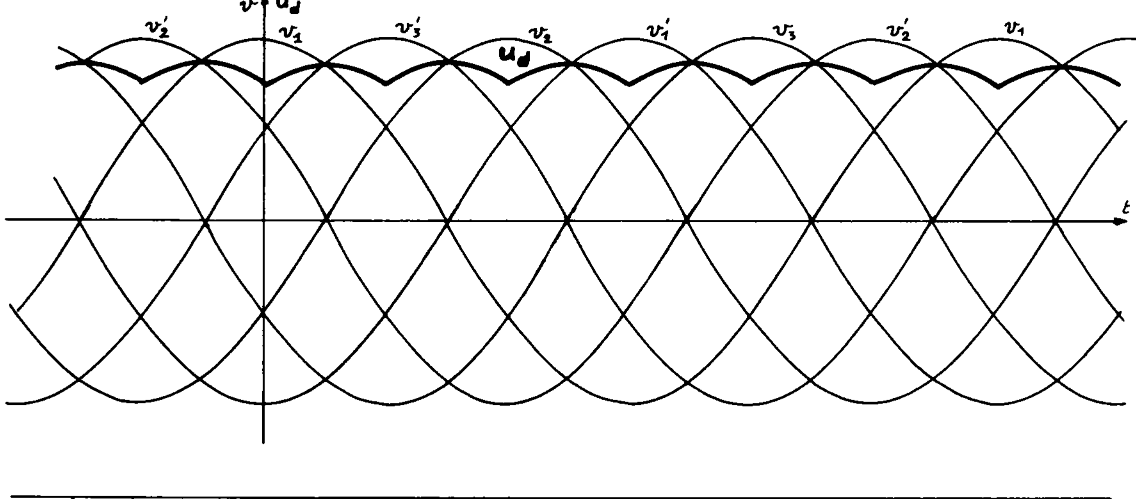
Fig.III.B.11

Lorsque I_d est important, la bobine interdit l'extinction des courants i_1 et i_2(la surtension provoquée par L à l'annulation de i_1 conduit une des diodes du commutateur D_1,D_2,D_3 à s'enclencher). Il y a donc en permanence deux diodes en service et la tension redressée doit satisfaire à (par exemple lorsque D_1 et D_2' conduisent) :

$$u_d = v_1 - L.\frac{d}{dt}(i_1) = v_2' - L.\frac{d}{dt}(i_2) = \frac{1}{2}(v_1 + v_2') - \frac{L}{2}.\frac{d}{dt}(i_1 + i_2) \ .$$

Si on admet que le courant de charge est parfaitement lissé, il vient :

$$I_d = i_1 + i_2 = Cte, \quad \frac{d}{dt}(i_1 + i_2) = 0 \quad \text{et} \quad u_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2') = \frac{1}{2}(v_1 - v_2) = \frac{1}{2}.u_{12}$$



D_1		1	1	0	0	0	0	1	1
D_2		0	0	1	1	0	0	0	0
D_3		0	0	0	0	1	1	0	0
D_1'		0	0	0	1	1	0	0	0
D_2'		1	0	0	0	0	1	1	0
D_3'		0	1	1	0	0	0	0	1
u_d		$\frac{1}{2}(v_1+v_2')$	$\frac{1}{2}(v_1+v_3')$	$\frac{1}{2}(v_2+v_3')$	$\frac{1}{2}(v_2+v_1')$	$\frac{1}{2}(v_3+v_1')$	$\frac{1}{2}(v_3+v_2')$	$\frac{1}{2}(v_1+v_2')$	$\frac{1}{2}(v_1+v_3')$

Fig.III.B.12

D'où l'allure de la tension redressée au cours du temps, donnée par la fig. III.B.12. On établit le tableau des états de fonctionnement des diodes en considérant séparément les deux commutateurs formés par les composants D_1,D_2 et D_3 d'une part et D_1',D_2' et D_3' de l'autre et en appliquant à chacun le principe démontré dans le cas des montages parallèles : la diode de plus haut potentiel d'anode est "passante". On remarque que la tension u_d obtenue a une valeur moyenne plus faible qu'en l'absence de bobine médiatrice, c'est-à-dire plus faible que celle produite par un montage P6, toutes choses égales par ailleurs..

La mise en charge de ce montage redresseur s'accompagne donc d'une chute de tension sensible puisqu'à vide la bobine n'a pas d'influence.

On remarque surtout que la tension redressée a un indice de pulsation p = 6 alors que l'indice de commutation n'est que de trois (chaque

diode conduit un tiers de période), ce qui différencie ce montage de P6 et le met au rang de PD3 et S3. Mais l'avantage principal de ce dispositif réside dans le fait que chaque diode n'est parcourue que par la moitié du courant de charge (puisqu'il y a deux commutateurs symétriques en parallèle aux bornes de la charge). Aux très forts courants de charge, ce montage permet donc d'utiliser des diodes de moindres performances que PD3 ou S3 (où chaque diode doit supporter le courant de charge) ; l'économie ainsi réalisée sur le coût des composants justifie l'adjonction d'une bobine médiatrice.

III.B.II GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN MONTAGE REDRESSEUR

Le chapitre précédent a mis en évidence les caractères généraux des montages redresseurs. Nous allons utiliser ces résultats pour déterminer les valeurs des tensions, intensités et facteur de puissance de ces différents dispositifs. Nous supposerons toujours les diodes parfaites et la commutation instantanée.

III.B.II.1 ÉTUDE DE LA TENSION REDRESSÉE

L'étude qualitative effectuée au chapitre précédent a montré que dans tous les cas étudiés la tension redressée idéale (diodes parfaites, pas de commutation complexe) se compose d'une succession de portions de sommets de sinusoïdes, plus exactement de p portions identiques de sinusoïdes par période T des tensions à redresser. On nomme p "indice de pulsation" de u_d.

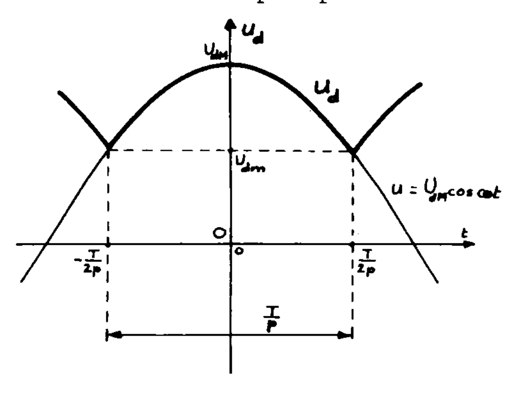


Fig.III.B.13

Chaque portion s'étend sur une durée $\frac{T}{p}$ et a donc l'allure indiquée par la fig. III.B.13. Un choix judicieux de l'origine des temps permet de considérer la période de u_d comprise entre les dates $-\frac{T}{2p}$ et $+\frac{T}{2p}$ où u_d s'exprime :

$$u_d = U_{dM}.\cos\omega.t \ .$$

a. Valeur moyenne de la tension redressée

On notera U_{dio} la valeur de cette grandeur dans le cas idéal envisagé jusqu'ici (i = idéal). Par définition de la valeur moyenne d'une grandeur périodique, elle s'exprime :

$$U_{dio} = \frac{1}{\frac{T}{p}} \int_{-\frac{T}{2p}}^{+\frac{T}{2p}} u_d . dt = \frac{p}{T}.2. \int_0^{+\frac{T}{2p}} U_{dM}.\cos(\omega.t).dt = \frac{2p}{T}.U_{dM}\left[\frac{\sin\omega t}{\omega}\right]_0^{+\frac{T}{2p}}$$

On trouve en définitive :

$$U_{dio} = \frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p} = U_{dM}.\frac{\sin\frac{\pi}{p}}{\frac{\pi}{p}} \qquad \textit{(III.B.1)}$$

On voit que la valeur de U_{dio} tend vers U_{dM} lorsque l'indice de pulsation p augmente indéfiniment, ce qui justifie la recherche d'indices élevés.

b. Valeur efficace de la tension u_d

Par définition de la valeur efficace, on peut calculer :

$$U_{dief} = \sqrt{\frac{1}{\frac{T}{p}} \int_{-\frac{T}{2p}}^{+\frac{T}{2p}} u_d^2 . dt} = \sqrt{\frac{2p}{T}.U_{dM}^2 \int_0^{+\frac{T}{2p}} \cos^2(\omega t).dt} \; .$$

En remarquant que : $\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t)$,

il vient en définitive :

$$U_{dief} = U_{dM}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{p}{4\pi}\,.\,\sin\frac{2\pi}{p}} = \frac{U_{dM}}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \frac{\sin\frac{2\pi}{p}}{\frac{2\pi}{p}}} \qquad \textit{(III.B.2)}$$

On remarque que U_{dief} tend aussi vers U_{dM} lorsque l'indice de pulsation p augmente indéfiniment (car $\frac{\sin x}{x}$ tend vers l'unité quand x tend vers zéro). Les valeurs moyenne U_{dio} et efficace U_{dief} de u_d tendent alors simultanément vers U_{dM} ; cela signifie que u_d tend vers une tension rigoureusement continue.

c. Facteur de forme

Par définition, on nomme *facteur de forme* le rapport :

$$F = \frac{U_{ef}}{U_{moy}}$$

Dans notre cas ce facteur s'exprime :

$$F = \frac{U_{dief}}{U_{dio}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{\sin \frac{2\pi}{p}}{\frac{2\pi}{p}}}}{\frac{\sin \frac{\pi}{p}}{\frac{\pi}{p}}} \quad . \qquad (III.B.3)$$

Le facteur de forme prend toujours une valeur supérieure à l'unité (la valeur efficace d'une grandeur variable est toujours supérieure à sa valeur moyenne ; ces deux valeurs ne sont égales que pour une grandeur continue). Sa valeur caractérise la tension redressée : plus cette valeur est proche de l'unité, plus la tension obtenue est voisine d'une grandeur continue.

d. Facteur de modulation

On peut aussi caractériser une grandeur redressée par le coefficient :

$$\beta = \frac{\sqrt{U_{dief}^2 - U_{dio}^2}}{U_{dio}} = \sqrt{\frac{U_{dief}^2}{U_{dio}^2} - 1} = \sqrt{F^2 - 1} \; . \qquad (III.B.4)$$

Ce facteur de modulation a une valeur d'autant plus faible que la tension redressée est moins ondulée ($\beta = 0$ pour une tension continue).

On définit aussi parfois un taux de modulation d'expression :

$$k = \frac{U_{dio1}}{U_{dio}} \qquad (III.B.5)$$

où U_{dio1} est l'amplitude maximale du premier terme sinusoïdal de la décomposition harmonique de u_d (composante de pulsation $p\omega$ si ω est la pulsation des tensions à redresser). On l'exprime comme un pourcentage.

e. Facteur d'ondulation

On nomme ainsi le coefficient d'expression :

$$K = \frac{U_{diM} - U_{dim}}{2U_{dio}}$$

où U_{diM} et U_{dim} sont les valeurs maximale et minimale de u_d . Dans le cas d'une tension redressée ayant la forme représentée à la fig.III.B.13, on voit que :

$$U_{diM} = U_{dM} \qquad U_{dim} = U_{dM} \cdot \cos \omega \frac{T}{2p} = U_{dM} \cdot \cos \frac{\pi}{p} \quad .$$

D'où :

$$K = \frac{U_{dM}.(1 - \cos\frac{\pi}{p})}{\frac{2p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p}} = \frac{\pi}{2p}.\frac{1 - \cos\frac{\pi}{p}}{\sin\frac{\pi}{p}} \qquad (III.B.6)$$

On caractérise parfois aussi l'ondulation d'une grandeur par les coefficients suivants :

- coefficient d'ondulation positive :

$$\frac{U_{diM} - U_{dio}}{U_{dio}} \qquad (III.B.7)$$

- coefficient d'ondulation négative :

$$\frac{U_{dio} - U_{dim}}{U_{dio}} \qquad (III.B.8)$$

Nous avons cité ci-dessus les principaux coefficients rencontrés pour caractériser une grandeur redressée. Il est évident qu'on peut les utiliser pour étudier n'importe quelle grandeur variable(et en particulier l'intensité du courant redressé ou celle des courants dans les enroulements du transformateur).

Ces coefficients servent en général à comparer des montages redresseurs différents ; il suffira donc de calculer les valeurs d'un seul de ces facteurs (de forme, de modulation ou d'ondulation) associées aux divers dispositifs.

III.B.II.2 ÉTUDE DES COURANTS

a. Courant dans la charge

Tous les montages étudiés dans le ch. III.B.I présentent à chaque instant une diode au moins susceptible d'être enclenchée, pour autant que la tension redressée présente une valeur supérieure à la f.e.m. interne éventuelle de la charge. Nous supposerons la conduction des diodes ininterrompue et le courant de charge parfaitement "lissé" (par l'inductance de la charge ou une inductance de "lissage" montée en série) ; son intensité I_d sera donc supposée constante.

b. Courant dans une diode

Nous limiterons notre étude aux cas où chaque extrémité de la charge est au plus connectée à un commutateur (ensemble de diodes ayant une électrode commune et dont une seule conduit à chaque instant).

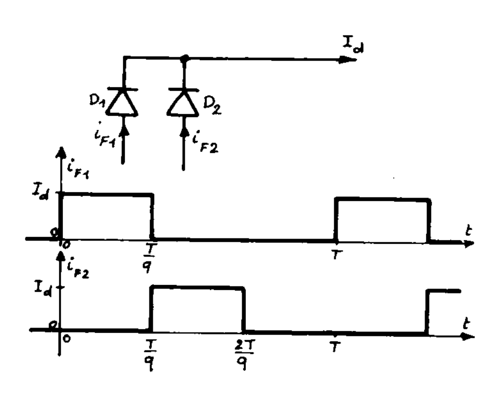


Fig.III.B.14

Chaque diode est donc parcourue par un courant d'intensité I_d pendant une fraction $\frac{1}{q}$ de la période T des tensions d'alimentation ; q est l'indice de commutation, c'est-à-dire le nombre de diodes d'un commutateur. L'intensité i_{F1} du courant traversant D_1 évolue donc comme l'indique la fig. III.B.14. On en déduit aisément ses valeurs moyenne et efficace :

$$I_{Fio} = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{q}} I_d . dt = \frac{I_d}{q} \qquad (III.B.9)$$

$$I_{Fief} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{q}} I_d^2 . dt} = \frac{I_d}{\sqrt{q}} \qquad (III.B.10)$$

On peut en déduire le facteur de forme du courant d'une diode :

$$F = \frac{I_{Fief}}{I_{Fio}} = \sqrt{q} \; . \qquad (III.B.11)$$

c. Courants dans les enroulements secondaires du transformateur

∇ *Montage parallèle :* La nature même du montage (dont on rappelle le principe sur la fig. III.B.15) impose que le courant d'un enroulement secondaire est identique au courant passant dans la diode qui lui est connectée. D'où les valeurs caractéristiques de son intensité i_s :

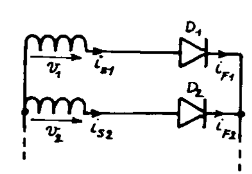


Fig.III.B.15

$$I_{sio} = I_{Fio} = \frac{I_d}{q} \qquad I_{sief} = I_{Fief} = \frac{I_d}{\sqrt{q}} \; .$$

∇ *Montage parallèle double :* La figure III.B.16 rappelle le principe de ce type de montage ; on voit que l'intensité i_{s1} du courant de l'enroulement secondaire étudié s'exprime :

$$i_{s1} = i_{F1} - i'_{F1}$$

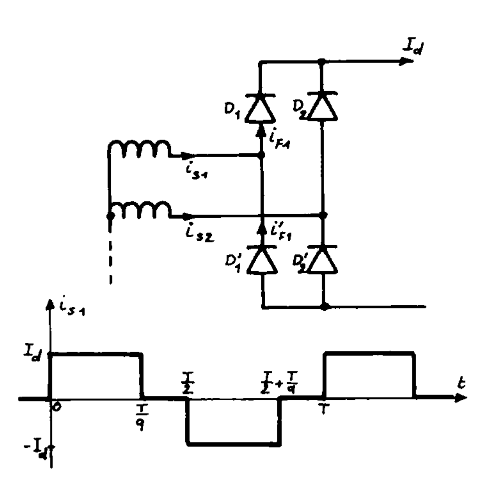


Fig.III.B.16

où i_{F1} et i'_{F1} sont les intensités des courants dans les diodes D_1 et D'_1. On sait que chacune de ces diodes conduit le courant de la charge durant $\frac{T}{q}$ et la fig. III.B.6 montre (et c'est un résultat général) que les déblocages de D_1 et D'_1 sont décalés dans le temps d'une demi-période. D'où l'allure de l'intensité i_{s1} au cours du temps (fig. III.B.16) et ses valeurs caractéristiques :

$$I_{sio} = \frac{1}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{q}} I_d.dt + \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}+\frac{T}{q}} (-I_d).dt\right) = 0$$

$$I_{sief} = \sqrt{\frac{2}{T}.\int_0^{\frac{T}{q}} I_d^2.dt} = I_d.\sqrt{\frac{2}{q}} . \qquad \textit{(III.B.12)}$$

On constate, et c'était visible sur la fig. III.B.16, que la valeur moyenne de l'intensité des courants secondaires est nulle. On voit aussi que la valeur efficace de l'intensité du courant est $\sqrt{2}$ fois plus grande qu'en commutation parallèle, à courant égal.

∇ *Montage série :* L'étude générale est plus compliquée et nous nous limiterons à celle du montage S3 déjà analysé en II.B.I.3. On pourra reprendre le même type de raisonnement pour étudier un autre montage série.

La fig. III.B.17 indique le montage S3 et l'état de fonctionnement des diodes au cours du temps. On va en déduire l'intensité i_{s1} du cou-

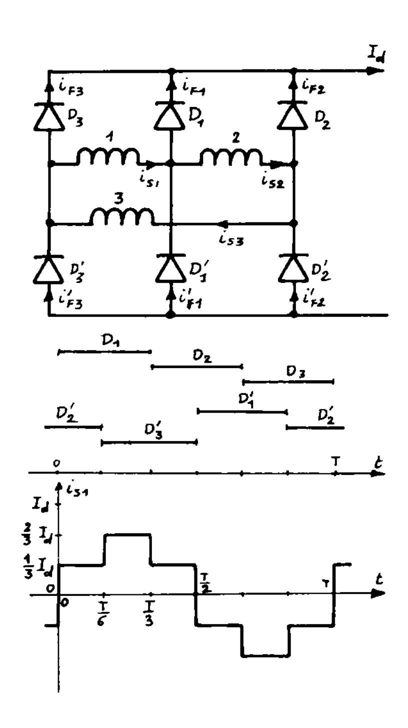


Fig.III.B.17

rant dans l'enroulement 1 en admettant que I_d se répartit entre les voies en parallèle de façon inversement proportionnelle au nombre d'enroulements traversés dans chaque voie(ce qui signifie que la chute de tension dans un enroulement est proportionnelle à l'intensité du courant).

APPLICATION

Entre les instants 0 et $\frac{T}{6}$, les diodes D_1 et D'_2 conduisent ; le courant de charge est donc produit par deux voies en parallèle : d'une part l'enroulement 2 seul, d'autre part 1 et 3 en série ; la bobine 2 est parcourue par un courant deux fois plus intense que 1 et 3 (pour que la chute de tension dans 2 soit égale à celle dans 1 et 3 et que la f.m.m. totale soit nulle) et on a :

$$i_{s2} = -\frac{2}{3}.I_d \qquad i_{s1} = i_{s3} = \frac{1}{3}.I_d .$$

Entre $\frac{T}{6}$ et $\frac{T}{3}$ ce sont D_1 et D'_3 qui conduisent ; les deux tiers du courant de charge passent par l'enroulement 1, un tiers par 3 et 2 en série ; d'où :

$$i_{s2} = i_{s3} = -\frac{1}{3}.I_d \qquad i_{s1} = \frac{2}{3}.I_d .$$

On établit ainsi la courbe $i_{s1} = f(t)$ de la fig.III.B.17 et on en déduit la valeur efficace des courants secondaires (il est évident, par raison de symétrie, qu'ils ont tous même valeur efficace et la figure montre que la valeur moyenne est nulle) :

$$I_{sief} = \sqrt{\frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{6}} \left(\frac{I_d}{3}\right)^2 .dt + \frac{2}{T}\int_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{3}} \left(\frac{2I_d}{3}\right)^2 .dt} = \frac{\sqrt{2}}{3}.I_d \qquad (III.B.13)$$

On remarque que les montages PD3 et S3, dont on a vu qu'ils donnent le même type de tension redressée ($p = 6$) et ont même indice de commutation ($q = 3$) présentent des courants secondaires de valeurs efficaces différentes (à même charge) :

- pour PD3 : $I_{sief} = \sqrt{\frac{2}{3}} . I_d = 0,816 . I_d$
- pour S3 : $I_{sief} = \frac{\sqrt{2}}{3} . I_d = 0,47 . I_d$.

Cet écart est dû aux couplages différents du secondaire (étoile pour PD3, triangle pour S3). On remarque qu'en triangle l'intensité est $\sqrt{3}$ fois plus faible qu'en étoile, ce qui est analogue au résultat obtenu pour les régimes sinusoïdaux triphasés équilibrés mais ne constitue plus une règle générale dans les cas de fonctionnement non sinusoïdaux.

d. Courants dans les enroulements primaires du transformateur

Nous avons montré dans la deuxième partie de ce cours que le transformateur alimenté par un réseau alternatif de tension efficace constante est une machine à flux alternatif forcé d'amplitude maximale constante. Toute variation du flux que tendraient à provoquer les courants secondaires, est compensée par les courants primaires. On a vu que les courants secondaires sont périodiques (de même période T que les tensions d'alimentation) ; ils peuvent donc être décomposés en séries de Fourier de la forme :

$$i_s(t) = I_{sio} + \sum_{k=1}^{\infty} I_{smk} \cos(k\omega t - \phi_k) \qquad (III.B.14)$$

i_p n_1 · n_2 i_s · n_2 i'_s · n_2 i''_s

Fig.III.B.18

D'où, dans le cas général d'un transformateur à plusieurs enroulements secondaires identiques (trois, par exemple, de n_2 spires), l'expression de la f.m.m. secondaire :

$$\mathscr{E}_2 = n_2.(I_{sio} + I'_{sio} + I''_{sio}) + n_2.(i_s + i'_s + i''_s - I_{sio} - I'_{sio} - I''_{sio}) \ .$$

Le premier terme de cette expression est constant (I_{sio} est la composante continue de i_s) ; il provoque la circulation d'un flux constant dans le circuit magnétique mais ce flux ne peut produire ni f.e.m. primaire ni, par conséquent, courant primaire. Le second terme est une série de fonctions sinusoïdales ; chaque composante sinusoïdale

provoque l'appel d'un courant primaire proportionnel (voir théorie du transformateur) tel que la force magnétomotrice totale reste nulle (pour un transformateur parfait) ; dans nos conventions de signes, cette propriété se traduit par l'appel d'un courant primaire satisfaisant à :

$$n_1 . i_p = \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 - n_2 . (I_{sio} + I'_{sio} + I''_{sio}) = n_2 . (i_s + i'_s + i''_s - I_{sio} - I'_{sio} - I''_{sio}) .$$

D'où :

$$i_p = \frac{n_2}{n_1} . (i_s + i'_s + i''_s - I_{sio} - I'_{sio} - I''_{sio}) \qquad (III.B.15)$$

∇ *Montage parallèle à un seul enroulement secondaire par colonne (exemple : P3) :* Nous avons vu § III.B.II.2.c, que l'intensité des courants secondaires avait pour valeur moyenne (ou composante continue) :

$$I_{sio} = \frac{1}{q} . I_d .$$

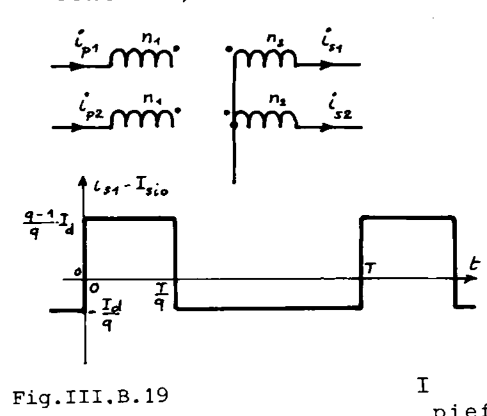


Fig.III.B.19

D'où l'allure de la grandeur $i_{s1} - I_{sio}$ (cf. fig.III.B.19) et la valeur efficace de :

$$i_{p1} = \frac{n_2}{n_1} . (i_{s1} - I_{sio})$$

$$I_{pief} = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T/q} (I_d - \frac{I_d}{q})^2 \, dt + \frac{1}{T} \int_{T/q}^{T} (- \frac{I_d}{q})^2 dt} .$$

D'où :

$$I_{pief} = \frac{n_2}{n_1} . I_d . \frac{\sqrt{q-1}}{q} = m . I_d . \frac{\sqrt{q-1}}{q} \qquad (III.B.16)$$

APPLICATION

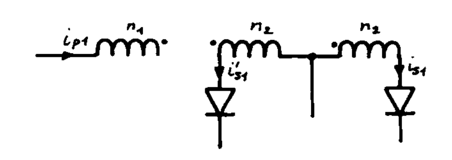
Dans le cas du montage P3, il vient :

$$q = 3 \quad I_{pief} = \frac{\sqrt{2}}{3} . m . I_d = 0,47 . m . I_d$$

alors que :

$$I_{sief} = \frac{1}{\sqrt{3}} . I_d = 0,58 . I_d .$$

∇ *Montage parallèle à deux enroulements secondaires par colonne (exemple : P6):* La fig. III.B.20 rappelle le montage d'une colonne et l'allure des intensités i_{s1} et i'_{s1} ; d'où la f.m.m. secondaire



(compte tenu des conventions de signes) :

$$\mathscr{E}_2 = n_2 . i_{s1} - n_2 . i'_{s1} = n_2 . (i_{s1} - i'_{s1}) .$$

La construction de $i_{s1} - i'_{s1}$ montre que cette grandeur a une valeur moyenne nulle (les composantes continues des deux demi-secondaires sont opposées, du fait du montage).

D'où :

$$n_1 . i_{p1} = n_2 . (i_{s1} - i'_{s1})$$

et la valeur efficace de l'intensité i_{p1} :

$$I_{pief} = \frac{n_2}{n_1}\sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{q}} (I_d)^2\, dt} = \frac{n_2}{n_1} . I_d . \sqrt{\frac{2}{q}}$$

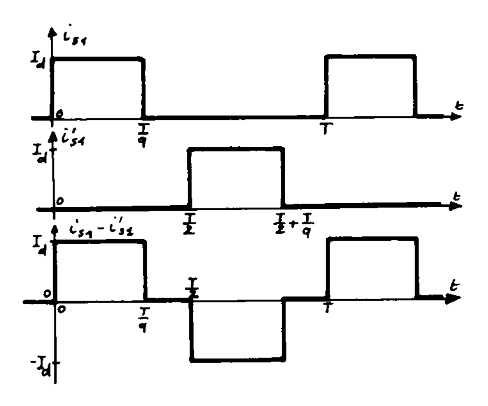


Fig.III.B.20

$$I_{pief} = m.\sqrt{\frac{2}{q}} . I_d \quad . \qquad (III.B.17)$$

APPLICATION : P6

$$q = 6 \qquad I_{pief} = m.\sqrt{\frac{2}{6}} . I_d = 0,58.m.I_d$$

alors que : $$I_{sief} = \frac{1}{\sqrt{q}} . I_d = \frac{1}{\sqrt{6}} . I_d = 0,408.I_d \quad .$$

∇ *Montages parallèle double et série à un seul enroulement secondaire par colonne (exemples : PD3 et S3) :* Nous avons vu dans ce chapitre que les intensités des courants secondaires des montages PD et S sont dépourvues de composante continue (cf. les fig.III.B.16 et III.B.17) ; on en déduit immédiatement que, puisque I_{sio} est nulle :



$$n_1 . i_p = n_2 . i_s \qquad i_p = \frac{n_2}{n_1} . i_s \quad .$$

D'où :

$$I_{pief} = \frac{n_2}{n_1} . I_{sief} = m . I_{sief}$$

(si m est le rapport de transformation).

APPLICATIONS

∇ *Montage PD3 :* $I_{sief}=\sqrt{\frac{2}{3}}.I_d = 0{,}816.I_d$ $I_{pief}= 0{,}816.m.I_d$

∇ *Montage S3 :* $I_{sief}= \frac{\sqrt{2}}{3}.I_d = 0{,}47.I_d$ $I_{pief}= 0{,}47.m.I_d$.

Dans le cas général d'un montage parallèle double à un seul enroulement secondaire on a donc :

$$I_{sief}=\sqrt{\frac{2}{q}}.I_d \qquad I_{pief}=\sqrt{\frac{2}{q}}.m.I_d \qquad (III.B.18)$$

Remarque 1 : Dans tout ce qui précède on a noté m le rapport des nombres de spires d'un enroulement primaire et d'un enroulement secondaire et non le rapport de transformation du transformateur, lequel dépend des couplages.

Remarque 2 : On pourrait, utilisant les méthodes décrites ci-dessus, déterminer la forme et la valeur efficace de l'intensité du courant en ligne au primaire en tenant compte du couplage de ce primaire. Ce sont pourtant les valeurs efficaces des intensités des courants circulant dans les enroulements primaires et secondaires qui permettent de réaliser le transformateur.

On pourra aussi calculer le transformateur à partir des valeurs du facteur de puissance de son primaire et de son secondaire.

III.B.II.3 FACTEURS DE PUISSANCE SECONDAIRE ET PRIMAIRE

Par extension de la définition adoptée en régime sinusoïdal, on nommera facteur de puissance du primaire ou du secondaire le rapport des puissances active et apparente développées dans ces enroulements :

$$f_p = \frac{P}{S} \qquad (III.B.19)$$

Si on suppose le transformateur et les diodes parfaits, la puissance active se réduit à celle consommée par la charge et d'expression :

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u_d.i_d.dt \; .$$

Puisque nous avons supposé le courant de charge parfaitement lissé, il vient :

$$P = I_d.\frac{1}{T}\int_0^T u_d.dt = U_{dio}.I_d \qquad (III.B.20)$$

a. Facteur de puissance au secondaire du transformateur

∇ *Montage parallèle :* On a alors $p = q$ enroulements secondaires fournissant des tensions sinusoïdales de valeur efficace V et parcourus par des courants d'intensité efficace I_{sief}; d'où la puissance apparente développée par le secondaire :

$$S = p.V.I_{sief}.$$

Or, on sait que :

$$I_{sief} = \frac{1}{\sqrt{q}}.I_d \; .$$

Donc :

$$S = \frac{p}{\sqrt{q}}.V.I_d = \sqrt{p}.V.I_d \; . \qquad \text{(car } p = q\text{)}$$

Par ailleurs, la puissance active s'écrit :

$$P = U_{dio}.I_d = \frac{p}{\pi}.\sin\frac{\pi}{p}.U_{dM}.I_d = \frac{p}{\pi}.\sin\frac{\pi}{p}.V.\sqrt{2}.I_d$$

car la valeur maximale U_{dM} de la tension redressée est égale à celle, $V.\sqrt{2}$, des tensions secondaires des enroulements.

D'où l'expression du facteur de puissance secondaire :

$$f_{ps} = \frac{P}{S} = \frac{\sqrt{2.p}}{\pi}.\sin\frac{\pi}{p} \qquad \textit{(III.B.21)}$$

APPLICATION

Calculons les valeurs de f pour quelques valeurs de l'indice de pulsation p :

p	2	3	4	5	6
f_{ps}	0,636	0,675	0,636	0,592	0,55

On voit que le facteur de puissance des montages parallèles passe par sa valeur maximale en triphasé ; c'est donc en triphasé que le produit $p.I_{sief}$ qui définit les dimensions du secondaire (nombre d'enroulements multiplié par la valeur efficace du courant dans ces enroulements) passe par sa valeur minimale puisque :

$$p.I_{sief} = \frac{S}{V} = \frac{p}{V.f_{ps}} \qquad \textit{(III.B.22)}$$

(on admet que la valeur de V varie peu en fonction de p lorsqu'on désire produire une tension continue U_{dio} donnée).

∇ *Montage parallèle double :* Il y a alors q enroulements secondaires (autant que de diodes par commutateur) parcourus par I_{sief} sous une tension efficace V ;

D'où :

$$S = q.V.I_{sief}.$$

Par ailleurs, on a :

$$P = U_{dio}.I_d = \frac{p}{\pi}.\sin\frac{\pi}{p}.U_{dM}.I_d$$

et on sait qu'en montage PD la valeur efficace de l'intensité du courant secondaire s'écrit *(cf.III.B.12)*:

$$I_{sief} = \sqrt{\frac{2}{q}}.I_d \qquad \text{d'où :} \qquad S = \sqrt{2q}.V.I_d \quad .$$

Donc :

$$f_{ps} = \frac{P}{S} = \frac{p}{\pi.\sqrt{2q}}.\sin\frac{\pi}{p}.\frac{U_{dM}}{V} \qquad (III.B.23)$$

où la valeur de U_{dM} dépend du montage choisi ; on vérifiera rapidement que :

- pour les valeurs paires de l'indice de commutation q on a :

$$p = q \quad \text{et} \quad U_{dM} = 2\sqrt{2}.V \ .$$

D'où :

$$f_{ps} = \frac{2\sqrt{p}}{\pi}.\sin\frac{\pi}{p} \qquad (III.B.24)$$

- pour les valeurs impaires de q on a : $p = 2.q$ $\quad U_{dM} = 2.V.\sqrt{2}.\cos\frac{\pi}{2q}$.

D'où :

$$f_{ps} = \frac{\sqrt{p}}{\pi}.2.\sqrt{2}.\sin\frac{2\pi}{p}.\cos\frac{\pi}{2p} \qquad (III.B.25)$$

APPLICATION

Déterminons les valeurs de f_{ps} pour quelques montages :

	PD2	PD3	PD4	PD6
p	2	6	4	6
q	2	3	4	6
f_{ps}	0,90	0,955	0,90	0,78

Comme dans le cas du montage parallèle, on voit que la valeur du facteur de puissance secondaire est maximale en triphasé. A puissance P et tension continue U_{dio} constantes (et donc V pratiquement constante), la masse de cuivre secondaire (proportionnelle à $q.I_{sief}$ puisque q est le nombre d'enroulements et I_{sief} définit la section du conducteur) est minimale en triphasé car :

$$q.I_{sief} = \frac{S}{V} = \frac{P}{V.f_{ps}}.$$

On remarque de plus que le facteur de puissance des montages parallèle double est meilleur que celui des montages parallèle simple, toutes choses égales par ailleurs.

∇ *Montage série S3 :* On n'a étudié que le montage série triphasé $(q = 3)$ et on a établi *(III.B.13)* l'expression de l'intensité efficace secondaire :

$$I_{sief} = \frac{\sqrt{2}}{3}.I_d.$$

D'où :

$$S = q.V.I_{sief} = 3.V.\frac{\sqrt{2}}{3}.I_d = \sqrt{2}.V.I_d \ .$$

La puissance active s'exprime :

$$P = U_{dio}.I_d = \frac{p}{\pi}.\sin\frac{\pi}{p}.U_{dM}.I_d \ .$$

La fig. III.B.8 montre que $p = 6$ et que $U_{dM} = V.\sqrt{2}$;

D'où :

$$P = \frac{6}{\pi}.\sin\frac{\pi}{6}.\sqrt{2}.V.I_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi}.V.I_d$$

(où V est la valeur efficace des tensions par enroulement secondaire). On en déduit :

$$f_{ps} = \frac{P}{S} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi\sqrt{2}} = \frac{3}{\pi} = 0{,}955 \ . \qquad (III.B.26)$$

Le montage S3 a donc même facteur de puissance secondaire que PD3.A puissance active égale, ces deux montages nécessiteront la même masse de cuivre secondaire puisqu'ils ont même valeur de :

$$q.V.I._{sief} = \frac{P}{f_{ps}}$$

(q est le nombre d'enroulements secondaires, V est proportionnel au nombre de spires d'un enroulement et I_{sief} est proportionnel à la section des conducteurs).

b. Facteur de puissance au primaire du transformateur

∇ *Montage parallèle à un seul enroulement secondaire par colonne*

On a alors $p = q$ enroulements primaires traversés par des courants d'intensité efficace I_{pief} et alimentés sous les tensions efficaces $\frac{V}{m}$ (si V est la valeur efficace des tensions secondaires et m le rapport de transformation d'un transformateur-colonne). D'où la puissance apparente primaire :

$$S_p = p.V_p.I_{pief} = \frac{p}{m}.V.I_{pief}.$$

On a établi l'expression de I_{pief} *(III.B.16)* :

$$I_{pief} = m.I_d.\frac{\sqrt{q-1}}{q} .$$

D'où :

$$S_p = \sqrt{q-1}.V.I_d. \qquad \text{(car } p = q\text{)}$$

On a déjà calculé la puissance active consommée par la charge dans le cas d'un montage parallèle (cf.§ précédent) :

$$P = U_{dio}.I_d = \frac{p\sqrt{2}}{\pi}.\sin\frac{\pi}{p}.V.I_d = \frac{q\sqrt{2}}{\pi}.\sin\frac{\pi}{q}.V.I_d .$$

D'où l'expression du facteur de puissance primaire :

$$f_{pp} = \frac{P}{S_p} = \frac{q\sqrt{2}}{\pi\sqrt{q-1}}.\sin\frac{\pi}{q} . \qquad (III.B.27)$$

APPLICATIONS : montage P3

$$f_{pp} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi\sqrt{2}}.\sin\frac{\pi}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} = 0,83.$$

montage P6 (si le primaire est hexaphasé)

$$f_{pp} = \frac{6\sqrt{2}}{\pi\sqrt{5}}.\sin\frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi\sqrt{5}} = 0,60 .$$

On remarque que la valeur de f_{pp} est supérieure à celle de f_{ps}, pour un même indice.

∇ *Montage parallèle à deux enroulements secondaires par colonne*

On a alors $p = q$ enroulements secondaires mais seulement $\frac{q}{2}$ enroulements primaires alimentés sous $\frac{V}{m}$ et parcourus par des courants d'intensité efficace :

$$I_{pief} = m.I_d.\sqrt{\frac{2}{q}} . \qquad (cf.\ III.B.17)$$

D'où la puissance apparente primaire :

$$S_p = \frac{q}{2}.\frac{V}{m}.I_{pief} = \frac{q}{2}.\sqrt{\frac{2}{q}}.V.I_d = \sqrt{\frac{q}{2}}.V.I_d .$$

La puissance active s'exprime toujours :

$$P = \frac{q\sqrt{2}}{\pi}.\sin\frac{\pi}{q}.V.I_d$$

et on en déduit l'expression du facteur de puissance primaire :

$$f_{pp} = \frac{P}{S_p} = \frac{2q}{\pi\sqrt{q}}.\sin\frac{\pi}{q} = \frac{2\sqrt{q}}{\pi}.\sin\frac{\pi}{q} \qquad (III.B.28)$$

APPLICATION : montage P6 à primaire triphasé (p = q = 6)

$$f_{pp} = \frac{2\sqrt{6}}{\pi}.\sin\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} = 0,78 \ .$$

Le dispositif P6 conduit à un meilleur facteur de puissance primaire en triphasé qu'en hexaphasé.

∇ *Montages parallèle double ou série à un seul enroulement secondaire par colonne*

Il y a le même nombre q d'enroulements primaires et secondaires ; le primaire est alimenté sous des tensions de valeur efficace $\frac{V}{m}$ par enroulement (où V est la valeur efficace des tensions secondaires par enroulement et m le rapport n_2/n_1) et les courants primaires ont pour intensité efficace :

$$I_{pief} = m.I_{sief} \text{(relation établie au §III.B.II.2.d)}$$

La puissance apparente développée au primaire s'écrit alors :

$$S_p = q.\frac{V}{m}.m.I_{sief} = q.V.I_{sief} = S_s$$

(si S_s est la puissance apparente secondaire). D'où, puisque la puissance active est celle développée aux bornes de la charge (le transformateur et les diodes sont supposés sans pertes) :

$$f_{pp} = \frac{P}{S_p} = \frac{P}{S_p} = f_{ps} \qquad \textit{(III.B.29)}$$

Ces montages ont donc même facteur de puissance primaire et secondaire. La valeur de f_{pp} est utilisée pour dimensionner les enroulements primaires. On choisira de préférence un montage conduisant à une valeur élevée de f_{pp}, afin de réduire la masse de cuivre primaire.

On pourrait aussi déterminer le facteur de puissance sur la ligne alimentant le primaire ; il peut être fonction du couplage du transformateur. Il permet éventuellement de choisir le couplage primaire qui conduit à la valeur minimale de l'intensité du courant en ligne.

Remarque : On note que les facteurs de puissance exprimés dans ce paragraphe ont souvent des valeurs faibles alors que la charge ne consomme aucune énergie réactive (même si elle est inductive ou en série avec une bobine de lissage)puisqu'elle est parcourue par un courant d'intensité rigoureusement constante et que transformateur et diodes sont supposés parfaits. On peut d'ailleurs aisément calculer la puissance réactive développée au secondaire du transformateur (ou au primaire) dans le cas général d'un courant de charge

non lissé ou perturbé par la commutation ; on continuera tout de même d'admettre que les f.e.m. secondaires (et tensions primaires) sont rigoureusement sinusoïdales. On peut donc écrire les f.e.m. secondaires :

$$v(t) = V.\sqrt{2}.\cos \omega t .$$

On a vu que le courant dans un enroulement secondaire a même période T que la tension ; il peut donc être décomposé en :

$$i_s(t) = I_{sio} + \sum_{k=1}^{\infty} I_{sk}\sqrt{2}.\cos(k\omega t - \phi_k) \quad (III.B.30)$$

où I_{sio} est la composante continue éventuelle de i_s (I_{sio} est nulle pour les montages PD ou S) et I_{sk} la valeur efficace de la composante sinusoïdale de pulsation $k\omega$ (dite composante harmonique de rang k).

On a montré au paragraphe I.A.II.1 qu'une puissance active ne peut être développée que par des tensions et intensité de même pulsation. Il en est de même de la puissance réactive et ces deux grandeurs s'écrivent donc :

$$P = q.V.I_{s1}.\cos(\phi_1) \quad (III.B.31)$$

$$Q = q.V.I_{s1}.\sin(\phi_1) \quad (III.B.32)$$

si q est le nombre d'enroulements secondaires.

On en déduit que :

$$P^2 + Q^2 = q^2.V^2.I^2_{s1} . \quad (III.B.33)$$

On sait par ailleurs que la puissance apparente s'exprime :

$$S = q.V.I_{sief} \qquad \text{d'où : } S^2 = q^2.V^2.I^2_{sief}$$

La valeur efficace de l'intensité du courant secondaire s'exprime :

$$I^2_{sief} = I^2_{sio} + \sum_{k=1}^{\infty} I^2_{sk} \quad (III.B.34)$$

et il vient :

$$S^2 = q^2.V^2.I^2_{sio} + q^2.V^2.I^2_{s1} + \sum_{k=2}^{\infty} q^2.V^2.I^2_{sk} . \quad (III.B.35)$$

D'où, en comparant avec *(III.B.33)*

$$S^2 = P^2 + Q^2 + q^2.V^2.I^2_{sio} + \sum_{k=2}^{\infty} q^2.V^2.I^2_{sk} \geq P^2 + Q^2 .$$

On voit que la puissance apparente S définie à partir des valeurs efficaces de v(t) et de $i_s(t)$ ne dépend plus seulement des valeurs P et Q des puissances active et réactive. On attribue à la déformation subie par $i_s(t)$ du fait du redressement (i_s n'est pas sinusoïdale) l'écart observé entre

S^2 et $P^2 + Q^2$ et on nomme *puissance déformante* la grandeur D (qui a la dimension d'une puissance et s'exprime donc en VA) telle que :

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad . \qquad (III.B.36)$$

On comprend alors que le facteur de puissance :

$$f_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}} \qquad (III.B.37)$$

puisse être faible sans que pour autant le montage consomme de la puissance réactive (conclusion qui s'imposerait en régime sinusoïdal).

La grandeur D rend compte de la forme de $i_s(t)$ ou plus exactement de l'écart entre $i_s(t)$ et une fonction sinusoïdale du temps. On vérifie facilement sur les exemples numériques du § III.B.II.3 que le facteur de puissance est d'autant meilleur (et donc D plus faible) que la forme de $i_s(t)$ est plus voisine d'une sinusoïde.

On peut aussi caractériser un montage par son facteur de déformation ν, rapport du facteur de puissance f_p au facteur de puissance de l'onde fondamentale de pulsation ω, $\cos\phi_1$:

$$\nu = \frac{f_p}{\cos\phi_1} = \frac{P}{S}\cdot\frac{S_1}{P} = \frac{S_1}{S} = \frac{q.V.I_{s1}}{q.V.I_{sief}} = \frac{I_{s1}}{I_{sief}} = \frac{I_{s1}}{\sqrt{I_{sio}^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{sk}^2}} \quad . \qquad (III.B.38)$$

La valeur de ν est d'autant plus faible que $i_s(t)$ est plus déformée ; elle prend la valeur unité pour une intensité sinusoïdale.

III.B.II.4 TENSION INVERSE MAXIMALE AUX BORNES D'UNE DIODE

Le choix des composants d'un montage redresseur nécessite aussi la connaissance de la valeur maximale de la tension inverse appliquée à chaque diode (cf.ch.III.A.II). On va s'aider des courbes $u_d(t)$ établies au ch.III.B.I pour évaluer ces valeurs maximales.

- *Montages parallèle :* Si on note V la valeur efficace des tensions secondaires par enroulement, les fig. III.B.2 et III.B.4 montrent

  que la valeur maximale de la tension inverse vaut :
  - pour P3 : $U_{iio} = U\sqrt{2} = V\sqrt{6}$
  - pour P6 : $U_{iio} = 2.V\sqrt{2} = V\sqrt{8}$.

On voit que dans tous les cas cette valeur est l'amplitude maximale de la plus grande tension composée secondaire. D'où, dans le cas général :

- pour q impair: $U_{iio} = 2.V\sqrt{2}.\cos\frac{\pi}{2q}$. (III.B.39)
- pour q pair : $U_{iio} = 2.V\sqrt{2}$. (III.B.40)

On exprime généralement ces grandeurs en fonction de la valeur moyenne de la tension redressée :

$$U_{dio} = \frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p} = \frac{q\sqrt{2}}{\pi}.V.\sin\frac{\pi}{q}$$

car en montage parallèle $p = q$ et $U_{dM} = V\sqrt{2}$.

D'où :

- pour q impair : $U_{iio} = \frac{2\pi}{q}.\frac{\cos\frac{\pi}{2q}}{\sin\frac{\pi}{q}}.U_{dio}$ *(III.B.41)*
- pour q pair : $U_{iio} = \frac{2.\pi}{q.\sin\frac{\pi}{q}}.U_{dio}$. *(III.B.42)*

- *Montages parallèle double ou série :* On vérifie facilement sur les fig.III.B.6 et III.B.8 que la nature même de ces montages impose aux diodes de supporter en inverse la valeur maximale de la tension redressée :

$$U_{iio} = U_{dM}.$$

Cette valeur est aussi l'amplitude maximale de la plus grande tension composée secondaire. On peut l'exprimer en fonction de U_{dio} dont on sait que :

$$U_{dio} = \frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p}. \qquad \textit{(cf. III.B.1)}$$

D'où :

$$U_{iio} = U_{dM} = \frac{\pi}{p.\sin\frac{\pi}{p}}.U_{dio}. \qquad \textit{(III.B.43)}$$

APPLICATIONS

- *Montage PD3 : p=6* $U_{dM} = U\sqrt{2} = V\sqrt{6} = 2,45.V$

  $U_{iio} = 2,45.V = 1,047.U_{dio}$

- *Montage S3 : p=6* $U_{dM} = V\sqrt{2} = 1,41.V$

  $U_{iio} = 1,41.V = 1,047.U_{dio}$.

ANNEXE 1. REDRESSEMENT MONOPHASÉ

Les résultats généraux établis à partir de l'étude qualitative des montages triphasés ne s'appliquent pas toujours aux dispositifs monophasés. On étudiera ici les particularités de ces derniers.

1.Redressement monophasé monoalternance

On l'obtient au moyen du montage de la fig. III.B.21. On voit que si la charge est une résistance pure R et si la tension à redresser est de la forme : $v(t) = V\sqrt{2}.\sin\omega t$

le fonctionnement du dispositif au cours d'une période se décompose en :

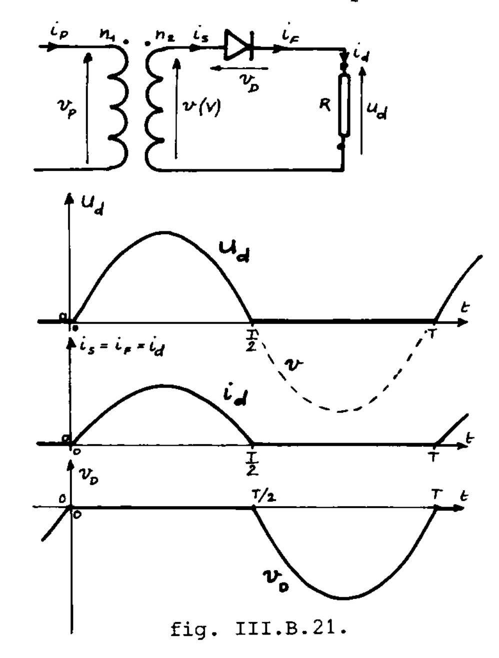


fig. III.B.21.

- de $t = 0$ à $t = \frac{T}{2}$ la diode conduit :

$$v_D = 0 \qquad u_d = v = V\sqrt{2}.\sin \omega t$$

$$i_s = i_F = i_d = \frac{u_d}{R} = \frac{V\sqrt{2}}{R}.\sin \omega t$$

- de $t = \frac{T}{2}$ à $t = T$ la diode est bloquée :

$$i_s = i_F = i_d = 0 \qquad u_d = 0$$

$$v_D = v = V\sqrt{2}.\sin \omega t .$$

D'où les courbes $u_d(t)$, $i_d(t)$ et $v_D(t)$. On en déduit les valeurs caractéristiques des tensions et courants de ce montage :

- valeur moyenne de la tension redressée :

$$U_{dio} = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} V\sqrt{2}\ \sin \omega t.\ dt = \frac{V\sqrt{2}}{T}.\left[\frac{-\cos \omega t}{\omega}\right]_0^{T/2} = \frac{2.V\sqrt{2}}{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\pi}.V = 0,45.V$$

- Valeur efficace de u_d :

$$U_{dief} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2} 2V^2.\sin^2\omega t.dt} = \frac{V}{\sqrt{2}} = 0,707.V$$

- Facteur de forme de la tension :

$$F = \frac{U_{dief}}{U_{dio}} = \frac{\pi}{2} = 1,57$$

- Valeur moyenne de l'intensité des courants :

$$I_{dio} = I_{Fio} = I_{sio} = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} \frac{V\sqrt{2}}{R}.\sin \omega t.dt = \frac{U_{dio}}{R} = \frac{\sqrt{2}}{\pi R}.V$$

- Valeur efficace de l'intensité des courants :

$$I_{dief} = I_{Fief} = I_{sief} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2} \frac{2V^2}{R^2}.\sin^2 \omega t.dt} = \frac{U_{dief}}{R} = \frac{V}{R\sqrt{2}}.$$

D'où :

$$\frac{I_{sief}}{I_{dio}} = \frac{I_{Fief}}{I_{dio}} = \frac{\pi}{2} = 1,57 .$$

- Puissance active absorbée par la charge (résistance pure)

$$P = R.I^2_{dief} = \frac{1}{R}.U^2_{dief} = \frac{V^2}{2R}$$

- Puissance apparente développée au secondaire :

$$S_s = V.I_{sief} = \frac{V^2}{R\sqrt{2}}$$

- Facteur de puissance secondaire :

$$f_{ps} = \frac{P}{S_s} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$$

- Valeur efficace de l'intensité du courant primaire :

L'intensité i_s du courant secondaire comporte une composante continue I_{sio}. On a vu (§ III.B.II.2.d) que dans ces conditions l'intensité du courant primaire du transformateur de rapport $m = n_2/n_1$ s'écrit : $i_p = m(i_s - I_{sio})$.

D'où :

- pour t compris entre 0 et $\frac{T}{2}$:

$$i_p = m.\left(\frac{V\sqrt{2}}{R}.\sin\omega t - \frac{V\sqrt{2}}{\pi R}\right) = \frac{m.V\sqrt{2}}{R}\left(\sin\omega t - \frac{1}{\pi}\right)$$

- pour t compris entre $\frac{T}{2}$ et T :

$$i_p = -m.I_{sio} = -\frac{m.V\sqrt{2}}{\pi R}.$$

D'où :

$$I_{pief} = \frac{m.V\sqrt{2}}{R}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2}\left(\sin\omega t - \frac{1}{\pi}\right)^2.dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}\left(\frac{1}{\pi}\right)^2.dt}$$

$$I_{pief} = \frac{m.V\sqrt{2}}{R}.\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}} = 0{,}545.m.\frac{V}{R}$$

$$\frac{I_{pief}}{I_{dio}} = m.\pi.\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}} = 1{,}21.m$$

- Puissance apparente développée au primaire :

$$S_p = V_p.I_{pief} = \frac{V}{m}.\frac{m.V\sqrt{2}}{R}\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}} = \frac{V^2}{R}\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi^2}}$$

- Facteur de puissance primaire :

$$f_{pp} = \frac{P}{S_p} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi^2}}} = 0{,}917$$

- Valeur maximale de la tension inverse aux bornes de la diode :

$$U_{iio} = V\sqrt{2} = \pi.U_{dio}.$$

Les résultats précédents ne s'appliquent plus au cas où la charge ne serait plus purement résistante. Les performances du montage sont alors fonction de la nature de cette charge et les calculs sont plus compliqués. On étudiera plus loin le cas des charges inductives ou munies d'une f.e.m. interne.

Le montage redresseur monophasé monoalternance ne peut être classé parmi les autres car il est dépourvu de commutation. La diode unique s'enclenche et se déclenche "naturellement" en fonction de la tension du réseau (et éventuellement de la f.e.m. de la charge) mais ne commute pas avec un autre composant.

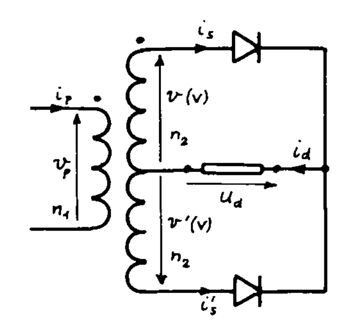


Fig.III.B.22

2. Redressement monophasé double-alternance

Il est obtenu au moyen du montage de la fig. III.B.22. Bien que les tensions v(t) et v'(t), en opposition de phase, ne forment pas ce qu'il est habituellement convenu de nommer système biphasé, les performances de ce montage sont celles d'un dispositif parallèle P2 de tensions simples secondaires v(t) et v'(t) ; on a alors $p = q = 2$ et $U_{dM} = V\sqrt{2}$ (si V est la tension efficace de v et v').

Les grandeurs numériques caractéristiques de ce montage sont indiquées en annexe 3.

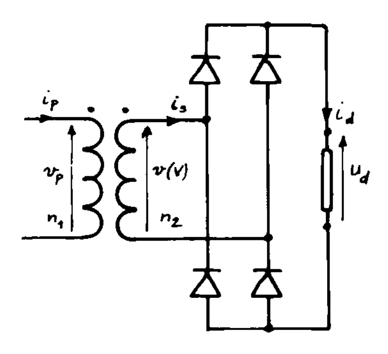


Fig.III.B.23

3. Redressement monophasé en pont de Graetz

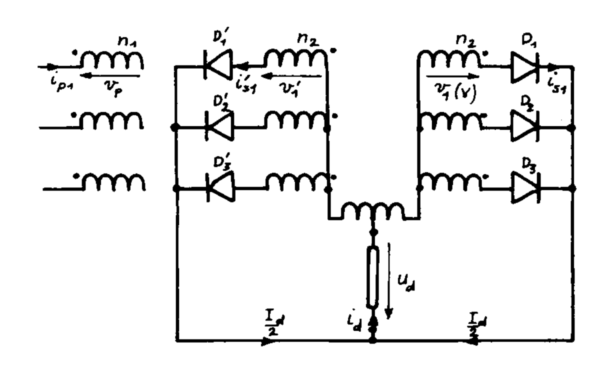
Le montage de la fig.III.B.23 permet aussi de redresser les deux alternances d'une tension monophasée. Il évite d'utiliser un transformateur à point milieu mais emploie quatre diodes. Ces performances sont celles d'un dispositif parallèle double PD2 et se calculent à partir de :

$p = 2$, $q = 2$, $U_{dM} = V\sqrt{2}$ (si V est la valeur efficace de la tension secondaire. Elles sont indiquées dans le tableau de l'annexe 3 .

ANNEXE 2. REDRESSEMENT DOUBLE ÉTOILE A BOBINE MÉDIATRICE

Le fonctionnement de ce redresseur, qui présente deux commutateurs disposés en parallèle aux bornes de la charge, ne peut être envisagé au moyen des formules établies dans ce chapitre puisque nous nous sommes limités (au moins pour l'étude des courants et des facteurs de puissance) aux montages dans lesquels un seul commutateur débite dans la charge.

Nous allons analyser ce redresseur dans le cas d'un courant de charge parfaitement continu d'intensité I_d, chaque commutateur débitant aussi un courant parfaitement lissé d'intensité $\frac{1}{2}.I_d$. On suppose toujours le transformateur et les diodes parfaits et les tensions secondaires par enroulement rigoureusement sinusoïdales et de valeur efficace V. La fig. III.B.24 rappelle le montage et l'allure des courants dans les diodes (et donc dans les enroulements secondaires.)



L'étude qualitative réalisée au paragraphe III.B.I.4.b, a montré que ce montage est caractérisé par :

$$p = 6, \ q = 3 \ , \ U_{dM} = V\sqrt{2}.\cos\frac{\omega T}{12} \ .$$

Soit encore :

$$U_{dM} = V\sqrt{\frac{3}{2}} = 1,225.V \ .$$

On en déduit la valeur moyenne de u_d :

$$U_{dio} = \frac{p}{\pi} . U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}}.V$$

$$U_{dio} = 1,17.V \ .$$

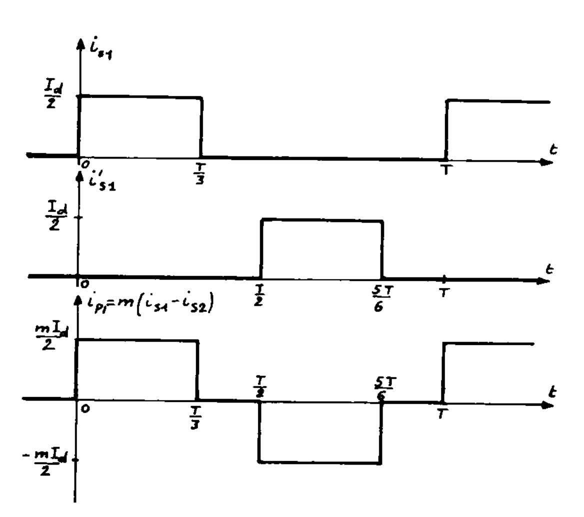


Fig.III.B.24

Chaque enroulement secondaire est parcouru par $\frac{1}{2}.I_d$ pendant $\frac{T}{3}$ (car $q=3$) ; d'où la valeur efficace de i_s :

$$I_{sief} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/3} \left(\frac{I_d}{2}\right)^2 .dt} = \frac{I_d}{2\sqrt{3}} \quad .$$

$$I_{sief} = 0{,}289.I_d \quad .$$

D'où la puissance apparente secondaire :

$$S_s = 6.V.I_{sief} = \sqrt{3}.V.I_d \quad .$$

La puissance active s'écrit :

$$P = U_{dio}.I_d = \frac{3\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}}.V.I_d \quad .$$

On en déduit la valeur du facteur de puissance :

$$f_{ps} = \frac{P}{S_s} = \frac{3}{\pi\sqrt{2}} = 0{,}675 \quad .$$

Il est évident que la f.m.m. secondaire $n_2.(i_{s1} - i'_{s1})$ a une valeur moyenne nulle (car i_{s1} et i'_{s1} ont même valeur moyenne $I_{sio} = (1/6).I_d$).

L'intensité du courant dans un enroulement primaire s'exprime donc :

$$i_{p1} = m.(i_{s1} - i'_{s1}) \qquad \text{où} \qquad m = \frac{n_2}{n_1} \quad .$$

D'où l'allure de $i_{p1}(t)$, représentée en III.B.24, et sa valeur efficace :

$$I_{pief} = m\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/3} \left(\frac{I_d}{2}\right)^2 .dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{5T/6} \left(-\frac{I_d}{2}\right)^2 .dt} = \frac{m.I_d}{\sqrt{6}} = 0{,}408.m.I_d \quad .$$

La puissance apparente primaire s'exprime donc :

$$S_p = 3.V_p.I_{pief} = 3.\frac{V}{m}.\frac{m}{\sqrt{6}}.I_d = \sqrt{\frac{3}{2}}.V.I_d$$

et le facteur de puissance primaire vaut :

$$f_{pp} = \frac{P}{S_p} = \frac{3}{\pi} = 0{,}955 \quad .$$

Puisque nous avons supposé que chaque commutateur délivre un courant rigoureusement continu on peut les considérer comme deux montages P3 et la valeur maximale de la tension inverse appliquée à une diode vaut :

$$U_{iio} = V\sqrt{6} = 2{,}45.V \quad .$$

Comme : $U_{dio} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}}.V$ on peut écrire : $U_{iio} = \frac{2\pi}{3}.U_{dio} = 2{,}09.U_{dio}$.

ANNEXE 3. VALEURS NUMERIQUES CARACTERISTIQUES DE QUELQUES REDRESSEURS

(exprimées à I_d = Cte , sauf pour le premier montage)

p	q	$\frac{U_{dM}}{V}$	$\frac{U_{dio}}{V}$	$\frac{U_{dief}}{V}$	F_u	$\frac{U_{iio}}{U_{dio}}$	$\frac{U_{iio}}{V}$	$\frac{I_{FM}}{I_d}$	$\frac{I_{Fief}}{I_d}$	$\frac{I_{sief}}{I_d}$	f_{ps}	$\frac{I_{pief}}{I_d \cdot m}$	f_{pp}
1	1	1,41	0,45	0,707	1,57	3,14	1,41	1	1,57	1,57	0,707	1,21	0,92
2 P2	2	1,41	0,90	1	1,11	3,14	2,83	1	0,707	0,707	0,64	1	0,90
2 PD2	2	1,41	0,90	1	1,11	1,57	1,41	1	0,707	1	0,90	1	0,90
3 P3	3	1,41	1,17	1,19	1,02	2,09	2,45	1	0,58	0,58	0,675	0,47	0,83

U_{dM} = valeur maximale de u_d

U_{dio} = valeur moyenne de u_d

U_{dief} = valeur efficace de u_d

F_u = facteur de forme de u_d

U_{iio} = valeur maximale de la tension inverse d'une diode

V = tension efficace d'un enroulement secondaire

$m = n_2/n_1$ u = tension redressée

I_{FM} = intensité maximale du courant dans une diode

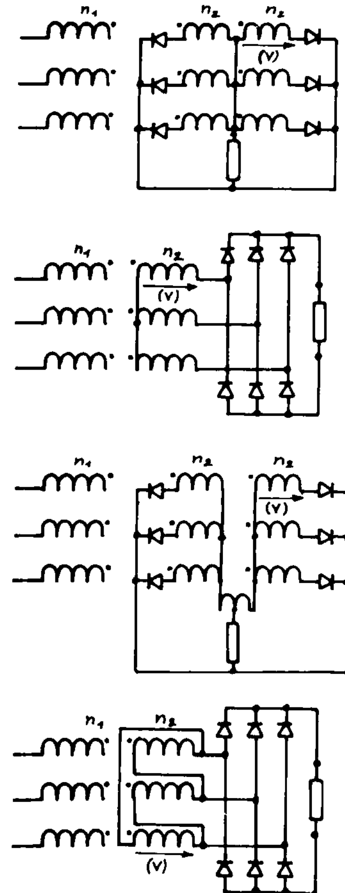
I_{Fief} = intensité efficace du courant dans une diode

I_{sief} = intensité efficace du courant dans un enroulement secondaire

I_{pief} = intensité efficace du courant dans un enroulement primaire

I_d = intensité du courant de charge

f_{ps}, f_{pp} = facteurs de puissance des enroulements secondaires et primaires.



	p	q	$\frac{U_{dM}}{V}$	$\frac{U_{dio}}{V}$	$\frac{U_{dief}}{V}$	F_u	$\frac{U_{iio}}{U_{dio}}$	$\frac{U_{iio}}{V}$	$\frac{I_{FM}}{I_d}$	$\frac{I_{Fief}}{I_d}$	$\frac{I_{sief}}{I_d}$	f_{ps}	$\frac{I_{pief}}{m.I_d}$	f_{pp}
P6	6	6	1,41	1,35	1,35	1,00	2,09	2,83	1	0,41	0,41	0,55	0,58	0,78
PD3	6	3	2,45	2,34	2,34	1,00	1,05	2,45	1	0,58	0,82	0,955	0,82	0,955
	6	3	1,22	1,17	1,17	1,00	2,09	2,45	0,5	0,29	0,29	0,675	0,41	0,955
S3	6	3	1,41	1,35	1,35	1,00	1,05	1,41	1	0,58	0,47	0,955	0,47	0,955

III.B.III PROBLÈMES POSÉS PAR LES REDRESSEURS RÉELS

III.B.III.1 COMMUTATION DES DIODES

Nous avons jusqu'ici supposé parfaits tous les éléments du redresseur et en particulier le transformateur. En réalité, les enroulements primaires et secondaires du transformateur (et éventuellement la ligne connectée en amont) présentent des inductances de fuites ; en conséquence, l'intensité du courant ne peut varier de façon discontinue dans ces éléments et la commutation des diodes ne peut être instantanée : l'intensité du courant dans la diode qui s'éteint ne peut passer instantanément de I_d à zéro tandis que celle de la diode qui s'enclenche passe de 0 à I_d .Etudions l'influence de ce phénomène sur la tension redressée u_d .

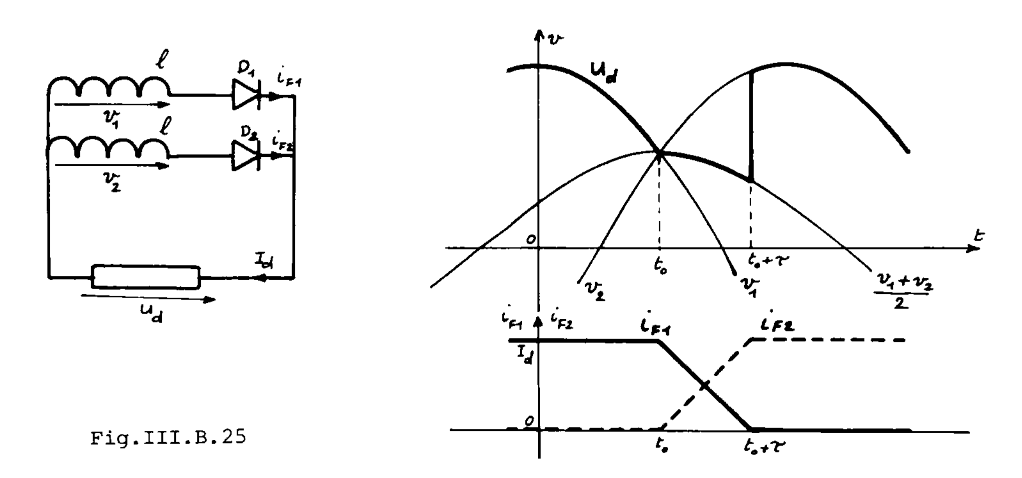


Fig.III.B.25

Nous allons considérer la commutation entre deux diodes d'un commutateur parallèle. Supposons constante l'intensité I_d du courant de charge et nommons ℓ l'inductance totale de fuites ramenée au secondaire du transformateur.

A l'instant t_o où $v_1(t) = v_2(t)$ les diodes commutent : l'intensité i_{F2} du courant dans D_2 cesse d'être nulle et commence à augmenter. i_{F2} prend la valeur I_d à l'instant $t_o + \tau$ où cesse la commutation ; simultanément, l'intensité i_{F1} du courant dans D_1 est passée de I_d à l'instant t_o à 0 à l'instant $t_o + \tau$. Pendant la durée τ les deux diodes sont simultanément conductrices ; c'est le phénomène d'*empiétement* (la diode D_1 reste enclenchée au-delà de la limite idéale de conduction et empiète sur la région de conduction de D_2 . Pendant la durée de l'empiétement la tension redressée doit satisfaire à (loi des mailles) :

$$u_d = v_1 - \ell.\frac{d}{dt}(i_{F1}) = v_2 - \ell.\frac{d}{dt}(i_{F2}) \ .$$

Le courant de charge est supposé d'intensité constante, ce qui impose :

$$i_{F1} + i_{F2} = I_d = Cte, \quad \frac{d}{dt}(i_{F1}) + \frac{d}{dt}(i_{F2}) = 0 \ .$$

D'où :

$$u_d = v_1 - \ell.\frac{d}{dt}(i_{F1}) = v_2 + \ell.\frac{d}{dt}(i_{F1}) = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad (III.B.44)$$

Pendant la durée de l'empiétement la tension redressée vaut donc $\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ au lieu de v_2 dans le cas idéal. Au-delà de l'instant $t_o + \tau$, on a :

$$i_{F1} = 0 \ , \quad i_{F2} = I_d = Cte \ , \quad u_d = v_2 - \ell.\frac{d}{dt}(i_{F2}) = v_2 .$$

D'où l'allure de $u_d(t)$ représentée sur la fig. III.B.25 . Si la commutation était instantanée la tension redressée u_d vaudrait v_2 au-delà de l'instant t_o ; l'empiétement se traduit donc par une chute de tension instantanée :

$$\Delta u_d = u_{di} - u_d = v_2 - \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$

et on peut exprimer la tension redressée durant l'empiétement par :

$$u_d = u_{di} - \Delta u_d = v_2 - \frac{1}{2}(v_2 - v_1) \ .$$

Si le commutateur comprend q diodes, la période de u_d est égale à $\frac{T}{q}$ (où T est la période des tensions v_1 et v_2) et la valeur moyenne de u_d vaut :

$$U_{do} = \frac{1}{\frac{T}{q}} \cdot \left| \int_{t_o}^{t_o+\tau} (v_2 - \frac{1}{2}(v_2 - v_1))dt + \int_{t_o+\tau}^{t_o+T/q} v_2 dt \right| .$$

$$U_{do} = \frac{q}{T} \cdot \int_{t_o}^{t_o+T/q} v_2 \, dt - \frac{q}{T} \int_{t_o}^{t_o+\tau} \frac{1}{2}(v_2 - v_1) dt = U_{dio} - \Delta U_d \ .$$

On peut calculer la chute de tension moyenne ΔU_d en remarquant que, pendant la commutation :

$$v_2 = u_d + \ell . \frac{d}{dt}(i_{F2})$$

$$v_1 = u_d + \ell . \frac{d}{dt}(i_{F1}) = u_d - \ell . \frac{d}{dt}(i_{F2})$$

car :

$$\frac{d}{dt}(i_{F1}) = - \frac{d}{dt}(i_{F2})$$

D'où :

$$\Delta u_d = \frac{1}{2}(v_2 - v_1) = \ell \ . \frac{d}{dt}(i_{F2})$$

et :

$$\Delta U_d = \frac{q}{T} . \int_{t_o}^{t_o+\tau} \frac{1}{2}(v_2 - v_1) dt = \frac{q}{T} . \int_{t_o}^{t_o+\tau} \ell . \frac{d}{dt}(i_{F2}) dt = \frac{q}{T} . \int_0^{I_d} \ell . di_{F2} = \frac{q}{T} . \ell . I_d$$

$$\Delta U_d = \frac{1}{T} . q . \ell . I_d = \frac{\ell \omega}{2\pi} . q . I_d \ . \qquad (III.B.45)$$

On voit que la chute de tension moyenne en charge est d'autant plus grande que l'inductance de fuites ramenée au secondaire est plus importante, l'indice de commmutation plus élevé et l'intensité du courant à commuter plus grande.

La valeur moyenne de la tension redressée s'exprimera donc :

$$U_{do} = U_{dio} - \Delta U_d = U_{dio} - \frac{\ell\omega}{2\pi} \cdot q . I_d \qquad (III.B.46)$$

où U_{dio} est la valeur moyenne idéale définie au chapitre précédent et ω la pulsation des tensions alternatives à redresser.

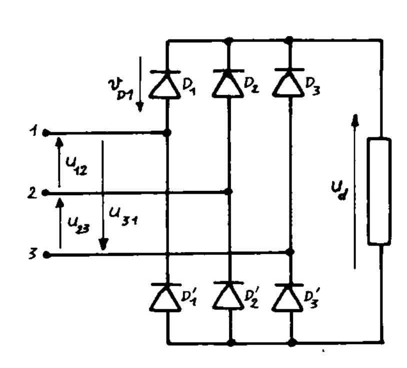


Fig.III.B.26

Ces résultats peuvent être rapidement généralisés au cas d'un redresseur quelconque. La chute de tension est proportionnelle au nombre de commutations par période, c'est-à-dire à l'indice de pulsation p :

$$U_{do} = U_{dio} - \frac{\ell\omega}{2\pi} \cdot p . I_d \; .$$

La fig. III.B.27 explicite le fonctionnement du montage redresseur en pont de la fig. III.B.26 (PD3 ou S3 suivant le couplage secondaire du transformateur) : elle indique l'allure de $u_d(t)$, l'état de fonctionnement des diodes et l'évolution de la tension aux bornes d'une diode.

On peut calculer la durée τ de l'empiètement en remarquant que les relations :

$$u_d = v_2 - \ell \cdot \frac{d}{dt}(i_{F2}) = v_1 - \ell \cdot \frac{d}{dt}(i_{F1}) = v_1 + \ell . \frac{d}{dt}(i_{F2})$$

impliquent que :

$$2 \ell . \frac{d}{dt}(i_{F2}) = v_2 - v_1 = u_{21} = U\sqrt{2} . \sin(\omega t - \omega t_o)$$

(où U est la valeur efficace de la tension appliquée entre les anodes des deux diodes qui commutent) ; d'où la forme de $i_{F2}(t)$:

$$i_{F2} = - \frac{U\sqrt{2}}{2\ell\omega} . \cos(\omega t - \omega t_o) + Cte \; .$$

A l'instant $t = t_o$, début de la commutation, l'intensité i_{F2} est nulle, ce qui nous permet de déterminer la constante d'intégration :

$$Cte = \frac{1}{2\ell\omega} . U\sqrt{2} \; .$$

D'où :

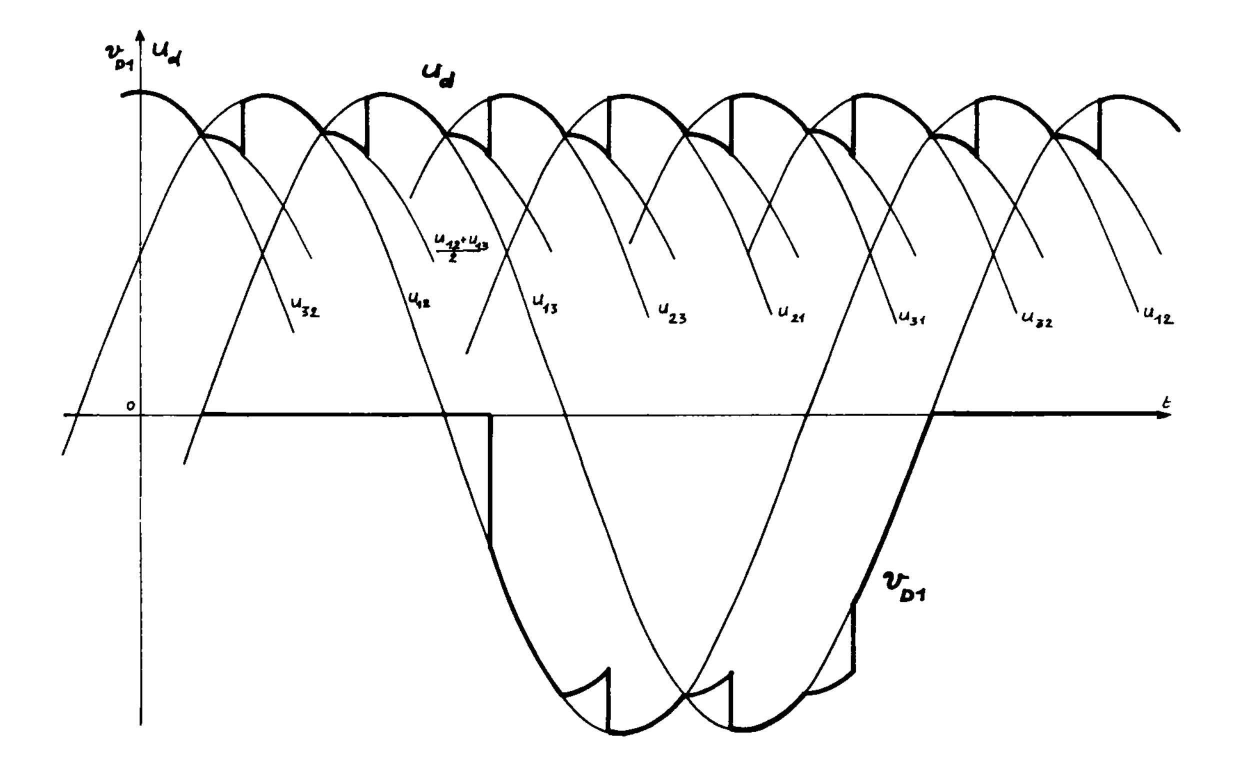
$$i_{F2} = \frac{U\sqrt{2}}{2\ell\omega} . (1 - \cos(\omega t - \omega t_o)) . \qquad (III.B.47)$$

On en déduit l'instant $t_o + \tau$ qui définit la fin de l'empiétement et auquel i_{F2} prend la valeur I_d :

$$I_d = \frac{U\sqrt{2}}{2\ell\omega}\,(1 - \cos\omega\tau)\ .$$

D'où :

$$\tau = \frac{1}{\omega}\,.\,\mathrm{Arccos}\left(1 - \frac{2\ell\omega}{U\sqrt{2}}.I_d\right) = \frac{T}{2\pi}.\mathrm{Arccos}\left(1 - \frac{\sqrt{2}\ell\omega}{U}.I_d\right) \quad (III.B.48)$$



D_1	0	1	1	0	0	0	0	1	1								
D_2	0	0	0	1	1	0	0	0	0								
D_3	1	0	0	0	0	1	1	0	0								
D'_1	0	0	0	0	1	1	0	0	0								
D'_2	1	1	0	0	0	0	1	1	0								
D'_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1								
u_d	u_{32}		u_{12}		u_{13}		u_{23}		u_{21}		u_{31}		u_{32}		u_{12}		u_{13}
v_{D1}		0	0	u_{12}	$-u_d$	u_{13}	0	0									

Fig.III.B.27

La durée de l'empiétement est donc d'autant plus grande que l'intensité du courant à commuter est plus importante et que l'inductance de fuites est plus élevée ; elle diminue lorsque la tension composée qui provoque la commutation augmente.

III.B.III.2 CHUTE DE TENSION EN CHARGE

a. Chute de tension due à l'empiètement

On vient d'établir que le phénomène d'empiètement qui apparaît lors de la commutation provoque une chute de tension :

$$\Delta U_d = \frac{\ell\omega}{2\pi} . p . I_d .$$

b. Chute de tension due aux diodes

On sait qu'une diode enclenchée présente une chute de tension :

$$V_d = V_{(T0)} + r_f . I_F$$

lorsqu'elle est parcourue par un courant direct d'intensité I_F. Connaissant le nombre de diodes disposées en série et simultanément conductrices et l'intensité du courant de charge,on pourra donc calculer la chute de tension due à ces composants.

c. Chute de tension due aux enroulements

Les enroulements du transformateur provoquent une chute de tension continue du fait de leurs résistances propres (que l'on peut ramener au secondaire). De même, une bobine de lissage disposée en série avec la charge va provoquer, du fait de sa résistance, une chute de tension que l'on peut calculer en fonction de I_d.

En définitive, la valeur moyenne de la tension en charge s'écrit :

$$U_{do} = U_{dio} - \frac{\ell\omega}{2\pi} . p . I_d - N . (V_{(T0)} + r_f . I_F) - R_s . I_s - R_L . I_d \qquad (III.B.48)$$

où N est le nombre de diodes en série dans la maille de la charge, I_F l'intensité du courant dans une diode passante, I_s l'intensité du courant dans un enroulement secondaire et R_L la résistance de la bobine de lissage éventuelle.

III.B.III.3 CHOIX ET COUPLAGE DU TRANSFORMATEUR

On a établi au chapitre III.B.II les différentes grandeurs caractéristiques d'un redresseur. Compte tenu de la tension continue U_{do} à réaliser on peut donc calculer les tensions secondaires V (ou U entre phases) du transformateur et son rapport de transformation (connaissant les tensions du réseau d'alimentation). L'intensité du courant nominal de charge permet alors de déterminer les valeurs efficaces des courants secondaires et primaires (ou les facteurs de puissance f_{ps} et f_{pp}) ;

d'où les sections des conducteurs de ces enroulements. Ces calculs supposent choisis un montage redresseur et un mode de couplage du transformateur ; le montage redresseur sera choisi en fonction des performances recherchées (ondulation, facteur de puissance) ou du coût de réalisation. Etudions ici dans quelle mesure le choix du montage influe sur le couplage primaire du transformateur.

a. Redresseurs en pont (exemples : S3 et PD3)

L'étude des courants secondaires qui apparaissent dans ces dispositifs (cf.§ III.B.II.2) a montré que leur valeur moyenne est nulle. On montrerait facilement que leur somme instantanée est aussi nulle, soit, en triphasé :

$$i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0\ .$$

Il résulte de ces propriétés que le circuit magnétique n'est pas imposé (il peut être à flux liés puisque la f.m.m. totale secondaire est nulle) ; chaque colonne se comportera comme un transformateur monophasé indépendant et les courants primaires auront pour intensité :

$$i_{pk} = m.i_{sk} \qquad \text{où} \quad k = 1,2,3 \quad \text{(dans le cas triphasé).}$$

Il en découle que la somme des intensités primaires instantanées est nulle ; les enroulements primaires peuvent être indifféremment couplés en étoile ou en triangle.

b. Redresseurs à commutation parallèle

Nous allons envisager quelques exemples pour analyser les problèmes posés par ce mode de redressement.

∇ *Montage P3 Yy_n à flux indépendants* (transformateur cuirassé ou trois transformateurs monophasés). On a représenté le schéma d'un tel montage sur la fig. III.B.28. Si on néglige l'intensité des courants primaires magnétisants et la réluctance des circuits, on peut écrire pour chaque "phase" :

$$n_1 . i_{pk} = n_2 . (i_{sk} - I_{sio})$$

où I_{sio} est la valeur moyenne des intensités des courants secondaires (I_{sio} provoque un flux continu qui n'a pas d'effet sur le primaire, sauf d'augmenter l'intensité du courant magnétisant, ici négligé, en saturant le circuit).

On en déduit l'intensité d'un courant primaire :

$$i_{pk} = m.(i_{sk} - I_{sio})$$

et :

$$\sum_{k=1}^{3} i_{pk} = m.\sum_{k=1}^{3} i_{sk} - 3.m.I_{sio} = m.i_d - 3.m.I_{sio} .$$

Si le courant de charge est parfaitement lissé, on a :

$$i_d = I_d = Cte \qquad \text{et} \qquad I_{sio} = \frac{1}{3}.I_d ,$$

d'où :

$$\sum_{k=1}^{3} i_{pk} = 0 .$$

Le primaire peut alors être connecté en étoile sans neutre. Mais s'il reste une ondulation sur i_d elle provoque une composante "homopolaire" des courants primaires (puisque leur somme n'est plus nulle, et en étendant audacieusement la notion de composante homopolaire aux régimes non sinusoïdaux) qui n'est pas compatible avec un montage étoile sans neutre. On a montré (ch. II.C.II) qu'un tel fonctionnement peut conduire à des perturbations côté flux et tensions.

Une étude analogue du montage P6 montrerait une impossibilité d'adopter un couplage étoile sans neutre(la somme des intensités des courants primaires est non nulle) ; un tel couplage imposerait la conduction simultanée de deux diodes (ce qui conduirait à un fonctionnement analogue à celui observé en double étoile à bobine médiatrice).

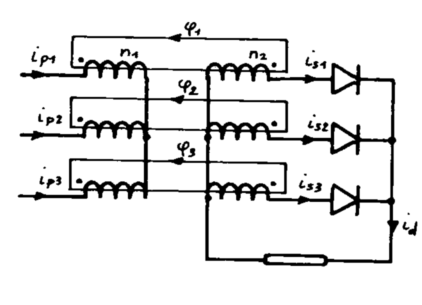


Fig.III.B.28

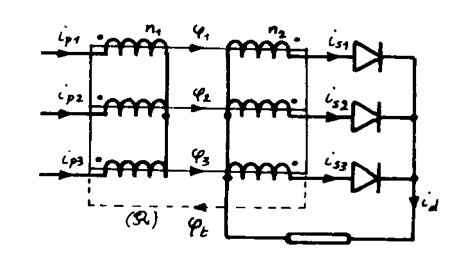


Fig.III.B.29

∇ *Montage P3 Yy_n à flux liés* :(transformateur à trois colonnes)

Si on note $\mathcal{R}$ la réluctance du circuit emprunté par le flux total:

$$\phi_t = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

et si on néglige la chute de f.m.m. due aux colonnes, on peut écrire :

$$\mathcal{R}.\phi_t = n_1.i_{p1} - n_2.i_{s1}$$

$$\mathcal{R}.\phi_t = n_1.i_{p2} - n_2.i_{s2}$$

$$\mathcal{R}.\phi_t = n_1.i_{p3} - n_2.i_{s3}$$

D'où : $$\mathcal{R}.\phi_t = \frac{n_1}{3}.(i_{p1}+i_{p2}+i_{p3}) - \frac{n_2}{3}.i_d$$

car : $$i_d = i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} .$$

Si le primaire est couplé en étoile sans neutre la somme des i_{pk} est nulle et :

$$n_1.i_{p1} = \mathcal{R}.\phi_t + n_2.i_{s1} = -\frac{n_2}{3}.i_d + n_2.i_{s1} = n_2(i_{s1} - \frac{1}{3}.i_d)$$

Si l'intensité du courant de charge est continue ($i_d = I_d$ = Cte) la f.m.m. de chaque colonne est constante ($n_1.i_{p1} - n_2.i_{s1} = -\frac{1}{3}.i_d.n_2$) et le flux variable est forcé par les tensions d'alimentation (et les courants magnétisants que nous avons négligés.) Si i_d est ondulée, un flux variable se superpose au flux continu de chaque colonne ; il a la fréquence des ondulations de i_d et se referme à travers l'air et le châssis (ou la cuve) qui entoure le transformateur : il provoque des f.e.m. parasites et des pertes supplémentaires indésirables.

∇ *Montage P3 Dy_n à flux liés* : Le circuit ferromagnétique impose toujours les mêmes relations entre courants primaires et secondaires, et en particulier :

$$\mathcal{R}.\phi_t = n_1.i_{p1} - n_2.i_{s1}$$

mais désormais les flux des trois colonnes sont forcés par les tensions primaires, ce qui impose :

$$u_{12} = n_1.\frac{d}{dt}(\phi_1), u_{23} = n_1.\frac{d}{dt}(\phi_2)$$

$$u_{31} = n_1.\frac{d}{dt}(\phi_3) .$$

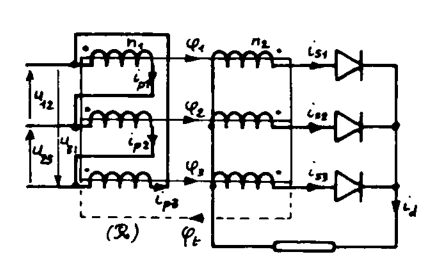


Fig.III.B.30

Le montage triangle au primaire conduit à :

$$u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0 \quad \text{d'où : } \phi_t = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = \text{Cte} .$$

La force magnéto-motrice de chaque colonne est donc constante :

$$n_1.i_{p1} - n_2.i_{s1} = \mathcal{R}.\Phi_t = \text{Cte}$$

et chaque colonne n'est parcourue que par le flux continu $\frac{1}{3}.\Phi_t$ dû à la valeur moyenne I_{sio} de i_s et par le flux alternatif créé par les tensions d'alimentation. Le couplage en triangle du primaire permet d'éliminer les flux alternatifs parasites dus à l'ondulation du courant de charge.

De la même façon, on montrerait qu'un montage redresseur P6 nécessite un couplage triangle au primaire. Ce résultat était prévisible puisque l'étude des transformateurs en régime déséquilibré a montré que Y_n et D permettent des fonctionnements à somme non nulle des intensités des courants primaires.

∇ *Montage P3 Yz$_n$ à flux liés :* Le calcul des f.m.m. développées sur chaque colonne conduit alors à :

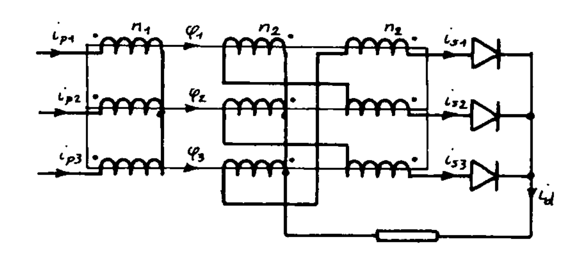


Fig.III.B.31

$$\mathcal{E}_1 = n_1 . i_{p1} - n_2 . i_{s1} + n_2 . i_{s2}$$

$$\mathcal{E}_2 = n_1 . i_{p2} - n_2 . i_{s2} + n_2 . i_{s3}$$

$$\mathcal{E}_3 = n_1 . i_{p3} - n_2 . i_{s3} + n_2 . i_{s1}$$

d'où :

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = n_1 . (i_{p1} + i_{p2} + i_{p3}) \quad .$$

Si les enroulements primaires sont couplés en étoile sans neutre il vient donc :

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = 0$$

ce qui signifie que les seuls flux présents dans les colonnes sont ceux forcés par les tensions primaires d'alimentation (on a négligé les courants magnétisants qui les créent). D'où la f.m.m. commune aux trois colonnes en parallèle :

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = \frac{1}{3} . (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3) = 0 \quad .$$

Les intensités des courants primaires s'expriment donc :

$$i_{p1} = \frac{1}{n_1} . (\mathcal{E}_1 + n_2 . i_{s1} - n_2 . i_{s2}) = \frac{n_2}{n_1} . (i_{s1} - i_{s2}) \quad .$$

Le couplage Yz permet donc de supprimer simultanément les flux alternatifs parasites dus à l'ondulation de i_d et la composante continue du flux due à la valeur moyenne non nulle de l'intensité des courants secondaires d'un redresseur parallèle. Ce couplage permet donc un redressement parallèle avec un transformateur fonctionnant comme dans un montage parallèle double ou série. On peut ainsi réaliser un redressement hexaphasé en disposant un double zigzag au secondaire : c'est le montage "à fourche" décrit au paragraphe III.B.I.4.a.

On peut résumer ainsi les observations de ce paragraphe :

- les redresseurs à pont (PD ou S) ou à secondaire en zigzag, en fourche ou en double-étoile ne conduisent à aucune modification de l'état magnétique du transformateur d'alimentation ; le primaire peut être indifféremment couplé en étoile (sans neutre) ou en triangle ;
- les redresseurs à commutation parallèle et secondaire en étoile provoquent parfois (P3) l'apparition d'un flux continu dans les colonnes du transformateur : ce flux augmente les pertes ferromagnétiques de ce dernier ainsi que l'intensité des courants magnétisants ; il est préférable de coupler le primaire en triangle (ou en étoile avec neutre) pour éliminer les composantes harmoniques de flux liées à l'ondulation du courant redressé (le couplage primaire D ou Y_n est indispensable dans le cas de P6.)

Les considérations ci-dessus doivent permettre de choisir le couplage du transformateur tandis que les valeurs de f_{ps} et f_{pp} servent à calculer les enroulements. On peut aussi caractériser le transformateur par :

- *La puissance apparente typique qu'il développe :*

$$S_t = \frac{S_s + S_p}{2} = \frac{P}{2f_{ps}} + \frac{P}{2f_{pp}} = \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{1}{f_{ps}} + \frac{1}{f_{pp}}\right) \quad (III.B.50)$$

- *Son facteur de dimensionnement :*

$$f = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{f_{ps}} + \frac{1}{f_{pp}}\right) = \frac{S_t}{P} = \frac{S_s + S_p}{2.P} \quad (III.B.51)$$

III.B.III.4 TENSION REDRESSÉE. HARMONIQUES. FILTRAGE

a. Composantes harmoniques de la tension redressée

On a vu que la tension redressée à vide (ou dans le cas idéal d'une commutation instantanée) se compose d'une succession de sommets de fonctions sinusoïdales ; chaque sommet s'étend sur $\frac{T}{p}$ dans le temps (où T est la période des tensions sinusoïdales à redresser et p l'indice de pulsation). On sait qu'une telle fonction peut être décomposée en une série de Fourier comprenant une tension continue (valeur moyenne U_{dio} de u_d) et des tensions sinusoïdales de périodes $\frac{T}{p}, \frac{T}{2p}, \frac{T}{3p}, \ldots, \frac{T}{kp}$, c'est-à-dire de pulsations $kp\,\omega$ (où ω est la pulsation des tensions à redresser.)

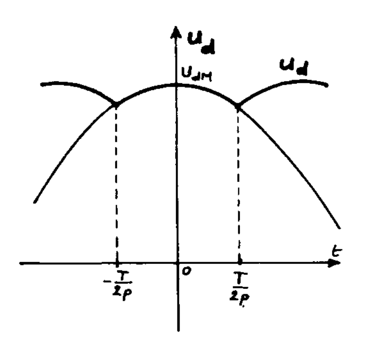


Fig.III.B.32

$$u_d = U_{dio} + \sum_{k=1}^{\infty} U_{diok} . \cos(kp\,\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} U'_{diok} . \sin(kp\,\omega t) \quad . \quad (III.B.52)$$

Déterminons les amplitudes maximales U_{diok} et U'_{diok} de ces composantes harmoniques. Si on choisit l'origine des temps lors d'un passage de u_d à sa valeur maximale U_{dM} (cf.fig.III.B.32), on voit que $u_d(t)$ est une fonction paire, ce qui implique que les coefficients U'_{diok} sont nuls (il faut que $u_d(-t) = u_d(t)$). Il reste à calculer les coefficients U_{diok} dont on sait qu'ils s'expriment :

$$U_{diok} = \frac{2}{\frac{T}{p}} \cdot \int_{-\frac{T}{2p}}^{+\frac{T}{2p}} u_d . \cos(kp\,\omega t).dt \; .$$

Dans l'intervalle d'intégration choisi, la tension redressée s'écrit :

$$u_d = U_{dM} . \cos(\omega t)$$

et le produit $u_d . \cos(kp\omega t)$ est une fonction paire du temps.

D'où :

$$U_{diok} = \frac{4p}{T} . \int_{0}^{\frac{T}{2p}} U_{dM} . \cos(\omega t) . \cos(kp\,\omega t).dt$$

$$U_{diok} = \frac{2p}{T} . U_{dM} \int_{0}^{\frac{T}{2p}} [\cos(kp+1)\,\omega t + \cos(kp-1)\,\omega t.]dt.$$

Le calcul de cette intégrale conduit à :

$$U_{diok} = \frac{p}{\pi} . U_{dM} . \left[\frac{\sin(k\pi + \frac{\pi}{p})}{kp+1} + \frac{\sin(k\pi - \frac{\pi}{p})}{kp-1} \right]$$

Soit, en remarquant que :

$$\sin(k\pi + \frac{\pi}{p}) = (-1)^k . \sin\frac{\pi}{p} , \sin(k\pi - \frac{\pi}{p}) = (-1)^k . \sin(-\frac{\pi}{p})$$

$$U_{diok} = (-1)^k . \frac{p}{\pi} . U_{dM} . \sin\frac{\pi}{p} . \left[\frac{1}{kp+1} - \frac{1}{kp-1} \right] = (-1)^k . \frac{2p}{\pi} . U_{dM} . \sin\frac{\pi}{p} . \frac{1}{1-(kp)^2} .$$

On reconnaît en $\frac{p}{\pi} . U_{dM} . \sin\frac{\pi}{p}$ la valeur moyenne U_{dio} de u_d et U_{diok} s'écrit :

$$U_{diok} = (-1)^k . \frac{2}{1-(kp)^2} . U_{dio} . \quad (III.B.53)$$

D'où la série de Fourier associée à $u_d(t)$:

$$u_d = U_{dio} . \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k . \frac{2}{1-(kp)^2} . \cos(kp\,\omega t) \right] (III.B.54)$$

On voit qu'en pratique l'amplitude maximale des composantes harmoniques diminue comme $(\frac{1}{k})^2$ lorsque le rang k augmente. Il suffira donc en général de considérer les premières composantes (k = 1,2,3). La composante de plus basse fréquence (k=1, $\omega_1 = p\omega$, $f_1 = pf$) a une amplitude maximale de valeur absolue :

$$U_{dio1} = \frac{2}{p^2 - 1} . U_{dio} .$$

Pour les valeurs élevées de l'indice de pulsation p on voit que cette valeur diminue comme $(\frac{1}{p})^2$ quand l'indice p augmente. On réduira l'amplitude de la première tension harmonique(et par voie de conséquence celle des suivantes) en choisissant des montages donnant des indices de pulsation élevés. Calculons les valeurs maximales et efficaces des tensions de rang 1 pour quelques valeurs de p :

p	1	2	3	6	12
$f_1 = pf$	50 Hz	100 Hz	150 Hz	300 Hz	600 Hz
$\frac{U_{dio1}}{U_{dio}}$	1,57	0,667	0,25	0,057	0,014
$\frac{U_{dief1}}{U_{dio}}$	1,11	0,47	0,18	0,040	0,0099

En charge, l'empiètement observé durant la commutation des diodes modifie la tension redressée $u_d(t)$; la période $\frac{T}{p}$ ne change pas et les composantes harmoniques ont mêmes fréquences kpf (si f est celle des tensions d'alimentation et k = 1,2,3, etc.) mais leurs amplitudes maximales ont des valeurs différentes de celles calculées à vide.

Les composantes sinusoïdales harmoniques de la tension redressée peuvent nuire au bon fonctionnement de la charge ; dans tous les cas elles produisent des courants sinusoïdaux qui provoquent des pertes par effet Joule supplémentaires et un échauffement supérieur ; elles peuvent aussi provoquer des f.e.m. parasites et des pertes ferromagnétiques supplémentaires dans la charge. Pour réduire ces effets, aggravés en redressement commandé, on a recours au filtrage.

a. Filtrage des tensions et courants redressés

Nous allons étudier les effets de quelques modes de filtrage sur un montage redresseur monophasé double-alternance dont la charge présente une f.e.m. interne (batterie, machine à courant continu) montée en opposition avec la tension redressée.

En l'absence de filtrage (fig. III.B.33) les diodes ne conduisent que lorsque la valeur absolue de v(t) est supérieure à E. D'où les courbes $u_d(t)$ et $i_d(t)$ représentées en III.B.33.

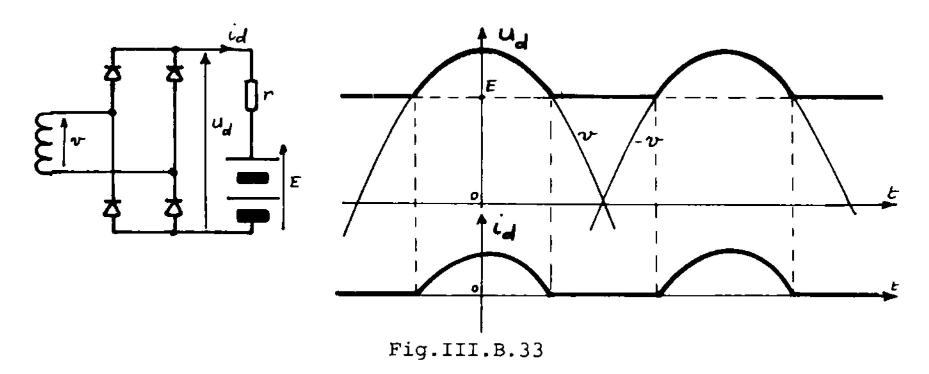


Fig.III.B.33

On pourrait déterminer les amplitudes des composantes alternatives de ces grandeurs. Filtrer la tension redressée,c'est ne laisser parvenir aux bornes de la charge que la composante continue de $u_d(t)$.

On peut parvenir à ce résultat en disposant aux bornes de la charge un condensateur qui se comportera comme un court-circuit pour les composantes sinusoïdales.

- *Filtrage par condensateur en tête :* La fig.III.B.34 indique le montage étudié ainsi que l'allure des grandeurs $u_d(t)$, $i_d(t)$, $i_c = C.\frac{d}{dt}(u_d)$, $i_r = i_d + i_c$.

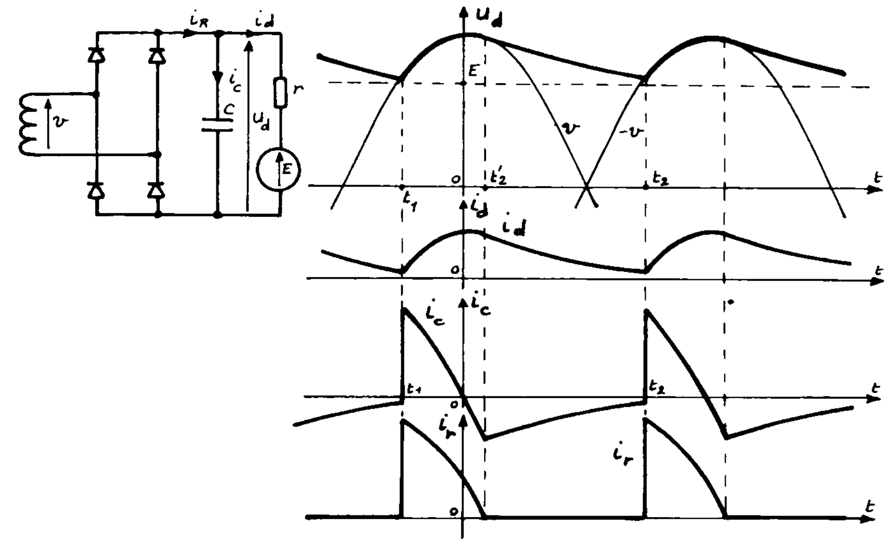


Fig.III.B.34

Le condensateur se charge lorsque le redresseur applique à ses bornes une tension croissante (entre les instants t_1 et 0 dans le cas de la figure) puis se décharge de 0 à $t_2 (t_2 = t_1 + \frac{T}{2})$. A partir de l'instant t'_2 la tension u_d aux bornes du condensateur devient supérieure à la valeur absolue de v(t), les diodes se bloquent et la charge est alimentée par le condensateur :

$$i_d = -i_C \ .$$

Au régime permanent la quantité d'électricité emmagasinée entre t_1 et 0 est donc égale à celle restituée entre 0 et t_2.

$$\int_{t_1}^{0} i_C.dt = - \int_{0}^{t_2} i_C.dt \ .$$

Le pont de diodes ne conduit qu'entre les instants t_1 et t'_2 et doit fournir la pointe de courant de charge du condensateur provoquée à l'instant t_1 par la variation importante $\frac{d}{dt}(u_d)$ de la tension de charge. Le filtrage par condensateur en tête réduit donc la durée de conduction des diodes mais augmente l'intensité maximale du courant qui les traverse. Cette dernière propriété est très importante ; il faut en tenir compte lors du choix des diodes ou limiter l'intensité du courant de pointe au moyen d'une résistance disposée en série entre redresseur et charge(la résistance interne du transformateur et la résistance dynamique r_f des diodes produisent déjà une certaine chute de tension en charge.)

La capacité du condensateur est calculée de telle sorte qu'il présente, à la fréquence pf de la première composante harmonique, une impédance très faible devant celle de la charge :

$$\frac{1}{2\pi pf.C} \ll r \qquad C \gg \frac{1}{2\pi pfr} \qquad (III.B.55)$$

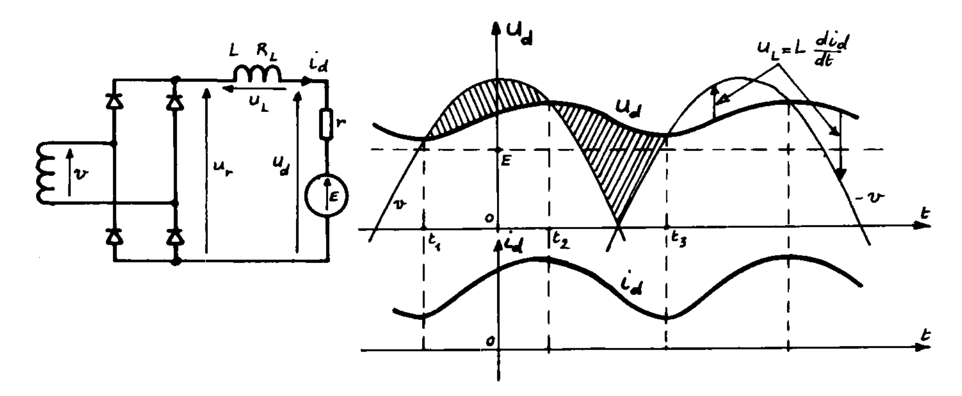


Fig.III.B.35

Ce montage conduira donc en général (pour des montages électrotechniques) à des valeurs élevées de capacité. On lui préfèrera le filtrage par inductance série.

- *Filtrage par inductance en tête* : Le montage de la fig. III.B.35 utilise la propriété des bobines de limiter les variations de l'intensité du courant qui les traverse. L'énergie électromagnétique emmagasinée dans la bobine entre les instants t_1 et t_2 est restituée entre t_2 et t_3 ; la bobine présente alors à ses bornes une f.e.m. (négative) qui contraint les diodes à conduire au-delà de leur extinction naturelle (en l'absence de filtrage).

Si l'inductance de la bobine est suffisante, la conduction des diodes est ininterrompue : $u_d(t)$ et $i_d(t)$ ont alors l'allure indiquée sur la fig. III.B.35. On nomme inductance critique celle qui conduit à l'interruption du courant i_d au cours du temps. On peut calculer approximativement la valeur de L_{cr} en supposant pour simplifier que $i_d(t)$ se réduit à une composante continue d'intensité I_{dio} et une composante sinusoïdale de pulsation $p\omega$ et d'amplitude maximale I_{dio1} :

$$i_d = I_{dio} + I_{dio1}.\cos(p\omega t - \phi_1) .$$

Pour que la conduction soit ininterrompue, il faut et il suffit que $I_{dio1} < I_{dio}$, même dans les conditions les plus défavorables (I_{dio} minimale).

Or :

$$(I_{dio})_{min} = \frac{U_{dio} - E_{Max}}{r_{Max}} .$$

L'intensité sinusoïdale de pulsation $p\omega$ (première composante harmonique) est due à la composante de tension de même pulsation et d'amplitude maximale :

$$U_{dio1} = \frac{2.U_{dio}}{p^2 - 1} .$$

Si on admet qu'à la fréquence pf de cette tension la réactance $L\omega$ de la bobine est très supérieure à la résistance de la maille, l'intensité I_{dio1} vaut :

$$I_{dio1} = \frac{U_{dio1}}{2\pi pfL} = \frac{2.U_{dio}}{2\pi pfL(p^2 - 1)} .$$

La conduction interrompue est donc obtenue lorsque :

$$L > L_{cr} = \frac{2.U_{dio}}{U_{dio} - E_{max}} . \frac{r_{max}}{2\pi pf} . \frac{1}{(p^2 - 1)} \qquad (III.B.56)$$

Exemple d'application : Dans le cas d'un redressement monophasé double-alternance ($p = 2$) chargé par une résistance pure r on trouve (à 50 Hz) :

$$L_{cr} = \frac{r}{300\,\pi}\ .$$

Remarque : La bobine de filtrage ne provoque aucune chute de tension moyenne aux bornes de la charge (si ne c'est, bien entendu, celle due à sa résistance R_L). En effet, on voit que la tension u_d aux bornes de la charge et celle, u_r, aux bornes du redresseur sont liées par :

$$u_d = u_r - u_L = u_r - L.\frac{d}{dt}(i_d)\ .$$

Le calcul de la valeur moyenne de u_d donne :

$$U_{dio} = \frac{1}{t_3 - t_1}\int_{t_1}^{t_3} u_d.dt = U_{rio} - \frac{1}{t_3 - t_1}\int_{t_1}^{t_3} L.\frac{d}{dt}(i_d).dt$$

si on note U_{rio} la valeur moyenne de la tension produite par le redresseur.

Il est évident que l'intégrale définie de $L.\frac{d}{dt}(i_d)$ est nulle puisque I_d prend la même valeur aux instants t_1 et t_3.

D'où :

$$U_{dio} = U_{rio}$$

u_r et u_d ayant même valeur moyenne, on en déduit immédiatement que les surfaces hachurées sur la fig. III.B.35 ont même aire.

- *Filtrage par cellule L-C :* On peut combiner les deux modes de filtrage décrits ci-dessus en réalisant le dispositif de la fig. III.B.36. Le condensateur de capacité C court-circuite le premier harmonique si :

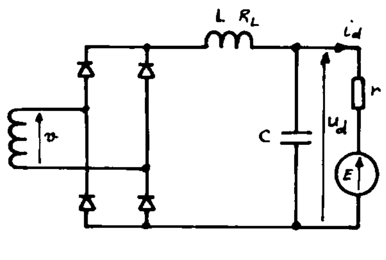


Fig.III.B.36

$$\frac{1}{2\pi p f.C} \ll r. \qquad (III.B.57)$$

La bobine limite l'intensité du courant appelé par le condensateur et s'oppose au passage des courants harmoniques si :

$$2\pi p f.L \gg r_L\ . \qquad (III.B.58)$$

III.C.

Redressement commandé

III.C.I MONTAGES TOUT THYRISTORS

III.C.I.1 FONCTIONNEMENT

ALLURE DE LA TENSION CONTINUE IDÉALE

On nomme *redresseur commandé* un montage redresseur dont une partie des diodes a été remplacée par un ensemble équivalent de thyristors. Nous ne nous intéresserons dans ce chapitre qu'aux redresseurs ne comprenant que des thyristors ; nous supposerons ces composants parfaits (pas de chute de tension aux bornes lors du fonctionnement enclenché) ainsi que le transformateur d'alimentation (pas d'inductance de fuites, d'où commutation instantanée). Nous considérerons également le cas d'une charge inductive telle que le courant i_d soit ininterrompu et d'intensité constante I_d.

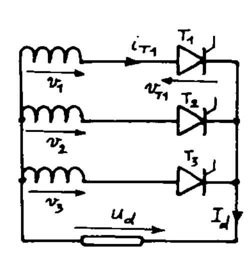
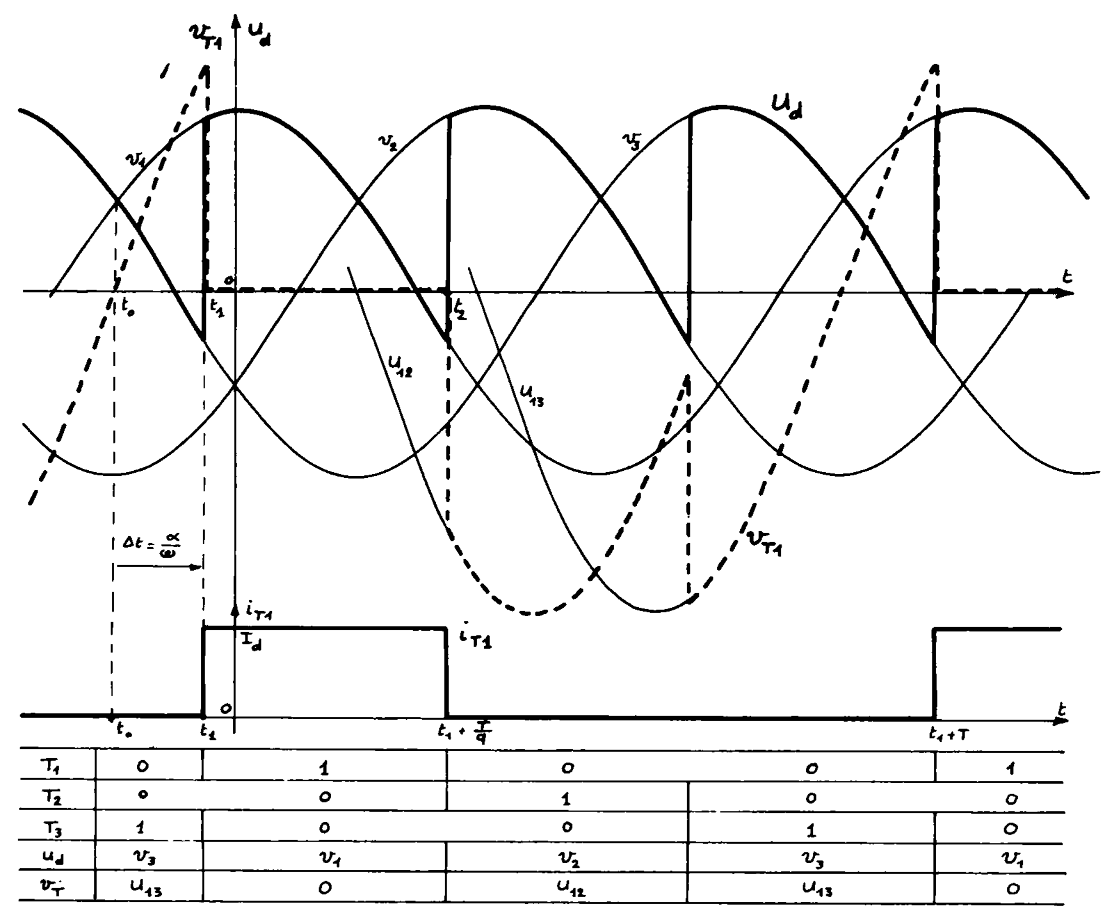


Fig. III.C.1

Etudions le fonctionnement d'un montage P3 tout thyristors dont les composants sont commandés à la fermeture avec un retard angulaire α (soit $\Delta t = \frac{\alpha}{\omega}$) sur l'amorçage naturel (commutation naturelle de diodes remplaçant les thyristors). La fig. III.C.2. permet d'analyser les différentes phases du fonctionnement :

- au-delà de l'instant t_o la tension $v_1(t)$ devient supérieure à v_2 et v_3 et le thyristor T_1 est polarisé en direct ($v_{T1} = u_{13} > 0$ car T_3 est conducteur) ; il est donc susceptible d'être enclenché par un signal de commande : t_o est l'instant d'amorçage naturel. Tant que T_1 ne reçoit pas d'im-



T_1	0	1	0	0	1
T_2	o	0	1	0	0
T_3	1	0	0	1	0
u_d	v_3	v_1	v_2	v_3	v_1
v_T	u_{13}	0	u_{12}	u_{13}	0

Fig. III.C.2

pulsion de commande le thyristor T_3 reste conducteur (puisque la charge continue impose un courant ininterrompu) et :

$$u_d = v_3 \ , \ i_{T1} = 0, \qquad v_{T1} = u_{13} \ .$$

- la commande de la fermeture de T_1 arrive à l'instant $t_1 = t_o + \Delta t$ (soit avec un retard angulaire α : $\alpha = \omega . \Delta t$). Le thyristor est polarisé sous tension directe positive si : $u_{13} > 0$;
soit : $\Delta t = t_1 - t_o < \frac{T}{2}$, $\quad \alpha < \pi$.

Nous ne considérerons que les cas de retard à l'amorçage inférieur à π. Alors T_1 s'enclenche : $u_d = v_1$, $v_{T1} = 0$, et le redresseur commandé T_3 qui conduisait se trouve sous tension négative ($v_{T3} = u_{31} < 0$) et se bloque ; d'où : $\quad i_{T1} = I_d$.

- l'élément T_1 reste enclenché tant que T_2 n'est pas commandé, c'est-

à-dire jusqu'à l'instant $t_2 = t_1 + \frac{T}{q}$ (q = 3 dans le cas de P3) si on admet que les signaux de commande des thyristors se succèdent avec le même décalage $\frac{T}{q}$ que les instants d'amorçage naturel (c'est-à-dire que chaque composant est commandé avec le même retard α sur son amorçage spontané). Au-delà de t_2 on a :

$$u_d = v_2,\quad v_{T1} = u_{12} \text{ et } i_{T1} = 0 .$$

D'où les courbes $u_d(t)$, $v_{T1}(t)$ et $i_{T1}(t)$ établies à la fig. III.C.2. On voit que, dans le cas d'une commutation instantanée (seul cas étudié dans ce paragraphe), il n'y a toujours qu'un composant redresseur enclenché et que la tension continue $u_d(t)$ est formée de $p = q$ portions de sinusoïdes.

On remarque aussi que, comme en redressement non commandé :

- la tension aux bornes d'un composant est formée de portions des tensions composées à redresser ; mais, en redressement commandé, les thyristors doivent supporter une tension directe à l'état bloqué.
- l'intensité du courant dans un élément redresseur vaut I_d (intensité du courant de charge) pendant $\frac{T}{q}$ (q est l'indice de commutation).

On pourrait effectuer une étude analogue sur un montage redresseur en pont composé de thyristors (parallèle double ou série). Dans le cas triphasé (PD3 ou S3) l'allure des résultats (tension u_d, tension v_{T1}, intensité i_{T1}) ne dépend pas du couplage secondaire du transformateur.

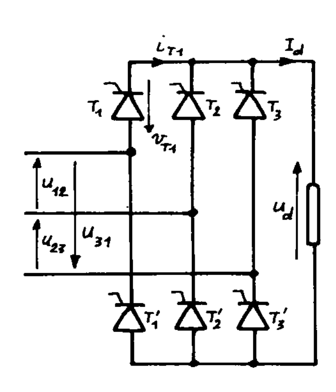
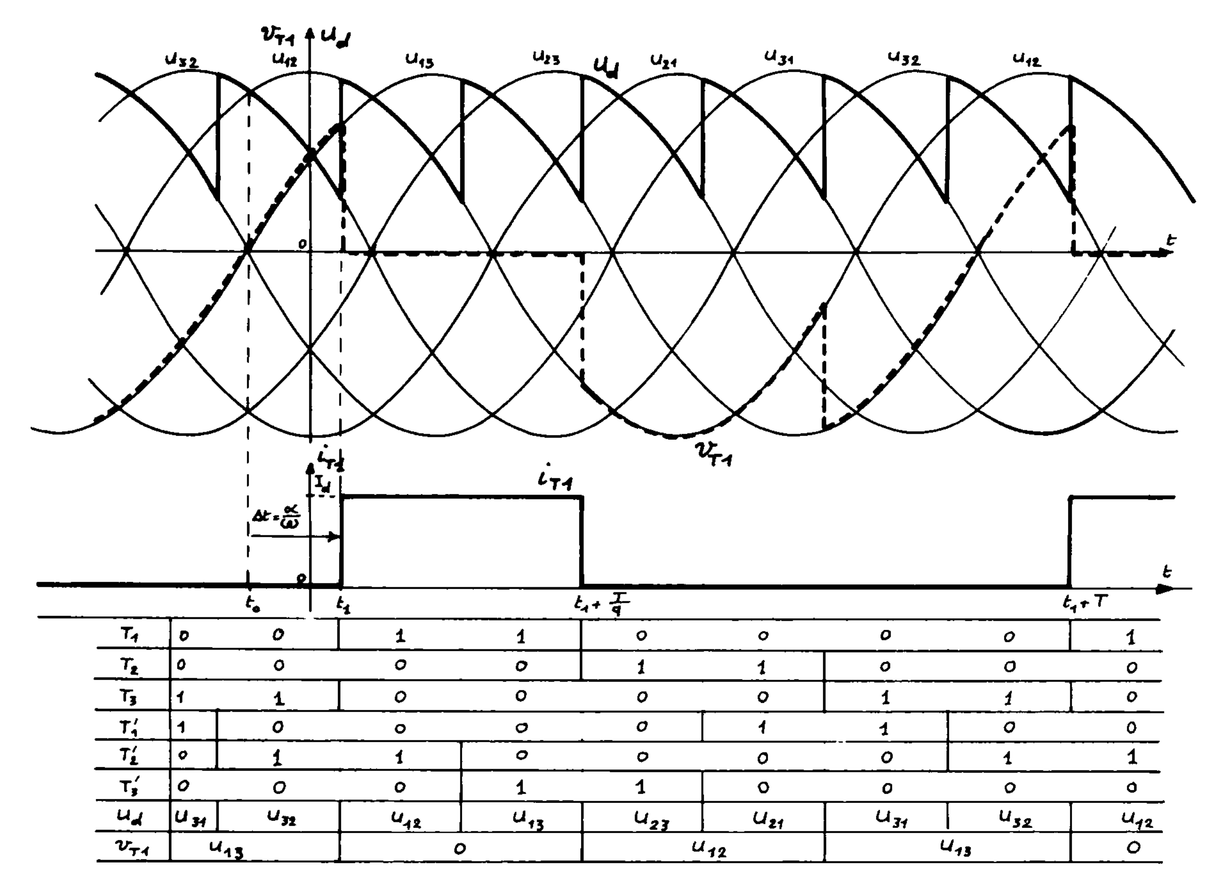


Fig. III.C.3

On constate, (fig. III.C.4) que $u_d(t)$ comporte toujours $p = 2q = 6$ portions de sinusoïdes et que chaque thyristor est traversé par I_d pendant $\frac{T}{q} = \frac{T}{3}$. La valeur absolue des amplitudes extrêmes de v_{T1} est égale à la valeur maximale d'une tension composée secondaire.



T_1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
T_2	0	0	0	0	1	1	0	0	0
T_3	1	1	0	0	0	0	1	1	0
T'_1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
T'_2	0	1	1	0	0	0	0	1	1
T'_3	0	0	0	1	1	0	0	0	0
u_d	u_{31}	u_{32}	u_{12}	u_{13}	u_{23}	u_{21}	u_{31}	u_{32}	u_{12}
v_{T1}	u_{13}		0		u_{12}		u_{13}		0

Fig. III.C.4

Remarque : Dans tous les cas étudiés (et on pourrait montrer que c'est un résultat général), une impulsion de commande suffisante parvenant sur la gâchette d'un thyristor avec un retard de phase α inférieur à π sur l'amorçage naturel provoque l'enclenchement de ce thyristor et l'ouverture de celui qui était conducteur auparavant ; ce sont les tensions du réseau qui permettent ces changements d'état. On est en présence d'une *commutation par la source* (naturelle).

III.C.I.2 VALEUR MOYENNE DE LA TENSION REDRESSÉE

On vient de voir que la tension $u_d(t)$ est composée de p portions de sinusoïdes (déphasées entre elles de $\frac{2\pi}{p}$) par période T des tensions alternatives. Un choix judicieux de l'origine des temps (cf.fig. III.C.5) permet d'exprimer u_d sous la forme :

$$u_d = U_{dM}.\cos \omega t$$

entre les instants t_1 et t_2 tels que :

$$t_1 = t_o + \Delta t \quad = - \frac{T}{2p} + \frac{\alpha}{\omega}$$

$$t_2 = t_1 + \frac{T}{p} = \frac{T}{2p} + \frac{\alpha}{\omega} .$$

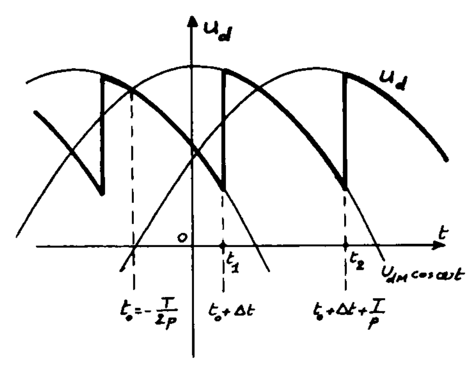


Fig. III.C.5

D'où la valeur moyenne de la tension u_d :

$$U_{di\alpha} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} U_{dM} . \cos \omega t \, .dt = \frac{p}{T} . U_{dM} . \frac{1}{\omega} . (\sin \omega t_2 - \sin \omega t_1) .$$

Or :

$$\sin \omega t_2 - \sin \omega t_1 = \sin(+\frac{\pi}{p} + \alpha) - \sin(-\frac{\pi}{p} + \alpha) = 2 . \sin \frac{\pi}{p} . \cos\alpha .$$

Donc :

$$U_{di\alpha} = \frac{2p}{\omega T} . U_{dM} . \sin \frac{\pi}{p} . \cos \alpha = \frac{p}{\pi} . U_{dM} . \sin \frac{\pi}{p} . \cos \alpha = U_{dio} . \cos \alpha$$

car on reconnaît en $\frac{p}{\pi} . U_{dM} . \sin \frac{\pi}{p}$ la valeur moyenne U_{dio} de u_d dans le cas d'un redresseur à diodes (ou, ce qui revient au même, lors de la commande avec un retard nul). On peut représenter graphiquement l'évolution de $U_{di\alpha}$ avec le retard α (cf.fig. III.C.6) qui découle de :

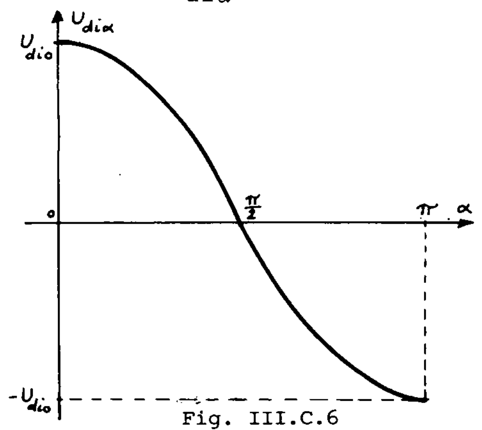


Fig. III.C.6

$$U_{di\alpha} = U_{dio} . \cos \alpha \quad . \qquad \textit{(III.C.1)}$$

On en déduit les deux types de fonctionnement d'un tel montage :

- pour $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, on a $U_{di\alpha}$ positive et la puissance active fournie par le dispositif redresseur à la charge continue vaut (puisque $i_d = Cte = I_d$) :

$$P = U_{di\alpha} . I_d > 0 .$$

Le montage est alors un *redresseur à tension de sortie* $U_{di\alpha}$ *réglable* grâce au retard α .

- pour $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, la valeur moyenne $U_{di\alpha}$ est négative et la puissance :

$$P = U_{di\alpha} . I_d$$

est elle aussi négative (car le sens de i_d est fixé par les thyristors) ; le montage ne peut fonctionner dans ces conditions que s'il est connecté, côté continu, sur un dispositif (machine à courant continu, pont redresseur, batterie d'accumulateurs) susceptible de lui fournir de l'énergie et présentant une f.e.m. disposée en série avec la tension de sortie u_d (voir chapitre consacré à ce type de convertisseur).

On a alors un fonctionnement en *onduleur non autonome*. C'est un onduleur puisque l'énergie passe de la source continue au réseau alternatif connecté au transformateur ; il n'est pas autonome car la valeur efficace et la fréquence des tensions alternatives sont fixées par le réseau alternatif.

Les résultats établis dans ce chapitre s'appliquent aux deux types de fonctionnements décrits. Un autre chapitre sera consacré aux particularités de l'onduleur non autonome.

Remarque 1 : Les propriétés observées jusqu'ici ainsi que celles qui vont être établies par la suite supposent toujours le redresseur (ou onduleur) commandé débitant de façon ininterrompue dans la charge continue, quel que soit le retard α à l'amorçage ; nous verrons en annexe ce que deviennent ces résultats lors d'un débit sur résistance pure.

Remarque 2 : La théorie ci-dessus prévoit un fonctionnement en onduleur lorsque α est compris entre $\frac{\pi}{2}$ et π ; on a vu plus haut qu'au-delà de $\alpha = \pi$ il n'est plus possible d'amorcer les thyristors. On s'interdira les valeurs de α trop voisines de π pour éviter qu'un retard accidentel de l'impulsion de commande ou la durée de commutation des thyristors se traduise par un défaut d'amorçage (on verra plus loin les conséquences d'un tel défaut). Pour cela, on fixera un angle de "garde" entre π et la valeur maximale de α réalisée ; on prend parfois une garde de $\frac{\pi}{6}$ (30°), ce qui limite la plage de variation de α , en onduleur, à : $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$ (soit aussi : $90° < \alpha < 150°$).

III.C.I.3 FORME DE LA TENSION REDRESSEE. HARMONIQUES

La fig. III.C.7 indique l'allure de $u_d(t)$ pour plusieurs valeurs du retard α (et dans le cas où $p = 6$). On remarque que :

- la forme de $u_d(t)$ est d'autant plus éloignée de celle d'une tension continue que α est plus voisin de $\frac{\pi}{2}$;
- deux valeurs de α symétriques par rapport à $\frac{\pi}{2}$ (α et $\alpha' = \pi - \alpha$) conduisent à des formes de $u_d(t)$ analogues ; dans le cas de la fig.III.C.7, les courbes obtenues pour $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ sont symétriques par rapport à l'origine des coordonnées.

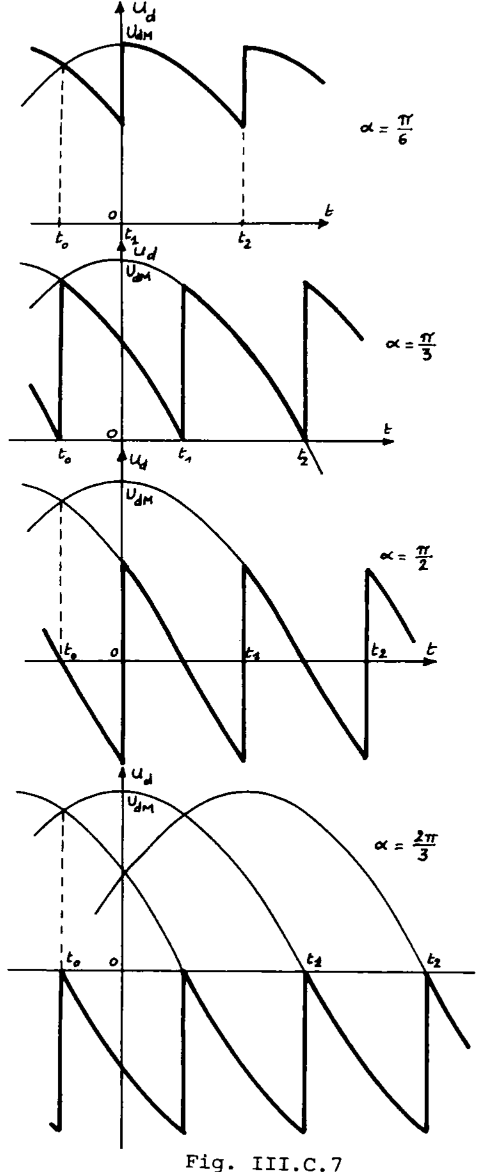


Fig. III.C.7

On pourrait quantifier ces observations en calculant les valeurs des facteurs de forme, de modulation ou d'ondulation. On va déterminer ici la nouvelle composition harmonique de $u_d(t)$. Le calcul des amplitudes maximales des composantes sinusoïdales se simplifie si on prend comme variable la grandeur t' telle que :

$$t' = t - t_1 = t + \frac{T}{2p} - \frac{\alpha}{\omega}$$

(dans notre système de représentation de u_d).

La tension redressée s'exprime alors :

$$u_d = U_{dM}.\cos\omega t = U_{dM}.\cos(\omega t' - \frac{\pi}{p} + \alpha)$$

entre les instants :

$$t'_1 = t_1 - t_1 = 0 \quad \text{et} \quad t'_2 = t_2 - t_1 = \frac{T}{p}.$$

Les coefficients de la décomposition :

$$u_d = U_{di\alpha} + \sum_{k=1}^{\infty} (U'_{di\alpha k}.\cos kp\omega t' + U''_{di\alpha k}.\sin kp\omega t')$$

sont alors définis par :

$$U'_{di\alpha k} = \frac{2}{t'_2}\int_0^{t'_2} u_d.\cos kp\omega t'.dt'$$

$$U''_{di\alpha k} = \frac{2}{t'_2}\int_0^{t'_2} u_d.\sin kp\omega t'.dt'$$

Le calcul de ces coefficients conduit à :

$$U'_{di\alpha k} = \frac{2p}{T}.U_{dM}\int_0^{T/P}\cos(\omega t' - \frac{\pi}{p} + \alpha).\cos kp\,\omega t'.dt' = \frac{-2}{(kp)^2-1}.\frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p}.\cos\alpha$$

$$U''_{di\alpha k} = \frac{2p}{T}.U_{dM}\int_0^{T/P}\cos(\omega t' - \frac{\pi}{p} + \alpha).\sin kp\,\omega t'.dt' = \frac{2.kp}{(kp)^2-1}.\frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p}.\sin\alpha$$

On reconnaît en $\frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p}$ la valeur de U_{dio} et on peut donc écrire :

$$U'_{di\alpha k} = \frac{-2}{(kp)^2-1}.\frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p}.\cos\alpha = \frac{-2.U_{dio}.\cos\alpha}{(kp)^2-1} = \frac{-2.U_{di\alpha}}{(kp)^2-1}$$

$$U''_{di\alpha k} = \frac{2.kp}{(kp)^2-1}.\frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin\frac{\pi}{p}.\sin\alpha = \frac{2.kp.U_{dio}.\sin\alpha}{(kp)^2-1} = \frac{2kp.U_{di\alpha}.tg\alpha}{(kp)^2-1}.$$

On en déduit l'amplitude maximale de la composante harmonique de rang kp, donc de fréquence kpf, si f est la fréquence des tensions sinusoïdales d'alimentation :

$$U_{di\alpha k} = \sqrt{(U'_{di\alpha k})^2 + (U''_{di\alpha k})^2} = \frac{2.U_{dio}}{(kp)^2-1}.\sqrt{\cos^2\alpha + (kp.\sin\alpha)^2}$$

que l'on peut encore écrire :

$$U_{di\alpha k} = \frac{2.U_{dio}.\cos\alpha}{(kp)^2-1}.\sqrt{1+(kp.tg\,\alpha)^2} = \frac{2.U_{di\alpha}.\sqrt{1+(kp.tg\,\alpha)^2}}{(kp)^2-1}.$$

D'où le taux de modulation pour le rang kp :

$$\frac{U_{di\alpha k}}{U_{di\alpha}} = \frac{2}{(kp)^2-1}.\sqrt{1+(kp.tg\alpha)^2}. \qquad (III.C.2)$$

En comparant avec le résultat relatif au redressement non commandé (formule *III.B.53*), on voit que :

$$\frac{U_{di\alpha k}}{U_{di\alpha}} \geq \frac{2}{(kp)^2-1} = \frac{U_{diok}}{U_{dio}}. \qquad (III.C.3)$$

Le taux de modulation est plus important en redressement commandé. La formule *(III.C.2)* montre qu'il augmente lorsque α s'approche de $\frac{\pi}{2}$.

Si on désire réaliser une tension rigoureusement continue le problème du filtrage sera donc d'autant plus important que le retard sera plus voisin de 90°.

Remarque : Il ne faudrait pas déduire de *(III.C.2)* que l'amplitude des composantes harmoniques devient infinie lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2}$; en effet, $U_{di\alpha}$ est alors nulle

et il faut calculer $U_{di\alpha k}$ au moyen de :

$$U_{di\alpha k} = \frac{2.U_{dio}}{(kp)^2-1} . \sqrt{\cos^2\alpha + (kp.\sin\alpha)^2} = \frac{2.kp.U_{dio}}{(kp)^2 - 1} .$$

III.C.I.4 DIFFÉRENCE DE POTENTIEL AUX BORNES D'UN THYRISTOR

Les fig. III.C.2 et III.C.4 indiquent l'allure de la d.d.p. v_{T1} aux bornes d'un thyristor. On comparera avec l'allure de cette même grandeur dans le cas d'un montage similaire à diodes (fig. III.B.2 et III.B.8).
On en déduit qu'à montage équivalent :

- les thyristors doivent supporter en inverse la même valeur maximale U_{iio} de la tension appliquée ;
- les thyristors doivent de plus supporter une tension directe à l'état bloqué ;

Les fig. III.C.2 et III.C.4 montrent que cette tension directe est composée de portions des mêmes tensions composées qui constituent la tension inverse. Ce résultat est généralisable à tous les montages et implique que la valeur maximale U_{DM} de la tension directe à l'état bloqué est égale à la valeur maximale de la tension inverse :

$$U_{DM} = U_{iio}. \qquad \textit{(III.C.4)}$$

Les thyristors seront donc choisis en fonction des tensions directe et inverse maximales qui leur seront appliquées ; le paragraphe III.B.II.4 établit les valeurs de ces tensions à partir du montage utilisé et des tensions secondaires du transformateur :

∇ *Montages parallèle :* - pour q impair :

$$U_{dM} = U_{iio} = 2.V.\sqrt{2}.\cos\frac{\pi}{2q} = \frac{2\pi}{q}.\frac{\cos\frac{\pi}{2q}}{\sin\frac{\pi}{q}}.U_{dio}.$$

- pour q pair :

$$U_{dM} = U_{iio} = 2.V.\sqrt{2} = \frac{2.\pi}{q.\sin\frac{\pi}{q}}.U_{dio}.$$

∇ *Montages parallèle double ou série :*

$$U_{dM} = U_{iio} = U_{dM} = \frac{\pi}{p.\sin\frac{\pi}{p}}.U_{dio} .$$

III.C.I.5 COURANTS.PUISSANCES.FACTEURS DE PUISSANCE

Nous allons raisonner essentiellement par comparaison entre les redresseurs commandés et non commandés.

a. Intensités des courants

Dans le cas où la charge (ou la source) continue impose au redresseur une conduction ininterrompue, les fig. III.C.2 et III.C.4 montrent que l'intensité des courants i_T dans les thyristors a même allure que celle du courant dans les diodes du montage non commandé analogue : chaque thyristor est parcouru par I_d pendant $\frac{T}{q}$, ouvert pendant $\frac{2T}{q}$. Il en résulte immédiatement que les valeurs moyenne ($I_{Ti\alpha}$) et efficace ($I_{Ti\alpha ef}$) de i_T sont égales à celles établies en redressement non commandé (à courant commuté I_d et indice de commutation q égaux) :

$$I_{Ti\alpha} = I_{Fio} = \frac{1}{q}.I_d \quad .$$

$$I_{Ti\alpha ef} = I_{Fief} = \frac{1}{\sqrt{q}}.I_d \quad .$$

Les valeurs moyennes et efficaces des intensités des courants secondaires et primaires du transformateur d'alimentation se déduisent (cf.§.III.B.II.2) des courants dans les composants et du montage redresseur (nombre de commutateurs, couplage du secondaire). On voit donc sans difficulté que tous les résultats établis en redressement non commandé sont encore valables dans le cas des dispositifs étudiés ici (à condition de considérer des montages analogues). On traduira cette observation de la manière suivante :

- la forme des courants primaires et secondaires du transformateur est indépendante du retard à l'amorçage des composants ; les contraintes (couplage du primaire) qui peuvent en résulter sont liées au type de montage réalisé (mode de commutation , nombre de composants redresseurs par commutateur) et non à la nature (diodes ou thyristors) des composants utilisés. On utilisera donc les conclusions du paragraphe III.B.III.3 .

- les valeurs efficaces des intensités des courants primaires et secondaires ne dépendent que du montage réalisé et de l'intensité du courant commuté I_d ; elles sont indépendantes du retard de phase α. On pourra donc noter que le rapport de chacune de ces valeurs efficaces à la valeur de I_d n'est fonction que du montage considéré :

$$\frac{I_{si\alpha ef}}{I_d} = \frac{I_{sief}}{I_d} = K_s \qquad (III.C.5)$$

$$\frac{I_{pi\alpha ef}}{I_d} = \frac{I_{pief}}{I_d} = K_p \ . \qquad (III.C.6)$$

On peut rappeler les expressions des coefficients K_s et K_p établies au § III.B.II.2 pour quelques types de montages (voir l'annexe 3 du chapitre III.B. pour les applications numériques) :

Montage		$K_s = \frac{I_{sief}}{I_d}$	$K_p = \frac{I_{pief}}{I_d}$
Parallèle Pq	un enroulement secondaire (n_2 spires) par colonne	$\frac{1}{\sqrt{q}}$	$\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\sqrt{q-1}}{q}$
	deux enroulements secondaires (n_2 spires chacun) par colonne	$\frac{1}{\sqrt{q}}$	$\frac{n_2}{n_1} \cdot \sqrt{\frac{2}{q}}$
Parallèle double PDq		$\sqrt{\frac{2}{q}}$	$\frac{n_2}{n_1} \cdot \sqrt{\frac{2}{q}}$
Série S3		$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}$

b. Puissances active et apparente

Le calcul de ces grandeurs s'effectue de la même manière que dans le cas des redresseurs non commandés. La puissance active est celle consommée (ou fournie) par la charge (ou la source) continue puisque transformateur et thyristors sont supposés parfaits :

d'où :

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} u_d \cdot i_d \cdot dt \ .$$

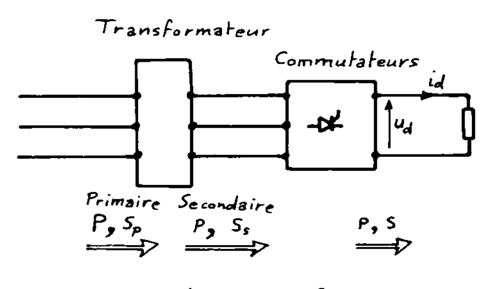


Fig. III.C.8

Si l'intensité du courant i_d est rigoureusement constante et vaut I_d, il vient :

$$P = I_d \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} u_d \cdot dt = I_d \cdot U_{di\alpha} = I_d \cdot U_{dio} \cdot \cos\alpha \qquad (III.C.7)$$

La puissance apparente $S_{s\alpha}$ développée par les enroulements secondaires s'exprime à partir du nombre de ces enroulements (q dans le cas des montages P, PD ou S), de la valeur efficace V de la tension

à leurs bornes et de la valeur efficace de l'intensité du courant qui les traverse ($I_{si\alpha ef}$) :

$$S_{s\alpha} = q.V.I_{si\alpha ef} = q.V.K_s.I_d. \qquad (III.C.8)$$

De la même façon, on peut calculer la puissance apparente développée dans les enroulements primaires. S'il y a q' phases primaires (q' = q pour les montages PD, S ou parallèle à un seul enroulement secondaire par colonne, $q' = \frac{q}{2}$ pour les dispositifs à commutation parallèle et deux enroulements secondaires par noyau) alimentées sous tensions sinusoïdales de valeur efficace $\frac{V}{m}$ (où $m = n_2/n_1$) et parcourues par des courants d'intensité efficace $I_{pi\alpha ef}$, $S_{p\alpha}$ vaut :

$$S_{p\alpha} = q'.\frac{V}{m}.I_{pi\alpha ef} = q'.\frac{V}{m}.K_p.I_d \ . \qquad (III.C.9)$$

On voit sur les expressions *(III.C.8)* et *(III.C.9)* que les puissances apparentes primaire et secondaire ne dépendent que du mode de redressement choisi (par l'intermédiaire de q, q', K_s et K_p), du transformateur (m) et de l'intensité du courant continu I_d. Elles ne sont pas fonction du retard α.

c. Facteurs de puissance

On déduit des expressions précédentes de $P, S_{s\alpha}, S_{p\alpha}$ les valeurs des facteurs de puissance des enroulements secondaires et primaires :

$$f_{ps\alpha} = \frac{P}{S_{s\alpha}} = \frac{I_d.U_{dio}.\cos\alpha}{q.V.I_{si\alpha ef}} = \frac{U_{dio}.\cos\alpha}{q.V.K_s} = f_{ps}.\cos\alpha \quad (III.C.10)$$

$$f_{pp\alpha} = \frac{P}{S_{p\alpha}} = \frac{I_d.U_{dio}.\cos\alpha}{q'.\frac{V}{m}.I_{pi\alpha ef}} = \frac{m.U_{dio}.\cos\alpha}{q'.V.K_p} = f_{pp}.\cos\alpha \qquad (III.C.11)$$

car on reconnaît en $\frac{U_{dio}}{q.V.K_s} = f_{ps}$ et $\frac{m.U_{dio}}{q'.V.K_p} = f_{pp}$ les expressions des facteurs de puissance des montages à diodes.

On voit que les valeurs de ces facteurs de puissance sont d'autant plus faibles que le retard α est plus voisin de $\frac{\pi}{2}$. On peut les calculer à partir de celles, f_{ps} et f_{pp}, des montages analogues à diodes (établies au § III.B.II.3) et du retard α.

III.C.I.6 EMPIÉTEMENT EN COMMUTATION CHUTE DE TENSION EN CHARGE

Comme dans le cas des redresseurs à diodes, la nature inductive des enroulements du transformateur (fuites) et celle de la ligne interdisent à la commutation d'être instantanée. Si on considère le cas simple d'une commutation parallèle entre deux thyristors T_1 et T_2 (fig. III.C.9), il y a empiètement entre les instants t_1 (ou T_2 reçoit l'impulsion de commande) et t'_1 (ou T_1 se bloque). Pendant ce temps, la tension continue délivrée par le redresseur vaut :

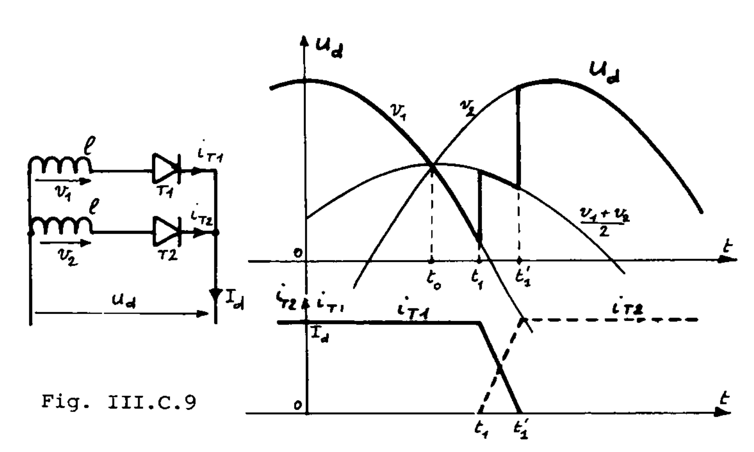


Fig. III.C.9

$$u_d = v_1 - \ell.\frac{d}{dt}(i_{T1}) = v_2 - \ell.\frac{d}{dt}(i_{T2}) = v_2 + \ell.\frac{d}{dt}(i_{T1}) = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad (III.C.12)$$

car : $\frac{d}{dt}(i_{T2}) = -\frac{d}{dt}(i_{T1})$ $\quad (i_{T1} + i_{T2} = I_d = Cte)$.

D'où l'allure de la courbe $u_d(t)$ représentée sur la fig. III.C.9. Si la commutation était instantanée, u_d aurait pour valeur celle de v_2 au delà de l'instant t_1 ; entre t_1 et t'_1 la tension u_d subit donc une chute instantanée, due à l'empiétement, d'amplitude :

$$\Delta u_d = u_{di} - u_d = v_2 - (v_2 - \ell.\frac{d}{dt}(i_{T2})) = \ell.\frac{d}{dt}(i_{T2}) = \frac{v_2 - v_1}{2} \quad . \qquad (III.C.13)$$

On en déduit la valeur moyenne de la tension en charge :

$$U_{d\alpha} = \frac{1}{\frac{T}{p}}\left[\int_{t_1}^{t'_1}(v_2 - \Delta u_d).dt + \int_{t'_1}^{t_1+T/p} v_2.dt\right] = U_{di\alpha} - \frac{p}{T}\int_{t_1}^{t'_1}\Delta u_d.dt \ .$$

La chute de tension moyenne s'exprime donc :

$$\Delta U_{d\alpha} = U_{di\alpha} - U_{d\alpha} = \frac{p}{T}.\int_{t_1}^{t'_1}\ell.\frac{d}{dt}(i_{T2}).dt = \frac{p.\ell}{T}.\int_0^{I_d} di_{T2} = \frac{p.\ell.I_d}{T} = \frac{p.\ell\omega.I_d}{2\pi} \ .$$

On trouve la même chute de tension qu'en redressement non commandé (toutes choses égales par ailleurs : p, ℓ, ω et I_d). On pourrait aussi calculer la durée $t'_1 - t_1$ de la commutation (même principe qu'au § III.B.III.1) ; à même valeur du courant à commuter I_d, cette durée diminue lorsque le retard tend vers $\frac{\pi}{2}$ (car la valeur de la tension $v_2 - v_1$ qui bloque T_1 augmente).

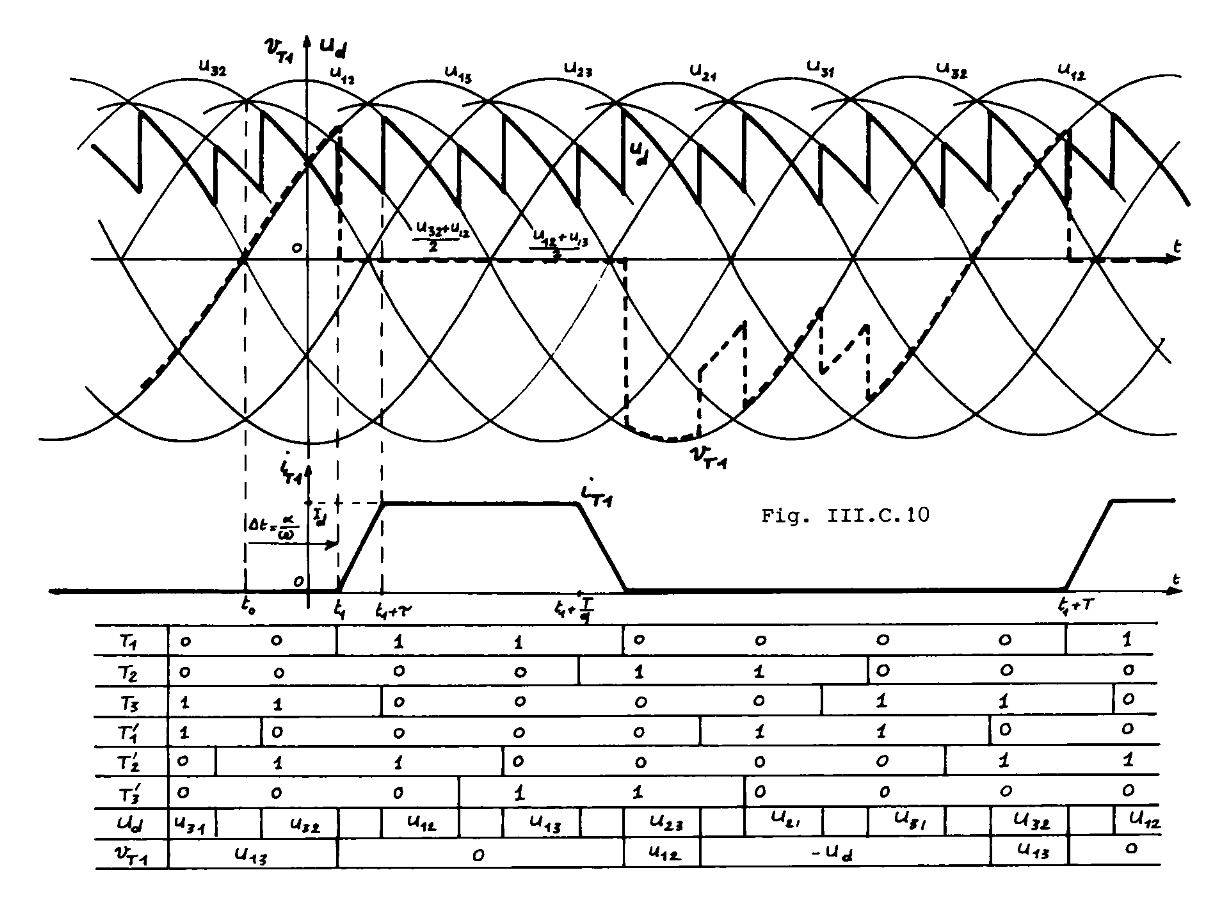


Fig. III.C.10

T_1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
T_2	0	0	0	0	1	1	0	0	0
T_3	1	1	0	0	0	0	1	1	0
T'_1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
T'_2	0	1	1	0	0	0	0	1	1
T'_3	0	0	0	1	1	0	0	0	0
u_d	u_{31}	u_{32}	u_{12}	u_{13}	u_{23}	u_{21}	u_{31}	u_{32}	u_{12}
v_{T1}	u_{13}		0		u_{12}	$-u_d$		u_{13}	0

La fig. III.C.10 montre ce que deviennent la tension $u_d(t)$, la d.d.p. $v_{T1}(t)$ et l'intensité du courant dans un thyristor lorsqu'on tient compte de l'empiétement, pour un montage triphasé en pont (PD3 ou S3 : $p = 6$, $q = 3$).

La chute de tension totale en charge se calcule à partir :

- de celle provoquée par l'empiétement :

$$\Delta U_{d\alpha} = \frac{p.\ell\omega}{2\pi}.I_d \qquad (III.C.14)$$

- de celle due aux thyristors ; chaque thyristor enclenché présente une tension directe :

$$V_d = V_{T(T0)} + r_T.I_T$$

- de celle due aux résistances des enroulements du transformateur (et éventuellement de la ligne en amont) et de l'inductance de filtrage (s'il y a lieu) :

$$R_s.I_s + R_L.I_d$$

Imprimé en France — FIRMIN-DIDOT S.A. — 5956
Dépôt légal : 1er trimestre 1980 — N° d'édition 4294

INDEX

III.E.4 CYCLOCONVERTISSEUR

Le cycloconvertisseur est un convertisseur de fréquence ; il utilise la propriété des ponts triphasés tout thyristors de fonctionner en redresseur (tension et courant de même signe, dans la convention des générateurs) ou en onduleur(tension et courant de signes contraires).

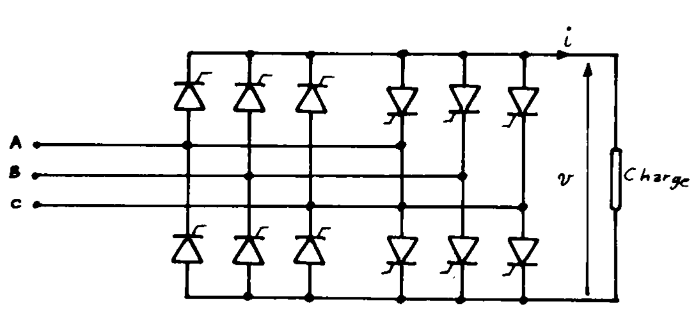


Fig.III.E.7

On peut construire un cycloconvertisseur à partir de deux ponts triphasés montés tête-bêche (fig. III.E.7). Chaque pont fournira une alternance du courant de charge. On produit une tension de sortie alternative de fréquence différente de celle des tensions d'alimentation en modulant le retard à l'enclenchement des thyristors.

La fig. III.E.8 donne l'allure de la tension produite aux bornes de la charge par un cycloconvertisseur monophasé.

On voit qu'il n'est possible de produire des grandeurs de sortie de forme à peu près sinusoïdale qu'à des fréquences très faibles devant celle du réseau d'alimentation.

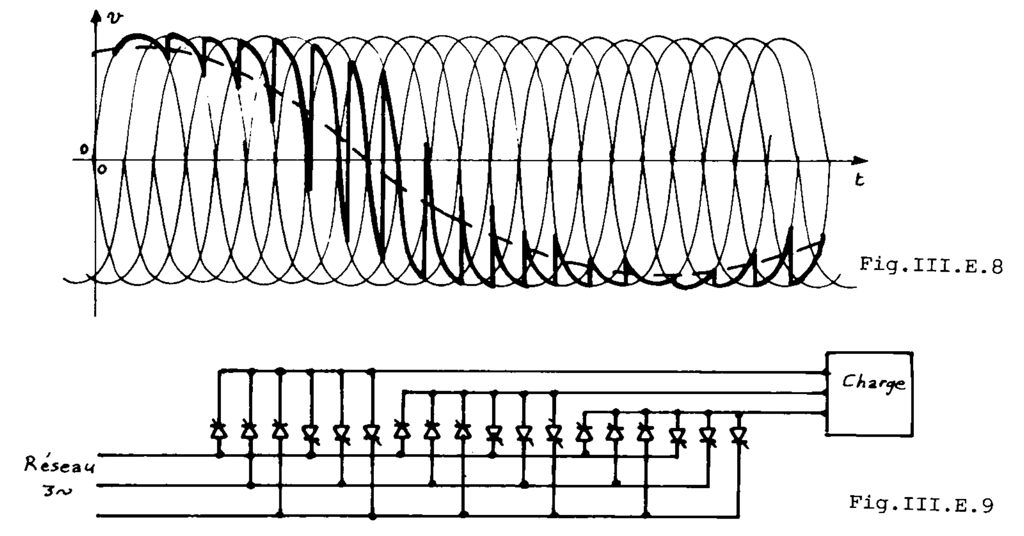


Fig.III.E.8

Fig.III.E.9

La fig. III.E.9 indique le montage d'un cycloconvertisseur triphasé. On peut utiliser un tel dispositif pour alimenter un moteur synchrone à très basse fréquence.

L'analyse de ces fonctionnements se résume ainsi :

- chaque thyristor est commandé avec un retard $\frac{\alpha}{\omega}$ sur son amorçage naturel (tension positive de l'alternance qu'il peut appliquer à la charge) et s'éteint lorsque le courant qui le traverse s'annule ;
- lorsqu'il y a trois thyristors simultanément enclenchés (T_1, T'_2 et T_3 entre les instants $\frac{\alpha}{\omega}$ et $\frac{T}{6}$, dans le cas où $\alpha = \frac{\pi}{4}$), les points A et A' sont au même potentiel, de même que B et B', C et C' ; la somme des tensions $v_{A'N'}$, $v_{B'N}$ et $v_{C'N}$ étant nulle (voir plus haut), le point N est un neutre artificiel et a même potentiel que celui de l'alimentation triphasée ;

  d'où : $$v_{A'N} = v_A \,,\; v_{B'N} = v_B \,,\; v_{C'N} = v_C$$
- lorsque deux thyristors sont simultanément enclenchés, par exemple T_1 et T'_2 entre les instants $\frac{T}{6}$ et $\frac{T}{6} + \frac{\alpha}{\omega}$ (toujours dans le cas où $\alpha = \frac{\pi}{4}$), il vient :
  $$v_{A'N} - v_{B'N} = v_A - v_B = 2.R.i_A \,.$$
  d'où :
  $$v_{A'N} = R.i_A = \frac{1}{2}.(v_A - v_B) = \frac{1}{2}.u_{AB} \quad \text{et} \quad v_{B'N} = -\,v_{A'N} = -\,\frac{1}{2}.u_{AB}$$
- chaque thyristor s'éteint lorsque la tension simple aux bornes de la branche correspondante de la charge tend à s'inverser (la charge étant purement résistante, la tension et le courant s'inversent simultanément).

On établit ainsi de proche en proche les courbes de la fig. III.E.6.

On remarque que, lorsque le retard α prend une valeur supérieure à $\frac{\pi}{2}$(90°), la conduction de chaque thyristor est interrompue ;la fig. III.E.6.b montre en effet que, T_1 étant enclenché, T'_2 s'éteint (à l'instant $\frac{5T}{12}$) avant que T'_3 recoive le signal d'amorçage (instant $\frac{T}{6} + \frac{\alpha}{\omega} = \frac{11T}{24}$ lorsque $\alpha = \frac{7\pi}{12}$). Ce fonctionnement n'est possible que si T_1 reçoit à nouveau un signal de commande à l'instant où T'_3 s'enclenche : d'où nécessité d'un signal de commande large pour chaque thyristor où d'impulsions de confirmation (à l'enclenchement de T'_3, un impulsion est aussi envoyée à T pour s'assurer de son enclenchement).

On vérifie que les tensions produites par un gradateur triphasé (on n'a représenté qu'une tension par élément de charge) sont toujours périodiques et alternatives : la forme de ces tensions (et donc leur composition harmonique) dépend du retard α à la fermeture et de la nature de la charge.

constituée par trois résistances égales disposées en étoile sans fil neutre, ce qui implique : $i_A + i_B + i_C = 0$

et :

$$v_{AN} + v_{BN} + v_{CN} = R.(i_A + i_B + i_C) = 0 \ .$$

Les courbes de la fig. III.E.6 donnent l'allure de la tension simple

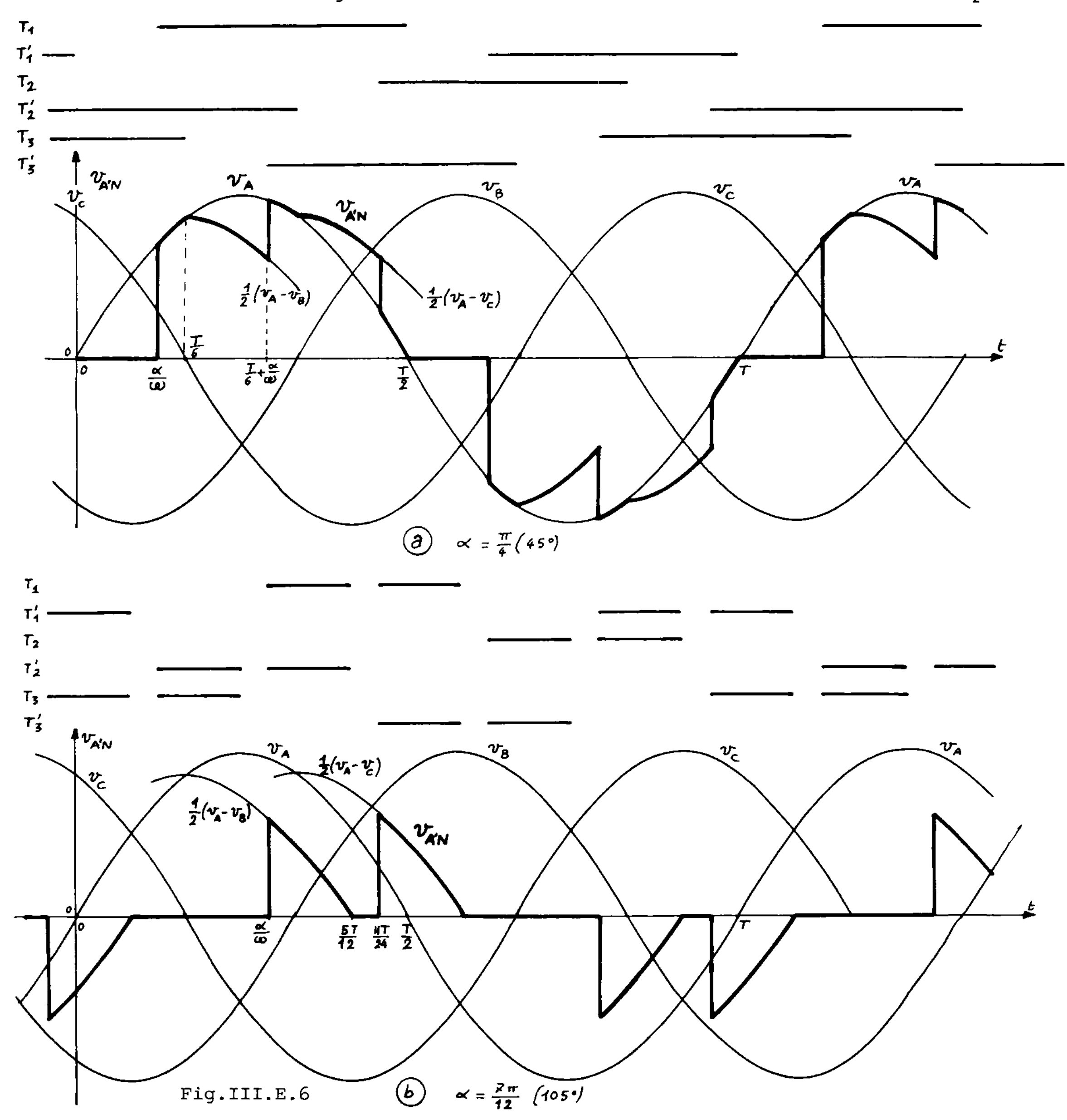


Fig.III.E.6

$v_{A'N}$ aux bornes d'un élément de la charge dans deux cas de fonctionnement :

fig. III.E.6.a : retard à la fermeture $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (45°)

fig. III.E.6.b = retard $\alpha = \frac{7\pi}{12}$ (105°) .

de l'interrupteur ; on conçoit aisément que les valeurs efficaces des tension et courant fondamentaux diminuent lorsque la valeur du retard α augmente ; d'où l'emploi du gradateur pour moduler la valeur efficace de la tension appliquée à une charge (fonction remplie auparavant par le régulateur d'induction, l'autotransformateur ou l'amplificateur magnétique).

III.E.3 GRADATEURS TRIPHASÉS

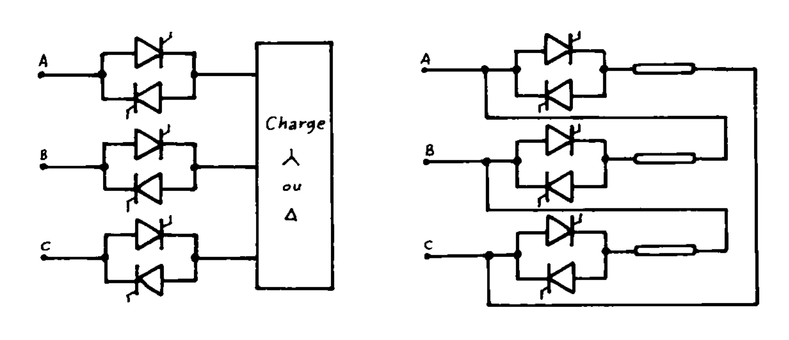


Fig.III.E.3 Fig.III.E.4

On peut réaliser en triphasé le même "découpage" des tensions d'alimentation qu'en monophasé, à condition de décaler les commandes des différentes interrupteurs statiques dans le même ordre et du même angle que les tensions simples découpées par chacun d'eux.

Les fig. III.E.3 et III.E.4 indiquent deux des types de gradateurs triphasés réalisés : les interrupteurs statiques peuvent être disposés entre source et récepteur (montage de la fig. III.E.3) ou en série avec chaque élément du récepteur (fig. III.E.4 dans le cas d'un récepteur en triangle).

L'étude complète du fonctionnement d'un gradateur triphasé sur charge quelconque déborde l'ambition de ce cours ; on retiendra que, comme son homologue monophasé, il permet de moduler les tensions appliquées à la charge et introduit des composantes harmoniques de fréquences n.f (n entier) de tension et de courant.

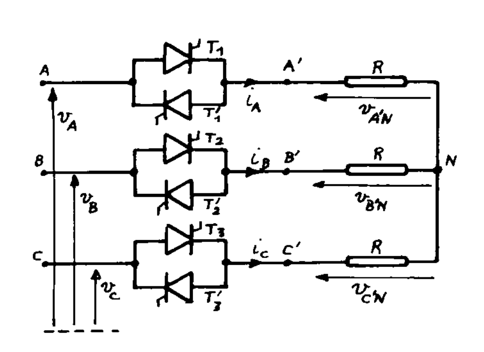


Fig.III.E.5

L'allure des tensions produites par un tel convertisseur sera établie dans le cas simple du montage de la fig. III.E.5 ; la charge est

L'allure de i(t) a été représentée sur la fig. III.E.2. L'intensité i s'annule (et le thyristor T_1 se bloque) à une date $\frac{\beta}{\omega}$ (c'est-à-dire avec un retard angulaire α sur le début de l'alternance positive) telle que :

$$\sin(\beta - \phi) = \exp\left(\frac{\alpha R}{L\omega} - \frac{\beta R}{L\omega}\right) . \sin(\alpha - \phi) \ .$$

Deux cas se présentent alors :

a. le retard α est supérieur au déphasage ϕ de la charge : $\alpha > \phi$

alors : $\sin(\alpha - \phi) > 0$ et le retard β à l'extinction est tel que :

$\sin(\beta - \phi) > 0$, soit : $\beta - \phi < \pi$

d'où : $\beta < \pi + \phi < \pi + \alpha$

et le thyristor T_1 se bloque (avec un retard β) avant que T_2 reçoive (avec un retard $(\alpha + \pi)$) une impulsion de commande ; les deux thyristors sont bloqués entre les instants $\frac{\beta}{\omega}$ et $\frac{\alpha + \pi}{\omega} = \frac{\alpha}{\omega} + \frac{T}{2}$: la tension v est alors nulle.

Les courbes de la fig. III.E.2 ont été établies dans ce cas de figure.

b. le retard α est inférieur au déphasage ϕ ; alors : $\sin(\alpha - \phi) < 0$ et le retard β à l'extinction est tel que : $\sin(\beta - \phi) < 0$;

d'où : $\beta - \phi > \pi$ et $\beta > \pi + \phi > \pi - \alpha$
T_1 se bloque (à l'instant $\frac{\beta}{\omega}$) après que T_2 a reçu le signal d'amorçage (instant $\frac{\alpha + \pi}{\omega} = \frac{\alpha}{\omega} + \frac{T}{2}$). Si le signal de commande se résume à une seule impulsion, T_2 ne s'amorce pas, T_1 sera réenclenché à l'alternance positive suivante et on réalise une tension redressée. Pour produire une tension alternative, il faut commander l'amorçage des thyristors par des signaux larges (ou des peignes d'impulsions) susceptibles de provoquer l'enclenchement dès que les conditions sont réunies (thyristor sous tension directe positive).

L'analyse plus qualitative des courbes de la fig. III.E.2 montre que :

- la tension v le courant de charge i sont toujours des grandeurs périodiques de période T (celle des tensions d'alimentation) mais ne sont plus des fonctions sinusoïdales du temps ; on peut donc décomposer chacune d'elles en un terme fondamental (de fréquence $f = \frac{1}{T}$) auquel sont superposées des composantes harmoniques de fréquences multiples ;
- les valeurs efficaces des termes des décompositions harmoniques évoquées ci-dessus sont fonctions du retard α à la commande de

III.E.2 GRADATEUR MONOPHASÉ

Un gradateur est un interrupteur statique utilisé pour "découper" la tension alternative d'une source. La fig. III.E.2 montre un gradateur monophasé placé entre une source de tension sinusoïdale et une charge (R - L).

Les thyristors reçoivent des signaux d'amorçage retardés de $\frac{\alpha}{\omega}$ sur les débuts des alternances de la tension sinusoïdale v_s.

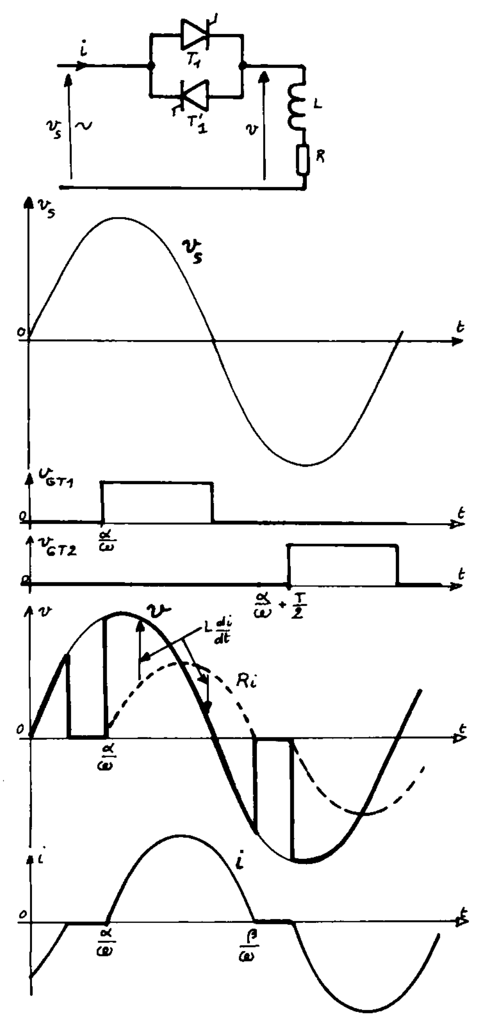


Fig.III.E.2

Le fonctionnement du convertisseur est analysé sur les courbes de la fig. III.E.2 :

- la tension d'alimentation v_s étant de la forme (du fait du choix de l'origine des temps) :

$$v_s = V\sqrt{2}.\sin \omega t$$

- le thyristor T_1 reçoit une impulsion de commande à l'instant $\frac{\alpha}{\omega}$ (soit avec un retard angulaire α sur l'amorçage "naturel") ; T_1 est alors polarisé en direct (si T'_1 est bloqué) et s'amorce ; alors :

$$v_s = V\sqrt{2}.\sin \omega t = v = R.i + L.\frac{di}{dt} .$$

La résolution de cette équation conduit à une expression de i(t) comprenant la solution en régime permanent :

$$i_p = \frac{V\sqrt{2}}{Z}.\sin(\omega t - \phi) \quad \text{où}$$

$$\underline{Z} = R + jL\omega = Z.e^{j\phi}$$

et un terme transitoire de la forme :

$$i_t = I_t.e^{-\frac{1}{L}.Rt} = I_t.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{où } \tau = \frac{L}{R} .$$

Les conditions initiales ($i = 0$ pour $t = \frac{\alpha}{\omega}$) permettent d'établir la valeur de la constante d'intégration I_t :

$$I_t = -\frac{V\sqrt{2}}{Z}.e^{(\frac{\alpha R}{L\omega})}\sin(\alpha-\phi) .$$

D'où :

$$i = \frac{V\sqrt{2}}{Z}.(\sin(\omega t - \phi) - \exp(\frac{\alpha R}{L\omega} - \frac{R}{L}.t).\sin(\alpha-\phi)) .$$

III.E.

Gradateurs et cycloconvertisseurs

Ces convertisseurs produisent des tensions et des courants alternatifs à partir d'une alimentation alternative. Ce sont des gradateurs s'ils ne modifient pas la fréquence des tensions, des cycloconvertisseurs si la fréquence des grandeurs de sortie diffère de celle de l'alimentation.

III.E.1 INTERRUPTEURS STATIQUES

Les composants électroniques permettent de réaliser des interrupteurs bidirectionnels statiques. Deux thyristors disposés tête-bêche (fig. III.E.1.a) ou un triac (fig. III.E.1.b) constituent de tels dispositifs. S'ils reçoivent des impulsions de commande dès qu'ils sont polarisés en direct, l'interrupteur est toujours fermé ; si on supprime les signaux de commande, l'interrupteur s'ouvre après extinction du courant dans les derniers composants amorcés.

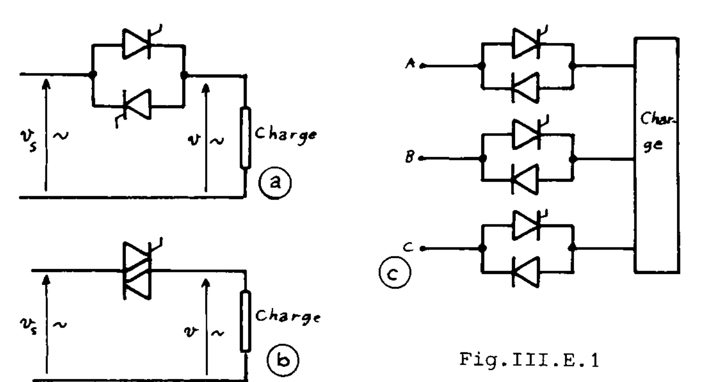


Fig.III.E.1

On peut réaliser la même fonction en triphasé au moyen du montage de la fig. III.E.1.c (il suffit alors d'un thyristor par phase, dans le cas d'une alimenation trois fils).

Les avantages de ces matériels sur les interrupteurs électromécaniques résident dans la rapidité de fermeture et d'ouverture (ce qui permet une utilisation en séquences très brèves), dans l'absence de rebondissement et dans leur encombrement moindre. Par contre, ils supportent moins bien les surcharges ou les surtensions à l'état bloqué.

nière, qui s'exprime, lorsque T est bloqué :

$$v_T = v_C - v$$

prend une valeur maximale voisine de la somme des valeurs maximales de v_C et de v.

III.D.III.4 APPLICATIONS DES ONDULEURS

Nous pouvons citer quelques domaines d'applications :

- productions de fréquences moyennes (de quelques kilohertz à quelques dizaines de kHz) : soudage, chauffage par induction, ozoneurs ;
- alimentations alternatives de secours fonctionnant sur batteries d'accumulateurs ;
- alimentation des moteurs à courant alternatif à fréquence variable (on peut en particulier réaliser un moteur synchrone autopiloté : la commande des interrupteurs statiques de l'onduleur est pilotée par un capteur de position de la roue polaire).

à celle de la résonance du circuit. La fréquence dépend de l'avance $t_o - t_1$ qu'ont les signaux d'amorçage des thyristors sur la tension aux bornes du circuit.

On peut imaginer d'autres montages utilisant le même principe (montage en demi-pont de la fig. III.D.23, en supprimant le circuit de commutation). Les performances de ces onduleurs sont identiques à celles établies pour les commutateurs de courant (§ III.D.III.1.b).

L'amorçage d'un onduleur parallèle suppose un courant circulant dans le circuit oscillant de charge (puisque c'est la charge du condensateur qui assure la commutation des thyristors) ; il faudra donc en général prévoir un dispositif (décharge d'un condensateur chargé au préalable) injectant de l'énergie dans la charge avant la mise en route de l'onduleur.

c. Onduleur à injection de courant

Le principe de ce type de dispositif est indiqué par la fig. III.D.34. Un circuit oscillant parallèle reçoit périodiquement des impulsions de courant apportant l'énergie dissipée dans la charge au cours de la période. Ces impulsions sont commandées par l'inversion de la tension (dans le sens croissant, dans notre cas de figure) aux bornes de la charge ; elles proviennent de la décharge d'un condensateur C, décharge provoquée par l'enclenchement d'un thyristor T; les bobines servent à limiter l'intensité des courants de charge (L) et de décharge (ℓ).

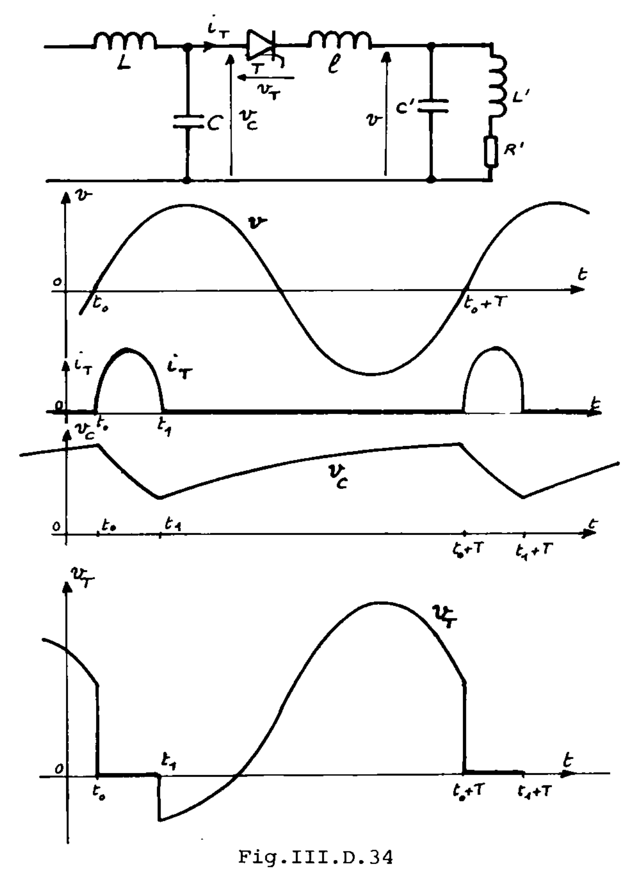


Fig.III.D.34

La fig. III.D.34 indique aussi l'évolution de la tension v_C aux bornes du condensateur et de celle, v_T, aux bornes du thyristor ; on voit en particulier que cette der-

la fig. III.D.20). Les performances de ces onduleurs (relations entre les tensions de la source et de la charge, entre les intensités des courants de la source, de la charge et dans les thyristors) sont identiques à celles établies pour l'onduleur de tension.

b. Onduleur parallèle

C'est le montage dual du précédent et un onduleur de courant (cf. § III.D.III.1.b) dont la commutation est assurée par la charge. Le montage et le fonctionnement sont rappelés sur la fig.III.D.33 :

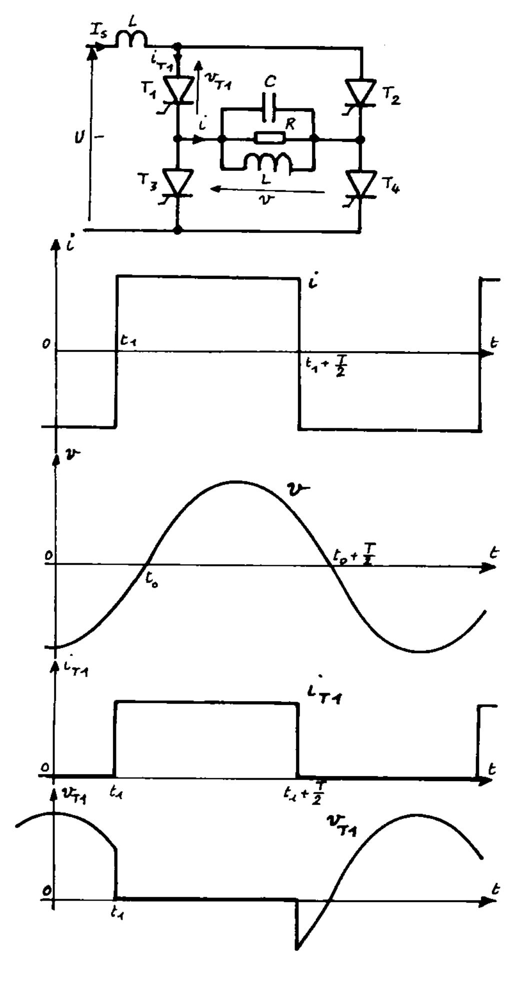


Fig.III.D.33

- le courant i de la charge est inversé à l'instant t_1 antérieur à l'inversion de la tension v(t) ; les thyristors T_1 et T_4 sont alors polarisés sous tension directe : ($v_{T1} = v_{T4} = -v>0$ avant l'instant t_1) et s'amorcent spontanément, bloquant T_2 et T_3 car : ($v_{T2} = v_{T3} = v<0$ à l'instant où T_1 et T_4 s'enclenchent)
- la tension v s'inverse à l'instant t_o ; T_2 et T_3 se trouvent alors polarisés par la tension v positive (dans notre cas de figure) : ils restent bloqués si la durée $t_o - t_1$ est supérieure à leur temps de blocage.

La condition de fonctionnement d'un tel onduleur est donc aussi : onde fondamentale du courant i(t) en avance sur la tension v(t) aux bornes de la charge, c'est-à-dire circuit capacitif (aux fréquences de travail de l'onduleur) ; d'où :

$$\frac{L\omega}{1 - LC\omega^2} < 0 \quad \text{soit} \quad 1 - LC\omega^2 < 0 .$$

Donc :

$$\omega > \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \text{ou} \qquad f > f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} .$$

L'onduleur parallèle fonctionne donc à des fréquences supérieures

- l'intensité du courant i devient positive à l'instant t_1 : T_2 et T_3 se bloquent et D_2 et D_3 assurent la continuité de i ;
- les thyristors T_1 et T_2 reçoivent une impulsion de commande à l'instant t_o, postérieur à t_1 ; ils sont alors polarisés en direct et s'enclenchent, bloquant D_2 et D_3.

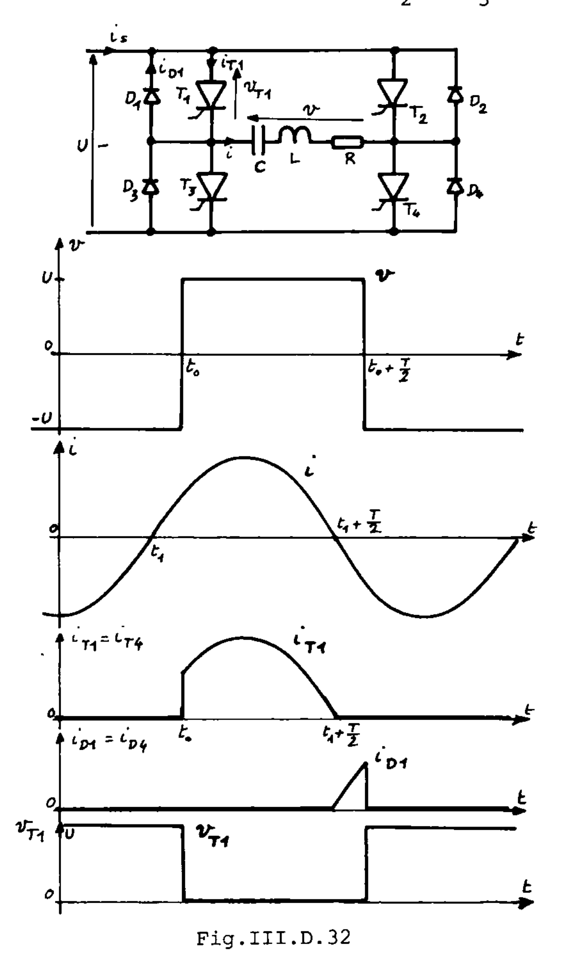


Fig.III.D.32

On voit qu'une seule impulsion de commande par thyristor suffit désormais ; le blocage est assuré par la charge à condition que l'intensité du courant i(t) soit en avance sur la composante fondamentale de la tension v(t), ce qui se traduit en disant que l'impédance de la charge (à la pulsation d'oscillation) doit être capacitive ; d'où :

$$-\frac{1}{C\omega} + L\omega < 0 \quad \text{soit } \omega < \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ou : $f < f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

L'onduleur travaille donc à une fréquence inférieure à celle de la résonance du circuit (mais voisine si on veut avoir une impédance apparente du circuit de charge de valeur réduite) ; la fréquence d'ondulation est réglée au moyen du retard à l'amorçage des thyristors (retard compté à partir de l'inversion du courant) ; ce retard ne pourra pas devenir trop réduit : s'il devenait inférieur au temps de blocage (t_q) des thyristors, la commutation ne serait plus assurée.

La mise en court-circuit de la bobine ou l'ouverture du circuit oscillant conduisent à l'extinction de l'oscillation.

On pourra réaliser d'autres montages utilisant le même principe (voir le dispositif en demi-pont à transformateur à point milieu de

$$v_{BN} - v_{CN} = 2.v_{BN} + v_{AN} = v_B - v_C \qquad (2')$$

$$v_{AN} - v_{BN} = v_A - v_B \qquad (1)$$

On en déduit immédiatement :

$$v_{AN} = \frac{2}{3}.v_A - \frac{1}{3}.(v_B + v_C) = v_A - \frac{1}{3}.(v_A + v_B + v_C).$$

Les grandeurs v_{BN} et v_{CN} s'en déduisent par permutation circulaire des indices.

Les courbes établies jusqu'ici (fig. III.D.30.a) concernent un onduleur triphasé dont chaque interrupteur statique est commandé pour être enclenché pendant une demi-période (chaque tension simple vaut U pendant $\frac{T}{2}$, zéro pendant $\frac{T}{2}$; on dit qu'un tel onduleur a un angle de conduction $\alpha = \pi$).On peut imaginer de réduire la durée d'application des tensions extrêmes U et 0 aux bornes de la charge. Par exemple, dans le cas d'une charge purement résistante, la limitation à $\frac{5\pi}{6}$ (150°) où à $\frac{2\pi}{3}$ (120°) de l'angle de conduction des interrupteurs conduit à des tensions simples, composées et par élément (en étoile) représentées en III.D.30.b et III.D.30.c. Ces courbes, légèrement différentes de celles qui correspondent à une charge quelconque, montrent qu'on peut produire des tensions plus voisines de grandeurs sinusoïdales du temps en modulant la durée de conduction : une étude quantitative montrerait que le taux des composantes harmoniques de rang faible (5f et 7f) est minimal au voisinage de $\alpha = \frac{5\pi}{6}$. Le choix d'une telle durée de conduction simplifie donc le problème du filtrage des fréquences harmoniques parasites ; mais, il complique la commande de l'onduleur pour laquelle il faut élaborer des signaux d'enclenchement ou de déclenchement chaque $\frac{T}{12}$ (ou chaque $\frac{\pi}{6}$ = 30°).

III.D.III.3 ONDULEURS A COMMUTATION PAR LA CHARGE (OU A CIRCUIT OSCILLANT)

a. Onduleur série

L'onduleur monophasé série à charge oscillante est un onduleur de tension identique à celui étudié au paragraphe III.D.III.1.a commandé en retard sur l'intensité du courant qui circule dans la charge. Le fonctionnement du dispositif, analogue à celui de l'onduleur de tension est décrit par les courbes de la fig. III.D.32 :

Fig.III.D.30

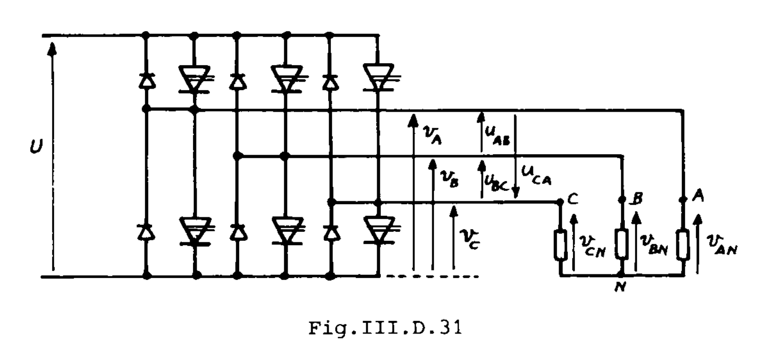


Fig.III.D.31

Si la charge est triphasée équilibrée, la somme des tensions simples est nulle à chaque instant (les f.e.m. internes, triphasées, ont une somme nulle et la somme des chutes de tensions dans les impédances égales des trois éléments est nulle puisque la somme des intensités est elle-même nulle) ; d'où la relation :

$$v_{AN} + v_{BN} + v_{CN} = 0 \ . \qquad (4)$$

D'où, en portant dans la relation *(2)* :

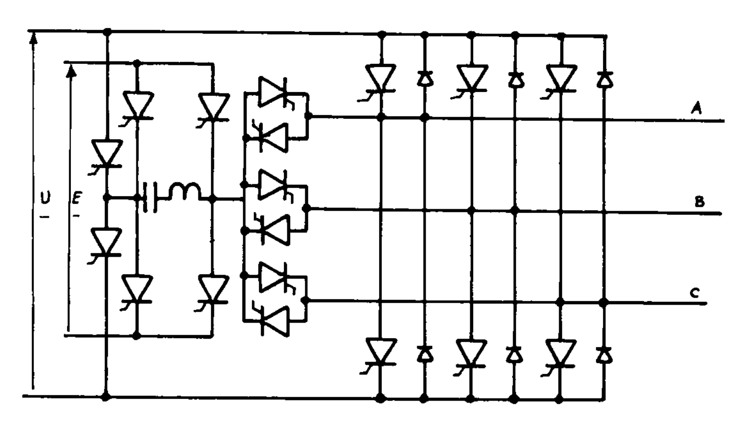


Fig.III.D.28

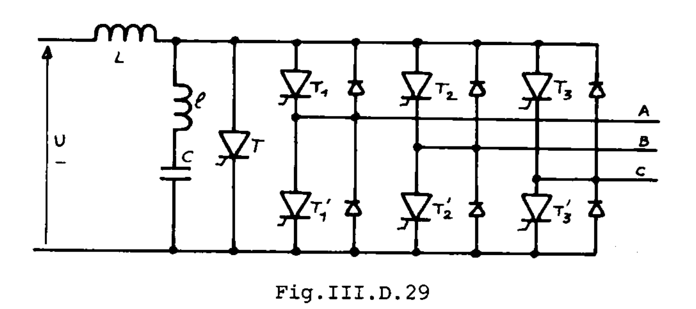


Fig.III.D.29

Enfin, le convertisseur de la fig. III.D.29, dit à extinction totale, procède par blocage périodique de tous les thyristors (enclenchement du thyristor T) ; après chaque extinction, il suffit d'enclencher les thyristors choisis pour la phase suivante du fonctionnement.

L'allure des tensions produites par un onduleur triphasé est représentée sur la fig. III.D.30.a.

On a construit successivement :

- les tensions simples v_A, v_B et v_C issues du pont triphasé onduleur : elles prennent les valeurs 0 et U (tension de la source) et sont décalées dans le temps d'un tiers de période et dans l'ordre A,B, C (par exemple) ;
- les tensions composées u_{AB}, u_{BC} et u_{CA} définies par :

$$u_{AB} = v_A - v_B \;,\; u_{BC} = v_B - v_C \;,\; u_{CA} = v_C - v_A \;;$$

(on n'a représenté que u_{AB}, les autres tensions composées ayant même forme).

Ces tensions composées sont aussi les d.d.p. aux bornes des éléments de la charge si ces derniers sont connectés en triangle;

- les tensions par élément de la charge si cette dernière est couplée en étoile (fig. III.D.31) ; ces grandeurs, v_{AN}, v_{BN} et v_{CN} satisfont à :

$$v_{AN} - v_{BN} = u_{AB} = v_A - v_B \qquad (1)$$

$$v_{BN} - v_{CN} = u_{BC} = v_B - v_C \qquad (2)$$

$$v_{CN} - v_{AN} = u_{CA} = v_C - v_A \qquad (3)$$

en ligne est alors toujours nulle. Le dispositif de la fig. III.D.26 est suffisant puisque cette condition est imposée par le montage.

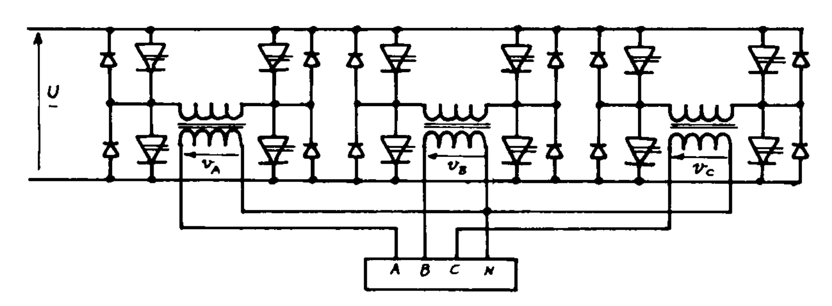


Fig.III.D.25

Ce type de réalisation permet de réduire le nombre des interrupteurs statiques (et donc aussi celui des dispositifs de commande et de commutation).

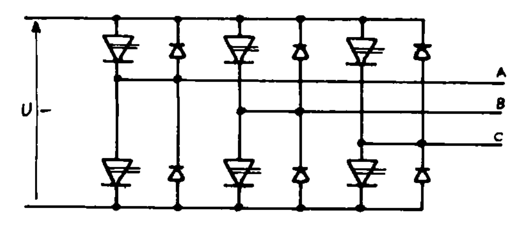


Fig.III.D.26

La fig. III.D.27 représente un montage de ce type à un seul dispositif de commutation par "phase" c'est-à-dire par couple de thyristors, chacun de ces couples commutant une tension simple de l'onduleur). Les thyristors auxiliaires permettent la charge et la décharge du condensateur de blocage suivant un principe analogue à ceux déjà étudiés.

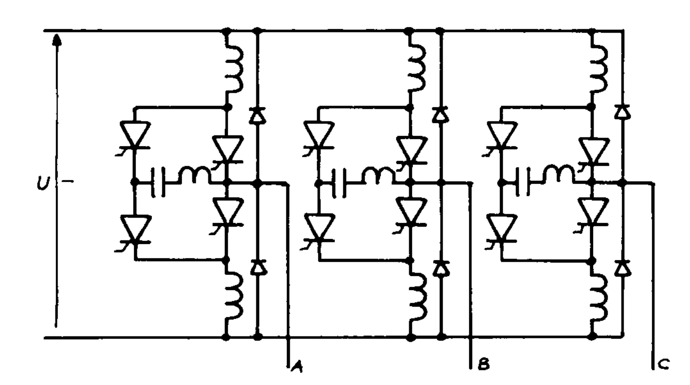


Fig.III.D.27

On peut aussi rassembler l'ensemble des circuits de blocage utilisés par les trois onduleurs élémentaires ; d'où le montage de la fig.III.D.28 un seul condensateur permet de bloquer successivement les différents thyristors de l'onduleur. La charge du condensateur est obtenue au moyen d'un pont de thyristors auxiliaires à partir de la tension de la source continue (si elle est suffisante) ou d'une source auxiliaire (E).

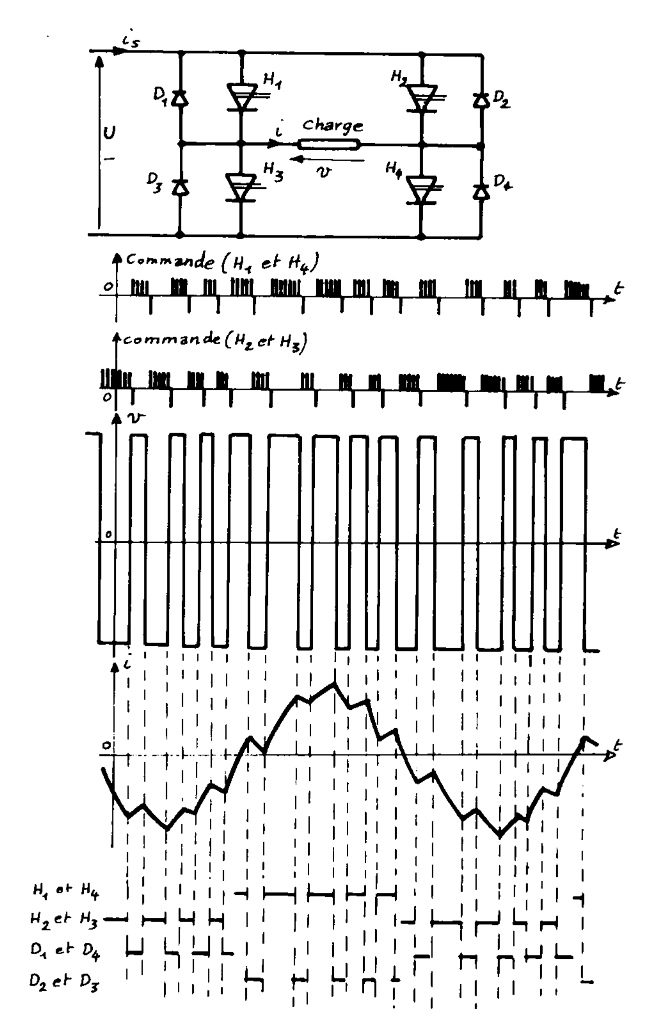


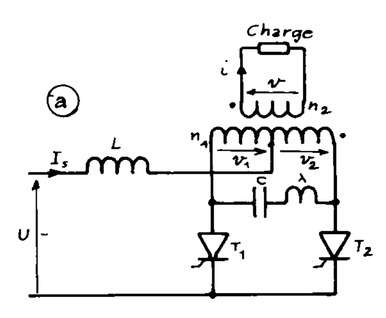
Fig.III.D.24

III.D.III.2 ONDULEURS TRIPHASÉS

Ils découlent immédiatement des onduleurs monophasés : trois onduleurs monophasés auto-commutés, dont les signaux d'enclenchement et de déclenchement sont décalés dans le temps de $\frac{T}{3}$ lorsqu'on passe d'un onduleur au suivant, constituent un onduleur triphasé. Il sera parfois possible de rassembler un certain nombre de fonctions communes aux trois onduleurs dans le but de simplifier le montage.

Le montage de la fig. III.D.25 indique le principe d'un onduleur de tension triphasé réalisé à partir de trois onduleurs monophasés indépendants alimentés par la même source de tension continue.

Dans le cas d'une charge triphasée équilibrée, un montage plus simple peut être adopté en remarquant que la somme des intensités des courants



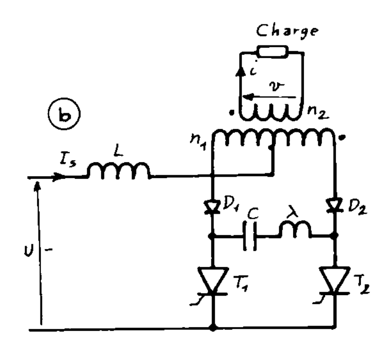


Fig.III.D.23

Remarque 3 : on peut faire l'économie de deux thyristors en réalisant le montage en demi-pont de la fig. III.D.23.a. Il fonctionne sur le même principe que le précédent mais chaque thyristor doit supporter en direct à l'état bloqué une tension maximale double de celle appliquée par la source à chaque demi-enroulement primaire du transformateur. Un inconvénient de ce montage provient du fait que la tension finale de charge du condensateur C varie avec le déphasage ϕ_1 ; on n'est donc pas assuré que la charge de C soit suffisante pour réaliser la commutation des thyristors ; on résoud ce problème en disposant des diodes de blocage (D_1 et D_3 sur la fig. III.D.23.b) qui permettent au condensateur de se charger sous la tension maximale mais lui interdisent de se décharger dans une maille ne contenant pas de thyristor (exemple : si T_1 conduit, C se charge à travers D_2 mais ne pourra se décharger qu'à travers T_2 lorsque ce dernier recevra une impulsion de commande).

c. Onduleur à modulation de largeur d'impulsions (M.L.I.)

La fig. III.D.24 représente un onduleur de tension à M.L.I. ainsi que le système des signaux de commande des interrupteurs statiques (les impulsions positives produisent l'enclenchement tandis que les impulsions négatives représentent les signaux d'ouverture). On a aussi représenté l'allure de la tension v(t) aux bornes de la charge et celle de l'intensité i(t) du courant de charge.

Un choix convenable des durées successives de conduction des divers interrupteurs permet :

- soit de produire un courant de charge dont l'intensité est une fonction très voisine d'une sinusoïde ;
- soit de réaliser une tension v(t) aux bornes de la charge dont la décomposition harmonique ne contient pas de termes à des fréquences indésirables (trop basses pour être filtrées efficacement ou interdites pour d'autres raisons : résonances , fréquences utilisées par des matériels voisins).

Les performances de cet onduleur se déduisent des courbes de la fig. III.D.22 . On peut exprimer :

- la valeur efficace I_1 de la composante fondamentale (de pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$) de i(t), d'allure (par raison de symétrie) :

$$i_1 = I_1\sqrt{2}.\sin\omega(t - t_1)$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}}{T}.\int_{t_1}^{t_1+T} i.\sin\omega(t - t_1).dt = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.I_s$$

(si I_s est l'intensité, supposée constante, du courant débité par la source).

- la tension aux bornes de la charge, de forme : $v = V\sqrt{2}.\sin\omega(t - t_o)$.
- la valeur moyenne de l'intensité du courant dans un interrupteur statique :

$$I_H = \frac{1}{T}.\int_{t_1}^{t_1+T/2} I_s.dt = \frac{I_s}{2} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}}.I_1$$

- la valeur maximale de la tension appliquée à un interrupteur statique : $V_{iM} = V_{DM} = V\sqrt{2}$
- la valeur moyenne de la tension v_s aux bornes du pont onduleur :

$$V_s = \frac{2}{T}\int_{t_1}^{t_1+T/2} V\sqrt{2}.\sin\omega(t - t_o).dt = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.V.\cos\pi(t_1 - t_o) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.V.\cos\phi_1$$

(en notant toujours ϕ_1 le retard angulaire $\omega(t_1 - t_o)$ de $i_1(t)$ sur v(t)). Cette valeur moyenne de v_s est nécessairement égale à U puisqu'il n'y a pas de chute de tension moyenne aux bornes de la bobine d'inductance L.

D'où : $U = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.V.\cos\phi_1$, $V = \frac{\pi.U}{2\sqrt{2}.\cos\phi_1}$, $V_{iM} = V_{DM} = \frac{\pi.U}{2.\cos\phi_1}$.

Ces relations permettent de choisir les éléments du montage (composants, source) en fonction du but recherché.

Remarque 1 : durant la commutation de H_1 et H_3, la source est mise en court-circuit. La bobine d'inductance L sert alors à limiter l'intensité du courant débité à une valeur acceptable ; elle limite aussi l'intensité du courant appelé par la charge lors de la fermeture des interrupteurs.

Remarque 2 : comme l'onduleur de tension dont il est le dispositif dual, l'onduleur de courant commute naturellement lorsque la charge est capacitive (voir plus loin : onduleurs à commutation par la charge).

bobines représentés : le condensateur C_3 se charge sous la tension U pendant que T_1 est enclenché ; la première impulsion d'amorçage reçue par T_3 provoque la décharge de C_3 à travers ℓ_3 et T_3 ; la f.e.m. produite par ℓ_1, couplée à ℓ_3, bloque T_1.

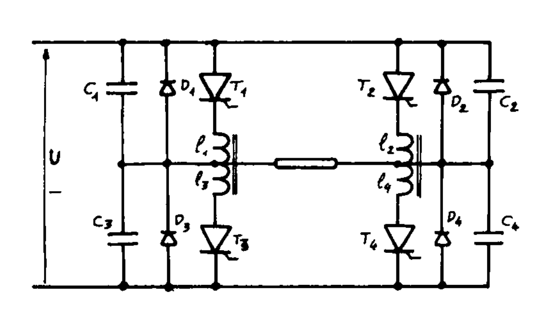


Fig.III.D.21

b. Onduleur de courant (commutateur)

Le schéma de principe de ce convertisseur est indiqué sur la fig. III.D.22 : des interrupteurs statiques permettent d'inverser l'alimentation d'une charge acceptant les discontinuités de courant (condensateur en parallèle) à partir d'une source de courant (bobine d'inductance en série). Le fonctionnement du montage est décrit par les courbes de la fig. III.D.22 (dans le cas d'une charge inductive et en supposant sinusoïdale la tension v aux bornes de la charge) :

- avant l'instant t_o les interrupteurs H_2 et H_3 sont enclenchés, l'intensité du courant i et la tension v prennent des valeurs négatives (dans nos conventions) ;
- à l'instant t_o la tension v s'annule puis change de signe ;
- à l'instant t_1, les interrupteurs H_2 et H_3 sont bloqués puis H_1 et H_4 enclenchés ; l'intensité i s'inverse ($i = I_s$).

La courbe $v_{H1}(t)$ montre qu'à l'instant t_1 la tension aux bornes de H_1 est négative ; H_1 ne s'amorcera donc qu'après que H_2 aura été bloqué.

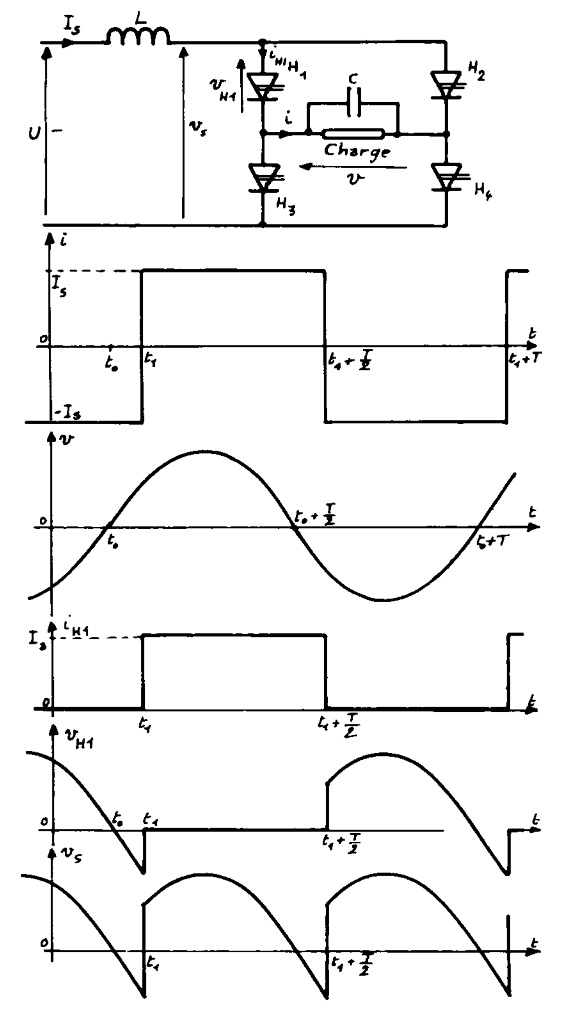


Fig.III.D.22

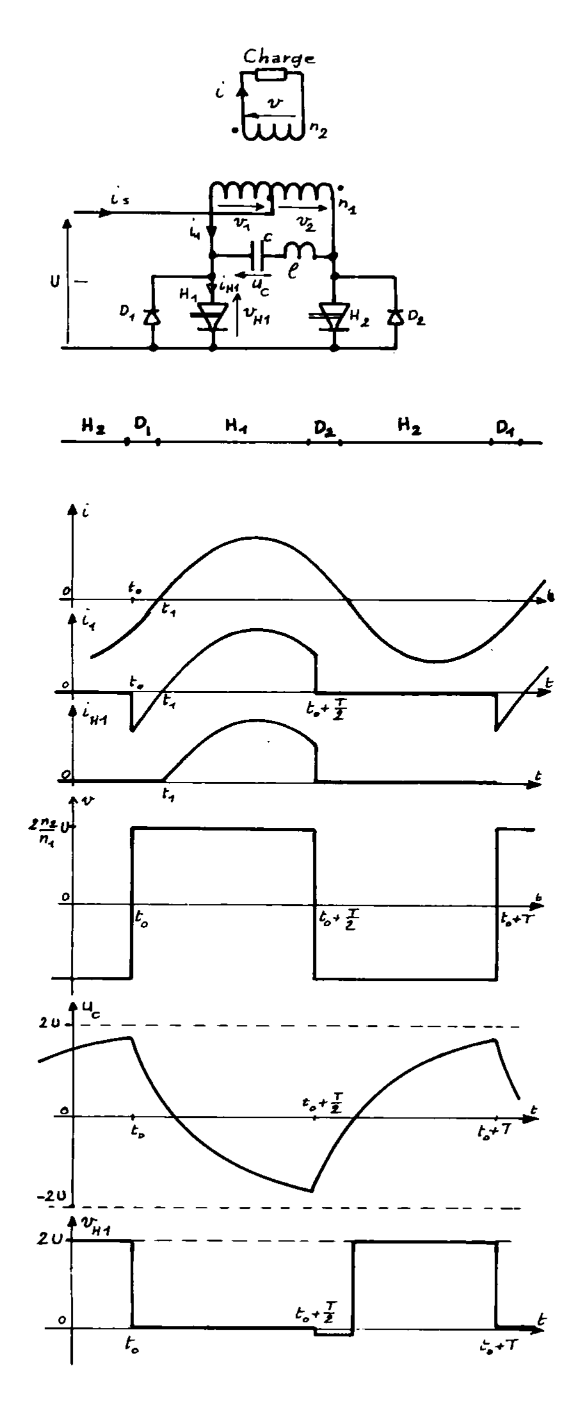


Fig.III.D.20

Le condensateur C se charge sous la tension : $-v_1 - v_2 = 2.U$ et la tension u_C à ses bornes tend vers 2.U . Le thyristor H_1 doit supporter une tension directe : $v_{H1} = -v_1 - v_2 = 2U$.

- le thyristor H_1 est commandé à l'instant t_0 ; il s'amorce et permet au condensateur C de se décharger (à travers H_1, ℓ et D_2); privé de courant pendant une durée supérieure à son t_q, H_2 s'éteint. H_1 se bloque aussi si l'intensité du courant appelé par la charge reste négative (dans nos conventions et pour une charge inductive) et c'est D_2 qui assure la continuité de $i(t)$;

- le courant i(t) change de sens à l'instant t_1 ; H_1 peut alors s'amorcer (dès réception d'un signal de commande) et $v_1 = v_2 = U$; d'où : $v = m.(v_1 + v_2) = 2.m.U$ et le condensateur C se charge sous la tension $-v_1 - v_2 = -2.U$.

On remarque que chaque thyristor doit supporter en direct à l'état bloqué une tension de valeur maximale 2.U (les diodes de retour doivent accepter une tension inverse de même valeur maximale).

L'onduleur de tension en pont de la fig. III.D.21 fonctionne sur le même principe ; la commutation des thyristors est obtenue au moyen des condensateurs et des

Remarque 2 : on a vu que les interrupteurs H_2 et H_3 sont bloqués à l'instant t_o alors que H_1 et H_4 ne pourront être enclenchés qu'à une date ultérieure, t_1, fonction de la nature de la charge ; d'où la nécessité de commander la fermeture des interrupteurs, soit par un signal large (largeur $\frac{T}{2}$ pour permettre le retard maximal), soit par un peigne d'impulsions (voir figure) susceptible d'enclencher les interrupteurs dés que les conditions de fermeture sont réunies.

Remarque 3 : le dispositif étudié est bien sûr réversible (on reconnaît un pont redresseur monophasé) et permet donc de fonctionner en récupération.

Remarque 4 : le fonctionnement du montage proposé se simplifie lorsque le courant de charge i(t) est en avance sur la tension v(t) ; l'extinction de H_2 et H_3 se produit alors à un instant t_1 antérieur à t_o ; les diodes D_2 et D_3 assurent le passage d'un courant d'intensité positive avant l'enclenchement de H_1 et H_4 (c'est-à-dire entre les instants t_1 et t_o), polarisent ces interrupteurs sous tension directe de valeur v_{H1} et $v_{H4} = U$. La première impulsion de commande arrivant en t_o à H_1 et H_4 les enclenche. Un tel fonctionnement économise le peigne des impulsions de commande ainsi que les dispositifs de blocage des interrupteurs (ils sont bloqués par l'inversion du courant dans la charge).

Les montages utilisant cette propriété (commutation par la charge) sont dits onduleurs à circuit oscillant : On étudiera plus loin ce type de matériels.

On peut réaliser à partir du même principe de fonctionnement des onduleurs de tension à deux thyristors et transformateur à point milieu (schéma de la fig. III.D.20). Les éléments H_1 et H_2 sont de simples thyristors (munis de leurs circuits de protection et de commande) ; le dipôle comprenant le condensateur de capacité C et la bobine d'inductance ℓ assure la commutation des thyristors (la bobine ne sert qu'à limiter l'intensité du courant de charge de C à une valeur acceptable) ; les courbes de la fig. III.D.20 permettent d'analyser le comportement de l'ensemble :

- avant l'instant t_o, H_2 conduit, $v = \dfrac{n_2}{\frac{n_1}{2}} . v_2 = \dfrac{2n_2}{n_1} . v_2 = 2.m.(-U) = -2mU$;

D'où : $$v_1 = \frac{n_1}{2.n_2} . v = -U = v_2$$

- l'intensité i s'annule à l'instant t_1 et H_1 et H_4 peuvent s'enclencher (à condition de recevoir des impulsions de commande) ; la tension appliquée à la charge vaut alors $v = U$ (ce qui était déjà le cas entre les instants t_o et t_1)
- les interrupteurs H_1 et H_4 sont bloqués à $t_o + \frac{T}{2}$; ce sont alors les diodes D_2 et D_3 qui conduisent et $v = -U$.

La tension v(t) aux bornes de la charge a l'allure indiquée sur la figure ; le permier terme de sa décomposition harmonique est de la forme (par raison de symétrie) :

$$v_1 = V_1\sqrt{2}.\sin\omega(t - t_o) \quad (\text{où } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ et } V_1 = \frac{\sqrt{2}}{T}.\int_{t_o}^{t_o+T} v.\sin\omega(t-t_o).dt = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.U).$$

L'intensité du courant de charge est de la forme : $i = I\sqrt{2}.\sin\omega(t - t_1)$.

On en déduit :

- la valeur moyenne de l'intensité i_s du courant débité par la source :

$$I_s = \frac{2}{T}\int_{t_o}^{t_o+T/2} i_s.dt = \frac{2I\sqrt{2}}{\pi}.\cos\omega(t_1 - t_o) = \frac{2I\sqrt{2}}{\pi}.\cos\phi_1$$

si on note ϕ_1 le retard angulaire $\omega(t_1 - t_o)$de l'intensité du courant i(t) sur le terme fondamental $v_1(t)$ de la décomposition harmonique de la tension v.

D'où la puissance utile de l'onduleur (si on néglige ses propres pertes) :

$$P = U.I_s = V_1.I.\cos\phi_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.UI.\cos\phi_1$$

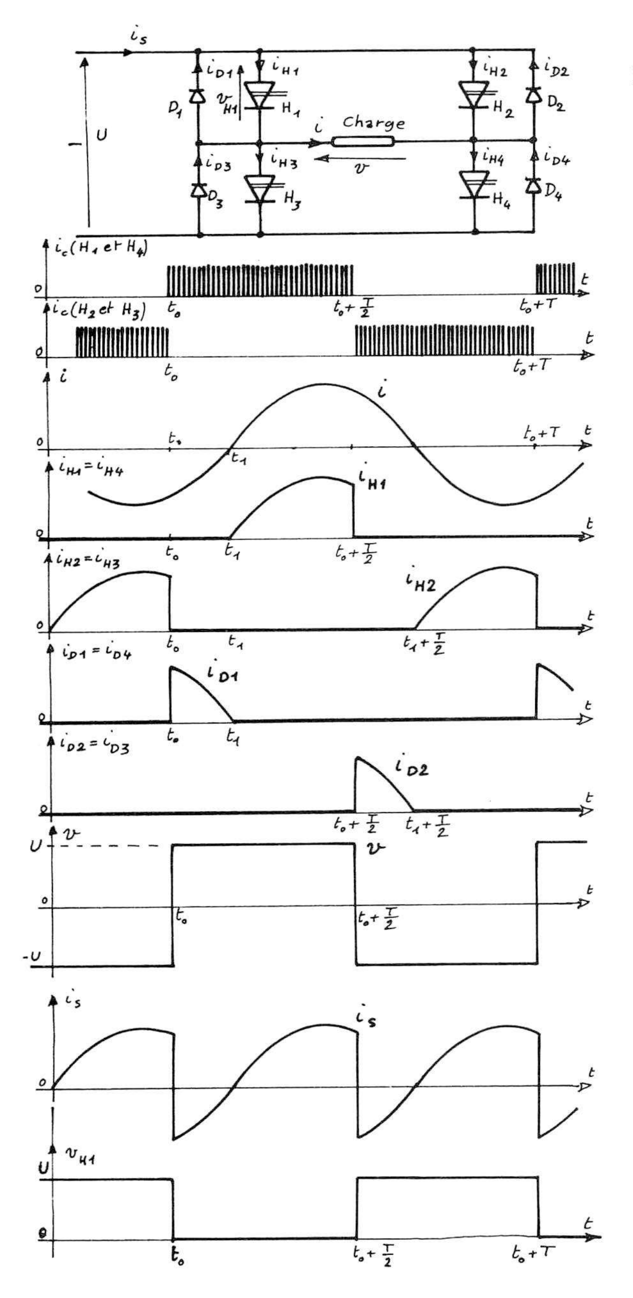
- la valeur moyenne de l'intensité du courant dans un interrupteur statique :

$$I_H = \frac{1}{T}.\int_{t_1}^{t_o+T/2} I\sqrt{2}.\sin\omega(t-t_1).dt = \frac{I}{\pi\sqrt{2}}.(1+\cos\phi_1) .$$

Cette expression permet de choisir les composants (thyristors ou transistors de puissance) constituant les interrupteurs statiques.

On voit de plus que chacun de ces interrupteurs doit supporter une tension directe U à l'état bloqué.

Remarque 1 : la source de tension doit accepter le débit d'une intensité négative (batterie d'accumulateurs, pont redresseur avec batterie de condensateurs aux bornes).



source de tension continue. La charge, qui doit donc supporter des variations discontinues de la tension, ne supporte pas les discontinuités de courant ; d'où les diodes de retour disposées aux bornes des interrupteurs statiques.

Pour simplifier l'analyse du fonctionnement de ce montage, on supposera que l'intensité i(t) du courant de charge est une fonction sinusoïdale du temps (ce qui revient à ne considérer comme important que le premier terme de la décomposition harmonique de i(t)). D'où le fonctionnement décrit par les courbes de la fig. III.D.19 (dans le cas d'une charge inductive) :

Fig.III.D.19

- peu avant l'instant t_o, les interrupteurs H_2 et H_4 sont enclenchés ; l'intensité du courant i est négative ;

- à l'instant t_o, H_2 et H_3 sont bloqués et H_1 et H_4 reçoivent des signaux d'amorçage ; mais l'intensité i est toujours négative et ne peut être discontinue ; ce sont les diodes D_1 et D_4 qui vont permettre au courant i de s'annuler ;

- chaque hacheur élémentaire n'a à fournir qu'une partie de la puissance utile (exactement la fraction $\frac{1}{n}$ de la puissance totale), et est donc calculé en conséquence ;

- les dispositifs de filtrage éventuels, côté source ou côté charge, doivent être calculés pour une fréquence fondamentale n.f au lieu de f ; ils sont d'autant plus faciles à réaliser que la fréquence fondamentale de la décomposition harmonique est plus élevée ;

- il permet de travailler à fréquence de découpage élevée pour chaque hacheur élémentaire (ce qui simplifie le filtrage) tout en conservant la possibilité de faire varier le rapport cyclique α sur la plage (0,1) ; en effet, pour avoir un rapport cyclique unitaire il suffit que chaque hacheur élémentaire conduise pendant $\frac{T}{n}$. Ceci ne pouvait pas être obtenu au moyen d'un seul hacheur pour lequel (à fréquence élevée) le rapport α ne peut approcher de l'unité sans prendre le risque de ne plus pouvoir bloquer H (il faut que la durée d'extinction de H soit supérieure au temps de blocage t_q du thyristor).

III.D.III. ONDULEURS AUTONOMES

Le principe général des onduleurs autonomes a déjà été exprimé au ch. III.D.I (fig. III.D.1.b) ; il consiste à inverser périodiquement la tension aux bornes de la charge (ou l'intensité du courant dans cette charge). On va étudier le principe de quelques montages utilisés.

III.D.III.1 ONDULEURS MONOPHASÉS AUTO-COMMUTÉS (A COMMUTATION FORCÉE)

a. Onduleur de tension

Le principe d'un tel convertisseur est indiqué sur la fig. III.D.19. Tout se passe comme si deux hacheurs permettaient d'alimenter périodiquement la charge sous des tensions opposées à partir d'une même

Ce type de montage est utilisé en électronique pour réaliser des alimentations de tension continue à découpage. On peut citer aussi le dispositif de la fig. III.D.16, disponible sous forme de circuit intégré (à l'exception du transistor de puissance, de la bobine, du condensateur et de la diode D) ; la fréquence de découpage est de l'ordre de quelques kilohertz à quelques dizaines de kilohertz.

L'analyse du fonctionnement est assurée sur les courbes de la fig. III.D.16 et on montre facilement que :

$$U_{d\alpha} = \alpha . U \qquad \text{(III.D.7)}$$

III.D.II.4 ASSOCIATIONS DE HACHEURS

On peut souhaiter augmenter la puissance disponible à la sortie d'un hacheur sans accroître la durée de conduction des composants (pour limiter l'échauffement) ni augmenter la fréquence d'utilisation de ces composants (fréquence limitée dans le cas des thyristors). On résoud ce problème (important dans le cas de la traction électrique) en disposant plusieurs hacheurs en parallèle (trois dans le cas de la fig. III.D.18). Les impulsions de commande sont décalées dans le temps de T/n (s'il y a n hacheurs en parallèle), ce qui permet de

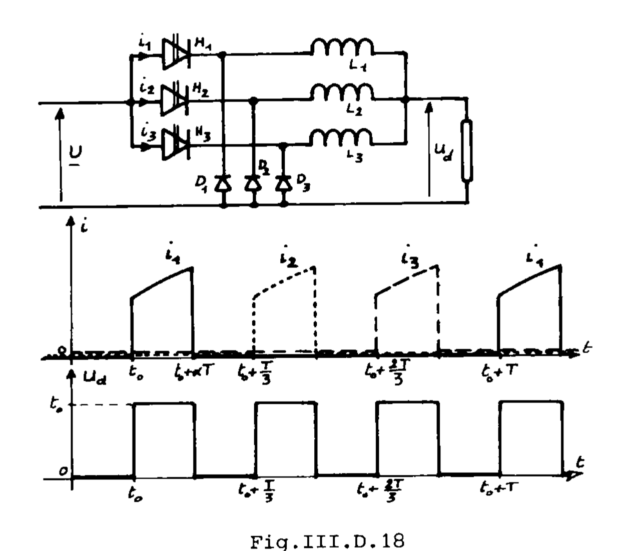


Fig.III.D.18

produire, aux bornes de la charge, une tension u_d de fréquence n.f (si f est la fréquence de découpage d'un hacheur) et de rapport cyclique n.α(cf.fig. III.D.18). Ce montage présente plusieurs avantages :

la diode D, polarisée en inverse sous la tension $U+U_{d\alpha}$ est bloquée :

$$i_d = 0 \ , \ i = i_L$$

- pour $t_o + \alpha T < t < t_o + T$, H est bloqué ; le déclenchement de H provoque une f.e.m. induite $u_L = L.\frac{d}{dt}(i_L)$ très négative qui débloque D ; alors :

$$u_L = -U_{d\alpha} \ , i_L = i_d \ .$$

L'énergie accumulée dans L est fournie à la charge et i_L diminue.

D'où les courbes de la fig. III.D.14 dont on peut déduire la relation entre U et $U_{d\alpha}$ (supposée indépendante du temps) ; la courbe $u_L(t)$ permet de calculer la valeur moyenne U_L de cette grandeur, valeur moyenne que l'on sait être nulle ; d'où

$$0 = U_{L\alpha} = \frac{1}{T}\int_{t_o}^{t_o+\alpha T} U.dt + \frac{1}{T}\int_{t_o+\alpha T}^{t_o+T} (-U_{d\alpha}).dt = \alpha.U - (1-\alpha).U_{d\alpha} \ .$$

On en déduit :

$$U_{d\alpha} = \frac{\alpha}{1-\alpha}.U \qquad (III.D.5)$$

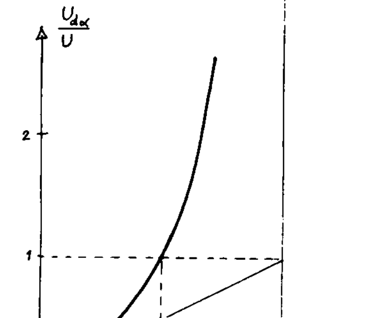


Fig.III.D.17

L'évolution de $\frac{U_{d\alpha}}{U}$ en fonction de la valeur α du rapport cyclique est indiquée sur la fig.III.D.17 ; on voit que ce convertisseur permet de réaliser des tensions de sortie inférieures ou supérieures à celle de la source. On montrerait facilement que les valeurs moyennes I_α, $I_{L\alpha}$ et $I_{d\alpha}$ de $i(t)$, $i_L(t)$ et $i_d(t)$ sont liées par :

$$\frac{I_\alpha}{\alpha} = I_{L\alpha} = \frac{I_{d\alpha}}{1-\alpha} \qquad (III.D.6)$$

ce qui permet de choisir la source et la bobine en fonction des conditions de charge fixées.

Le montage de la fig. III.D.15 fonctionne en vertu du même principe (c'est le transformateur qui joue le rôle de la bobine précédente) ; les relations entre grandeurs de sortie et d'entrée sont identiques (au rapport de transformation m près) :

$$U_{d\alpha} = \frac{\alpha.m}{1-\alpha}.U \qquad I_{d\alpha} = \frac{1-\alpha}{\alpha.m}.I_\alpha \ .$$

Ce montage présente en plus l'avantage d'isoler galvaniquement la sortie de l'entrée.

III.D.II.3 HACHEURS À ACCUMULATION

On nomme ainsi les convertisseurs disposant entre source et charge d'un composant intermédiaire accumulant de l'énergie provenant de la source avant de la restituer à la charge. La fig. III.D.14 représente un tel dispositif;

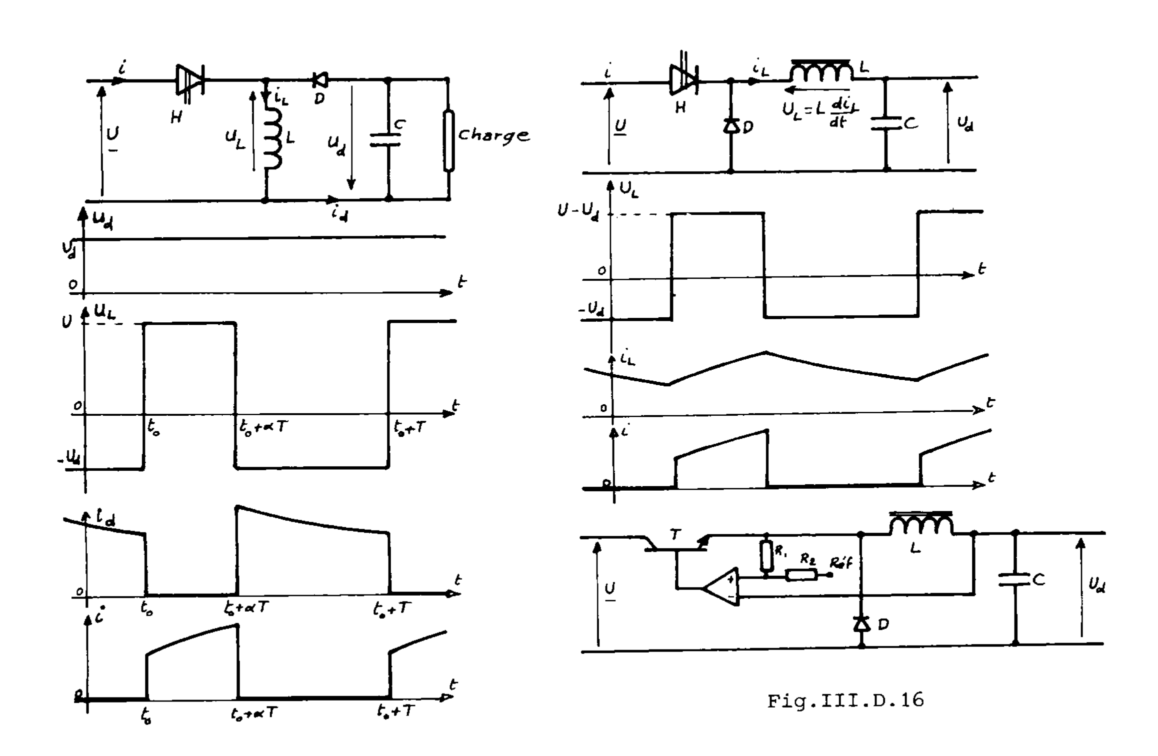


Fig.III.D.14

Fig.III.D.16

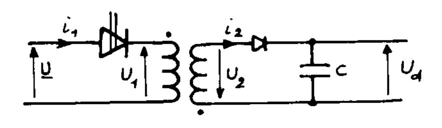


Fig.III.D.15

On voit qu'il est alors possible d'alimenter une charge n'admettant pas les discontinuités de tension par une source de même contrainte (mais on va voir qu'elles ne sont jamais connectées l'une à l'autre).

Le fonctionnement s'analyse ainsi :

- pour $t_o < t < t_o + \alpha T$, H est enclenché, $u_L = U$, i_L augmente (sa valeur tend vers celle du courant de court-circuit de la source) et

D'où les courbes de la fig. III.D.12.

On peut déterminer facilement la relation qui lie la tension de sortie $U_{d\alpha}$ à celle de la source U. On remarque pour cela que la valeur moyenne de la tension u_H aux bornes de H s'exprime (à partir de la courbe $u_H(t)$) :

$$U_{H\alpha} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_o + \alpha T}^{t_o + T} U_{d\alpha} \, .dt = (1 - \alpha) . U_{d\alpha} \, .$$

Or, la valeur moyenne $U_{H\alpha}$ est égale à U(tension de la source) car la chute de tension moyenne aux bornes de la bobine d'inductance ℓ est nulle ; d'où :

$$U = U_{H\alpha} = (1 - \alpha) . U_{d\alpha} \quad \text{et} \quad U_{d\alpha} = \frac{1}{1 - \alpha} . U \qquad \textit{(III.D.3)}$$

On voit que la valeur de $U_{d\alpha}$ dépend du rapport cyclique α . On remarque aussi qu'elle est toujours supérieure à celle de U(élévateur de tension) puisque α est un réel compris entre 0 et 1 . On peut donc réaliser au moyen de ce montage des tensions de sortie très élevées mais il ne faut pas oublier que, du fait de la conservation de l'énergie d'un système isolé et en négligeant les pertes des composants, les valeurs moyennes I_α de i(t) et $I_{d\alpha}$ de $i_d(t)$ sont liées par :

$$I_{d\alpha} = (1 - \alpha) . I_\alpha \, . \qquad \textit{(III.D.4)}$$

Cette relation permet de prévoir les éléments du hacheur (section du conducteur de la bobine et interrupteur statique H) en fonction de l'intensité du courant de charge désiré et du rapport cyclique maximal prévu.

APPLICATION

Le montage étudié ci-dessus pourrait être un moteur restituant au freinage de l'énergie à une source de tension plus élevée que sa propre f.e.m. ; d'où le principe général de l'alimentation réversible des moteurs à courant continu par hacheur (exemple : traction électrique avec freinage par récupération) exposé sur la fig. III.D.13 : un hacheur série (utilisant l'interrupteur H_1 et la diode de roue libre D_1) permet l'alimentation du moteur à partir de la source de tension (f.e.m. E_c du moteur inférieure à U) ; un hacheur parallèle (H_2, D_2) permet le freinage en alimentant la source U(batteries, par exemple) à partir du moteur.

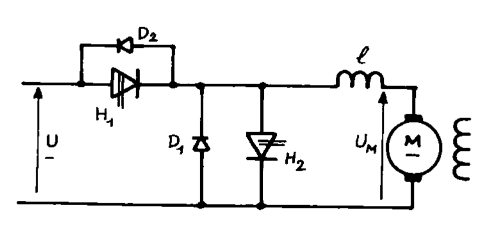


Fig.III.D.13

III.D.II.2 HACHEUR PARALLÈLE (ÉLÉVATEUR DE TENSION)

Ce convertisseur permet le fonctionnement inverse du précédent, c'est-à-dire l'alimentation d'une charge qui supporte les discontinuités de courant (au besoin grâce à un condensateur-tampon en parallèle) par une source qui ne les accepte pas (effet inductif). L'interrupteur statique H est disposé en parallèle aux bornes de la source et de la charge. Le montage utilise la propriété des circuits inductifs de produire des f.e.m. élevées à l'ouverture.

On va analyser le fonctionnement de ce convertisseur en supposant la tension aux bornes de la charge constante ($U_{d\alpha}$ = Cte).

On distingue deux phases de fonctionnement :

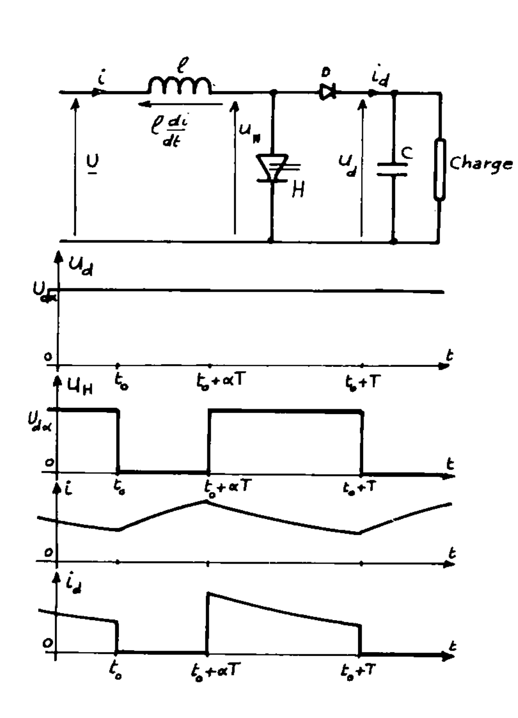


Fig.III.D.12

- pour $t_o < t < t_o + \alpha T$, l'interrupteur H est fermé et l'intensité du courant i augmente au cours du temps (sa valeur tend vers celle du courant de court-circuit) on a :

$$u_H = 0,\ i_d = 0,\ u_d = U_{d\alpha}$$

- pour $t_o + \alpha T < t < t_o + T$, H s'ouvre ; la bobine ℓ est le siège d'une f.e.m. élevée (et négative dans le cas de nos conventions) et la tension :

$$U - \ell \cdot \frac{di}{dt}$$

devient très supérieure à U ; la diode D se débloque et :

$$u_H = U_{d\alpha},\ i_d = i\ .$$

La bobine d'inductance ℓ se trouve sous une tension :

$$\ell \cdot \frac{di}{dt} = U - U_{d\alpha} < 0$$

et l'intensité de i diminue.

ou bien elle fixe E_c (et donc la vitesse, dans le cas d'un moteur) lorsque $I_{di\alpha}$ dépend de la charge (moment du couple d'un moteur).

- fonctionnement à courant de charge interrompu (fig. III.D.10.c); on a alor .

$$E_c + R_c . I_{di\alpha} = U_{di\alpha} = \frac{1}{T}\left[\int_{t_o}^{t_o + \alpha T} U.dt + \int_{t_o + \beta T}^{t_o + T} E_c.dt\right] = \alpha . U + (1 - \beta) . E_c .$$

(si le courant de charge i_d est éteint entre les instants $t_o + \beta T$ et $t_o + T$).

Dans tous les cas, on voit que la valeur moyenne $U_{di\alpha}$ de la tension produite est fonction de α, nombre compris entre 0 et 1 et que l'on nomme *rapport cyclique* ; ce nombre caractérise la durée de conduction de H relativement à la période des impulsions de commande. On réglera la valeur de $U_{di\alpha}$ en modifiant le rapport cyclique α ; ceci pourra être obtenu :

- soit en modifiant la durée de conduction de H (sans toucher à la période T);
- soit en modifiant la fréquence du hacheur (c'est-à-dire la période T), sans toucher à la durée de conduction.

Remarque : on note que le montage proposé permet à l'interrupteur H de connecter une source de tension supportant des discontinuités de courant (voir l'allure de i(t) en III.D.10) à une charge qui ne les admet pas (effet inductif, voir $i_d(t)$) ; inversement , la source peut ne pas accepter les discontinuités de tension alors que la charge les supporte (voir $u_d(t)$). Cette observation est généralisable : *on ne peut connecter entre eux des dipôles ayant les mêmes contraintes dynamiques*. Application : si la source du montage précédent ne supporte pas les discontinuités de courant, de même que la charge, il est impossible de les connecter au moyen de H ; on tourne la difficulté en disposant aux bornes de la source un condensateur-tampon (fig. III.D.11) ; ce condensateur dérive l'écart des intensités de la source et de la charge au moment de l'enclenchement de H ; il transforme la source de courant en source de tension (tension du condensateur pratiquement constante à l'enclenchement de H, quel que soit le courant appelé par la charge, à condition que la capacité de C soit suffisante).

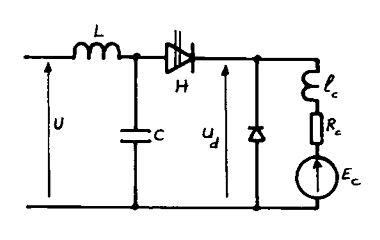


Fig.III.D.11

III.D.II.1 HACHEUR SÉRIE (ABAISSEUR DE TENSION)

Le schéma de principe d'un tel montage est indiqué sur la fig. III.D.10.a (on reconnaît le montage étudié au chapitre précédent). Le fonctionnement du convertisseur se déduit de l'analyse du comportement de l'interrupteur statique H :

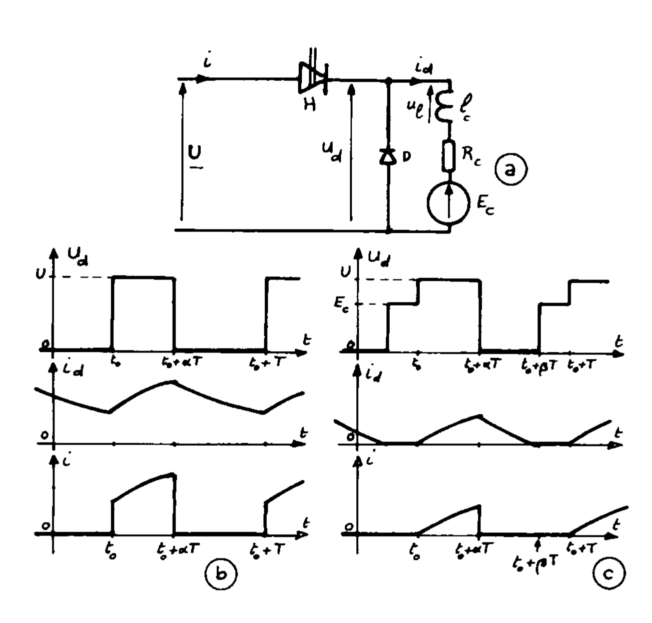


Fig.III.D.10

- H est enclenché pendant αT (par exemple entre les instants t_o et $t_o + \alpha T$) ; alors $u_d = U$ et $i_d = i$.
- H est déclenché pendant $(1-\alpha)T$ (entre les instants $t_o + \alpha T$ et T) ; alors $i = 0$ et i_d circule dans la diode de roue libre ; la tension u_d vaut alors :

  $u_d = 0$ tant que la diode de roue libre conduit (tant que i_d est non nulle) ;

  $u_d = E_c$ lorsque la diode de roue libre se bloque (extinction de i_d).

Deux types de fonctionnement :

- fonctionnement à courant ininterrompu dans la charge (fig. III.D.10.b) où la valeur moyenne de u_d vaut :

$$U_{d i \alpha} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_o}^{t_o + \alpha T} U.dt = \alpha . U \qquad \textit{(III.D.2)}$$

Par ailleurs, la f.e.m. E_c de la charge et la valeur moyenne $I_{d i \alpha}$ de i_d sont liées par : $U_{d i \alpha} = E_c + R_c . I_{d i \alpha}$

(car on sait qu'il n'y a pas de chute de tension moyenne aux bornes d'une bobine parcourue par un courant d'intensité périodique :

$$U_\ell = \frac{1}{T} \int_{t_o}^{t_o + T} \ell_c . \frac{d}{dt}(i_d).dt = \ell_c . [i_d(t_o) - i_d(t_o + T)] = 0.)$$

Cette relation définit $I_{d i \alpha}$ si E_c est imposée par la charge (batterie)

Fig.III.D.8

III.D.II HACHEURS

Les *hacheurs* sont des convertisseurs statiques qui sont alimentés par des sources de tension continue et produisent aux bornes d'une charge une tension unidirectionnelle de valeur moyenne réglable. On peut imaginer un grand nombre de dispositifs électroniques réalisant cette fonction. On se contentera ici d'indiquer les types de montages les plus utilisés ainsi que quelques applications. Ces montages utiliseront des interrupteurs unidirectionnels statiques (cf. chapitre précédent) qui seront représentés par le symbole de la fig.III.D.9.

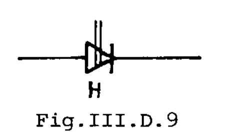


Fig.III.D.9

Remarque 1 : l'analyse précédente du fonctionnement de l'interrupteur statique permet de choisir les composants du montage, connaissant les intensités des courants qui les traversent et les tensions qui leur sont appliquées (et sachant que les phénomènes de charge et de décharge du condensateur doivent être de très courte durée devant les intervalles entre les impulsions de commande) ;

Remarque 2 : l'analyse précédente montre aussi l'importance de l'ordre des différentes phases du fonctionnement. L'enclenchement de l'interrupteur statique (instant t_3) ne doit pas intervenir avant que le condensateur soit chargé (instant t_1 environ) ; sinon, il n'est plus possible de charger C et de bloquer T_1. Le déclenchement de T_1 (instant t_4) ne doit pas arriver avant l'inversion de la tension aux bornes de C, sinon il n'y a pas déclenchement.

Remarque 3 : la bobine d'inductance ℓ sert à limiter l'intensité du courant qui traverse le thyristor T_4 lors de son amorçage.

Remarque 4 : on peut calculer la capacité du condensateur C nécessaire pour dériver le courant de charge i_C (d'intensité maximale I_C) pendant une durée supérieure au temps de blocage t_q du thyristor T_1 ; initialement chargé sous tension $v_C = -U$ (avant l'instant t_4) le condensateur conserve une tension v_C négative (et donc maintient T_1 sous tension inverse) en débitant un courant d'intensité I_C pendant une durée Δt telle que : $C.U = I_C.\ \Delta t$; cette durée est supérieure à t_q si :

$$\frac{C.U}{I_C} = \Delta t > t_q$$

soit :

$$C > \frac{1}{U}.I_C.t_q \qquad (III.D.1)$$

Remarque 5 : le cycle de fonctionnement étudié nous a conduit à un état final où C est chargé sous la tension U, ce qui rend inutile la première phase de fonctionnement étudiée ; on la conservera toutefois : elle sera utile à la mise sous tension du montage et si le courant dans la charge est interrompu.

Remarque 6 : l'enclenchement et le déclenchement de T_1 sont indépendants de la source et de la charge ; on est ici en régime de commutation forcée (autocommutation).

Remarque 7 : le fonctionnement étudié conduit aux courbes suivantes :

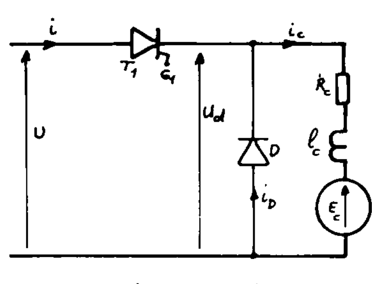


Fig.III.D.6

En effet, l'enclenchement de T_1 place la diode de roue libre D sous tension inverse et la bloque ; l'intensité du courant de charge i_c est alors fournie par la source de tension U . Cette phase est donc l'enclenchement de l'interrupteur statique étudié.

∇ *quatrième phase : blocage du thyristor principal*

L'impulsion qui arrive à l'instant t_4 sur la gâchette de T_4 trouve ce thyristor polarisé sous la tension directe $v_{T4} = - v_C = U$ (la tension aux bornes de T_1 , enclenché, est négligeable devant U) ; ce thyristor s'amorce et dérive le courant appelé par la charge ; ce courant emprunte désormais la maille contenant T_4 , C et ℓ (cf.fig. III.D.7) ; ce phénomène se poursuit durant toute la décharge de C(T_1 se trouve polarisé sous une tension $V_{T1} = v_C$ négative) ; si cette durée est supérieure au temps de blocage t_q du thyristor T_1, ce dernier ne se réamorce pas lorsque la tension à ses bornes redevient positive.

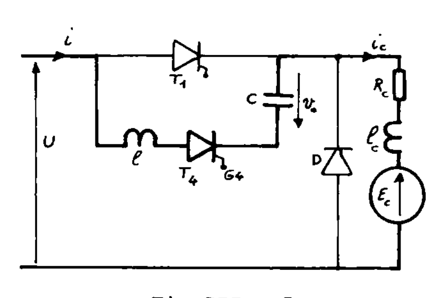


Fig.III.D.7

La charge du condensateur C sous la tension $U - u_d$ se poursuit à travers T_3 , lorsque l'intensité i du courant de charge devient trop faible, le récepteur inductif est le siège d'une f.e.m. d'auto-induction qui amorce la diode de roue libre D grâce à laquelle le courant i_c est ininterrompu. Alors, la charge de C s'effectue sous la tension : $U - u_d = U$ (car $u_d = 0$ lorsque D conduit).

En fin de charge le thyristor T_4 se bloque (lorsque l'intensité de i devient inférieure à celle de son courant de maintien) et on a : $i = 0$, $v_C = U$.

On est revenu aux conditions initiales du fonctionnement (à la charge près du condensateur) et l'interrupteur statique est déclenché.

En définitive, l'interrupteur statique n'est enclenché qu'entre les instants t_3 et t_4, soit une durée : $t_4 - t_3 = \alpha T$ (si on note T la période du cycle des impulsions de gâchettes).

L'intensité du courant i tend exponentiellement vers zéro ; elle devient donc rapidement (au bout d'une durée de l'ordre de quelques constantes de temps $\tau_1 = RC$) inférieure à l'intensité du courant de maintien de T_2 et ce dernier se bloque.

La tension v_C est alors très voisine de celle de la source, U .

∇ *deuxième phase : inversion de la charge du condensateur*

A la fin de la charge du condensateur, le thyristor T_3, toujours bloqué, se trouve polarisé en direct sous la tension :

$$v_{T3} = v_C = U ;$$

l'impulsion qui parvient sur sa gâchette à l'instant t_2 l'enclenche et C se décharge dans la maille contenant T_3 (dont on néglige la chute de tension à l'état conducteur) et la bobine d'inductance L (cf. fig. III.D.5).

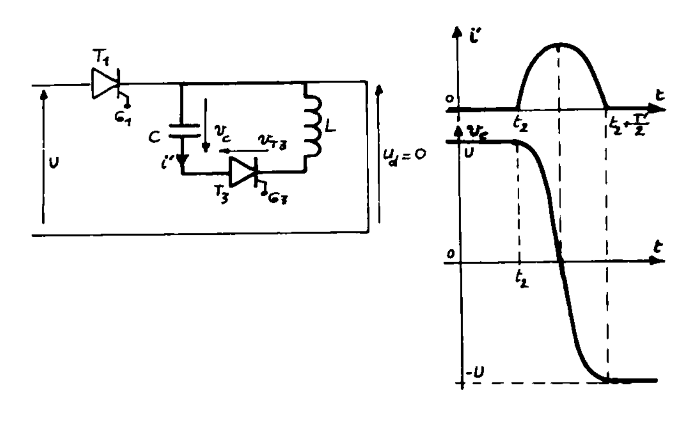


Fig.III.D.5

L'étude du circuit oscillant ainsi réalisé conduit, compte tenu des conditions initiales ($v_C = U$ et $i' = 0$ à l'instant t_2), aux expressions suivantes de $v_C(t)$ et $i'(t)$:

$$v_C = U.\cos\frac{t - t_2}{\sqrt{LC}}$$

$$i' = \sqrt{\frac{C}{L}}.U.\sin\frac{t - t_2}{\sqrt{LC}} .$$

L'évolution de v_C et de i' est indiquée sur la fig. III.D.5. L'intensité du courant i' s'annule au bout d'une demi-période du régime oscillant ($\frac{T'}{2} = \pi\sqrt{LC}$) et T_3 se bloque ; la tension v_C vaut alors : $v_C = -U$ et le thyristor T_3 se trouve polarisé en inverse :

$$v_{T3} = v_C = -U .$$

∇ *troisième phase : enclenchement du thyristor principal*

Le thyristor T_1 est bloqué et sous la tension directe :

$$v_{T1} = U - u_d = U .$$

L'impulsion de commande qui lui parvient à l'instant t_3 l'amorce et, si on néglige la chute de tension à ses bornes, on a :

$$u_d = U \quad \text{et} \quad i = i_c .$$

L'électronique de commande (non représentée) fournit les impulsions de commande des différents thyristors suivant un ordre relatif représenté en III.D.3 et que nous allons justifier.

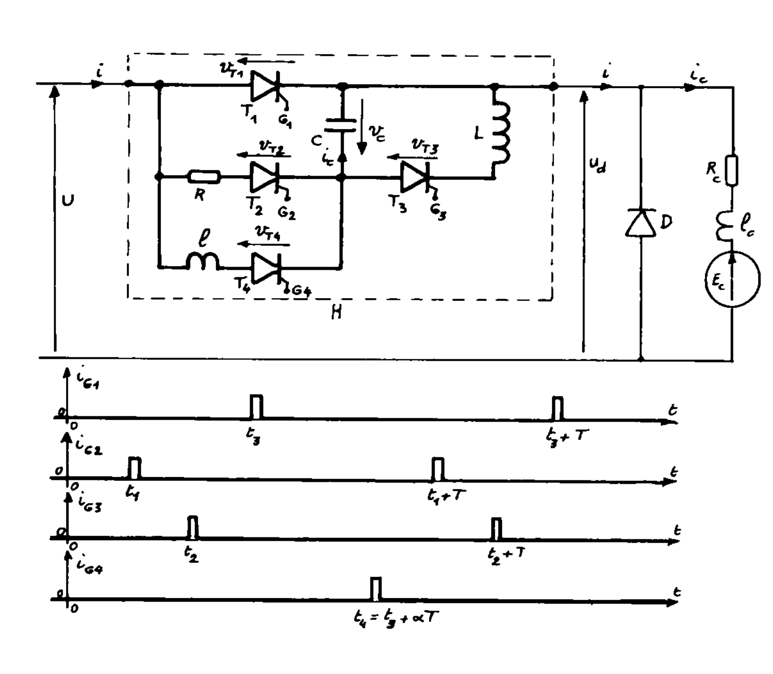


Fig.III.D.3

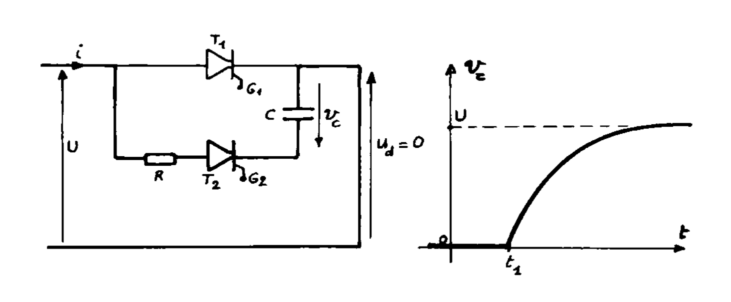


Fig.III.D.4

Analysons le fonctionnement de H en prenant pour conditions initiales que tous les thyristors sont bloqués et le condensateur C est déchargé.

∇ *première phase : charge du condensateur*

L'impulsion de commande qui arrive à l'instant t_1 sur la gâchette de T_2 enclenche ce dernier (qui était polarisé sous tension U en direct puisque le condensateur est déchargé et que la diode de roue libre conductrice à l'ouverture de H assure $u_d = 0$) ; le condensateur de capacité C se charge sous la tension U dans une maille représentée en III.D.4 et de résistance totale R (si on néglige la chute de tension aux bornes de T_2).

On sait que dans ces conditions et compte tenu de la charge nulle initiale du condensateur, la tension v_C à ses bornes est de la forme :

$$v_C = U.(1 - \exp(-\frac{t - t_1}{R.C}))$$

tandis que l'intensité du courant i s'exprime :

$$i = C.\frac{dv_C}{dt} = \frac{U}{R}.\exp(-\frac{t - t_1}{R.C}) \ .$$

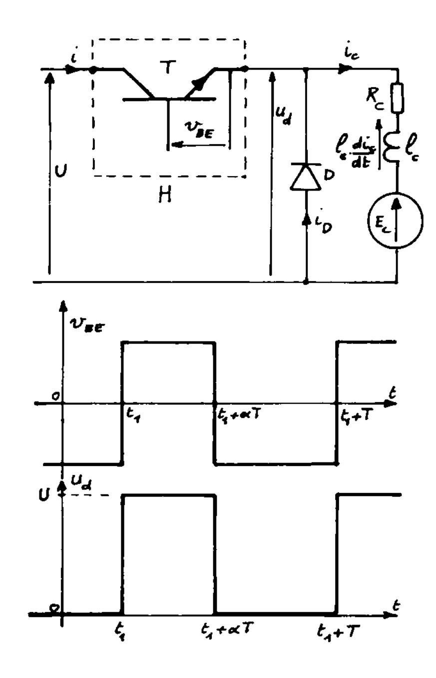


Fig.III.D.2

L'interrupteur statique est commandé par un signal $V_{BE}(t)$ en forme de créneaux ; d'où le fonctionnement suivant :

- lorsque V_{BE} est positive (pour un NPN), le transistor T est saturé (si v_{BE} et i_B sont suffisantes), la tension à ses bornes est négligeable devant U (dans le cas général en électrotechnique) et :

$$u_d = U$$

la diode D, polarisée en inverse, est bloquée et :

$$i_c = i$$

- lorsque v_{BE} est négative le transistor T est bloqué et $i = 0$. La charge imposant un courant ininterrompu(effet inductif), la diode D se débloque (sous l'effet de la f.e.m. d'auto-induction $\ell_c \cdot \frac{d}{dt}(i_c)$ qui tend à devenir très grande et négative lorsque i_c menace de s'annuler) et $i_D = i_c$. D'où : $u_d = 0$.

On a vu que s'il permet des fréquences de travail plus élevées que le thyristor (grâce à sa durée de blocage plus courte), le transistor a des performances (tension et courants) qui ne sont pas encore équivalentes et il nécessite des courants de commande d'intensités élevées (faible amplification en courant). Pour les très grandes puissances on réalise donc des interrupteurs statiques à thyristors.

III.D.I.3 INTERRUPTEUR STATIQUE À THYRISTORS

On pourrait imaginer de nombreux montages à thyristors se comportant comme un interrupteur statique. Nous n'étudierons ici que celui représenté sur la fig. III.D.3 dans la même situation que son homologue à transistor au paragraphe précédent(en série avec une charge inductive aux bornes de laquelle est disposée une diode de roue libre : la diode de roue libre permet au courant de charge i_c d'être ininterrompu malgré l'ouverture de l'interrupteur statique H).

III. D.

Hacheurs et onduleurs autonomes

III.D.I L'INTERRUPTEUR STATIQUE

III.D.I.1 INTÉRÊT

Le principe de la plupart des hacheurs (variateurs de courant continu) et des onduleurs est schématisé sur la fig. III.D.1 :

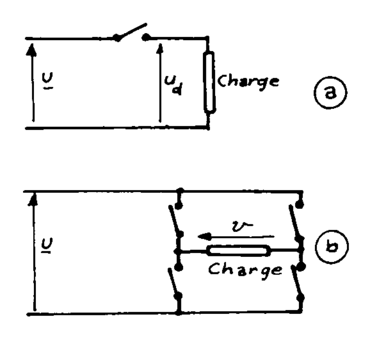


Fig.III.D.1

- on obtient une tension unidirectionnelle de valeur moyenne variable (but du hacheur) en établissant et interrompant périodiquement l'alimentation de la charge par la source de tension continue (fig. III.D.1.a) ;
- on obtient une tension alternative aux bornes de la charge en inversant périodiquement le branchement de la source sur la charge (fig. III.D.1.b).

Ces deux fonctions (hacheur, onduleur) ne peuvent être réalisées à des fréquences élevées que si on dispose d'*interrupteurs statiques* (ou interrupteurs électroniques, ou contacteurs statiques) c'est-à-dire de dispositifs électroniques susceptibles de s'enclencher et de déclencher sur commande. Ce chapitre sera consacré à l'étude de l'interrupteur statique ; on le notera H (c'est la fonction de base du hacheur).

III.D.I.2 INTERRUPTEUR STATIQUE A TRANSISTOR

C'est l'application immédiate du fonctionnement en commutation du transistor (cf.§ III.A.II.6).

On a schématisé en III.D.2 un tel interrupteur monté en série avec une charge inductive imposant un courant de charge i_c ininterrompu (exemple : hacheur série alimentant un moteur à courant continu).

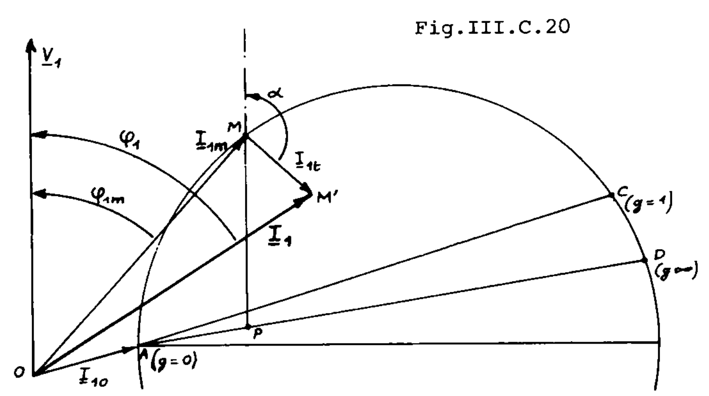


Fig.III.C.20

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1m} + \underline{I}_{1t}$

- l'intensité $\underline{I}_{1m}$ est donnée par le diagramme du cercle de la machine (en fonction de la valeur du moment du couple mécanique : $(PM) = \frac{C_{em} \cdot \Omega_s}{3 . V_1}$) ;

- l'intensité $\underline{I}_{1t}$ supposée sinusoïdale sera confondue avec le terme fondamental de la décomposition harmonique de l'intensité des courants primaires de T ; on montre facilement que cette grandeur a pour valeur efficace :

$$I_{1t} = m' . \frac{2\sqrt{3}}{\pi} . I_d = \frac{\sqrt{2}}{3} . \frac{m'}{m} . \frac{C_m . \Omega_s}{V_1} = \frac{\sqrt{2}}{3} . \frac{m'}{m} . \frac{P_{em}}{V_1} \quad . \textit{(III.C.21)}$$

La construction de $i_{1t}(t)$ montre facilement que le fondamental de sa décomposition harmonique est déphasé de α sur la tension étoilée $v_1(t)$.

D'où l'allure de $\underline{I}_1$ (fig. III.C.20). On observe que :

- la puissance active consommée par la cascade est moindre que celle du moteur seul (et qui serait la puissance totale consommée à même moment du couple si le réglage de la vitesse avait été obtenu au moyen d'un rhéostat de glissement) ; ceci se voit au fait que la composante active de $\underline{I}_1$ est plus petite que celle de $\underline{I}_{1m}$; cette propriété était prévisible puisque nous avons récupéré l'énergie rotorique : elle assure à la cascade un rendement voisin de celui du moteur seul (sans rhéostat de glissement).

- le facteur de puissance de la cascade est plus faible que celui du moteur asynchrone ; cette propriété provient du faible facteur de puissance de l'onduleur non autonome ; elle conduit à choisir le rapport m' le plus petit possible (pour réduire la valeur efficace I_{1t}) et éventuellement à disposer une batterie de condensateurs aux bornes de la cascade (condensateurs qui ont aussi l'avantage de filtrer les composantes harmoniques de rang élevé produites par l'onduleur).

Ce dernier inconvénient ne suffit pas à réduire l'intérêt de la cascade hyposynchrone qui permet un réglage continu de vitesse, même à faible charge (ce que ne permet pas un rhéostat de glissement) et sur une plage étendue de vitesses (ce qui ne permet pas encore le cycloconvertisseur.)

D'où : $-g.m = m'.\cos\alpha$ ou $-g = \frac{m'}{m}.\cos\alpha$. *(III.C.19)*

Le glissement et donc la vitesse de rotation $n' = n'_s .(1-g)$ sont réglés par action sur le retard à l'amorçage α. Le fonctionnement en onduleur limite α à une plage de valeurs $(\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi - \delta)$, ce qui conduit le glissement g à évoluer entre 0 et $\frac{m'}{m}.\cos\delta$ (où δ est l'angle de garde.) Pour une garde de $\frac{\pi}{6}$, il vient donc :

$$0 \leq g \leq \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{m'}{m} .$$

Le rapport de transformation m' de T est donc choisi pour réaliser le glissement maximal désiré (c'est-à-dire la vitesse minimale ; par exemple, si on veut parvenir à l'arrêt, $g = 1$, il faut que $m' \geq \frac{2.m}{\sqrt{3}}$; dans le cas général : $m' \geq \frac{2.m}{\sqrt{3}}.g_{Max}$).

La puissance prélevée aux enroulements rotoriques est liée, on le sait (tome 1, ch.E.III) au glissement et à la puissance électromagnétique parvenant au rotor par :

$$P_2 = g.P_{em} = g.C_{em}.\Omega_s = g.C_m.\Omega_s$$

(où C_{em} et C_m sont les moments des couples électromagnétique et mécanique et Ω_s la pulsation de rotation au synchronisme) ; si on néglige les pertes des matériels, la puissance P_2 est celle fournie par le pont redresseur, soit, en supposant le courant i_d parfaitement filtré et d'intensité I_d :

$$P_2 = U_{1dio}.I_d = \frac{3\sqrt{6}}{\pi}.g.m.V_1.I_d .$$

D'où, en comparant les deux expressions de P_2 :

$$I_d = \frac{\pi C_m.\Omega_s}{3\sqrt{6}.m.V_1}$$

L'intensité du courant i_d est donc fixée par la valeur du couple mécanique développé par le moteur. Sa valeur maximale sera calculée en fonction de la valeur maximale du couple mécanique désiré ; c'est cette valeur maximale qui permet de choisir ou de calculer les différents éléments du montage (diodes, thyristors, section des enroulements du transformateur et du moteur asynchrone) ; se rapporter pour cela à l'étude des redresseurs et des onduleurs.

Si on s'intéresse à l'intensité du courant appelé sur le réseau triphasé, on voit qu'elle s'exprime, pour un fil de ligne, par la somme des intensités appelées par le moteur asynchrone et le transformateur T :

III.C.IV.2 RÉGLAGE DE VITESSE DES MACHINE ASYNCHRONES

Le principe du réglage de la vitesse par action sur le rotor a été exposé lors de l'étude des machines à induction (tome 1, chapitre E.IX). La fig. III.C.19 rappelle le schéma de puissance de la cascade hyposynchrone dont on va analyser rapidement le fonctionnement :

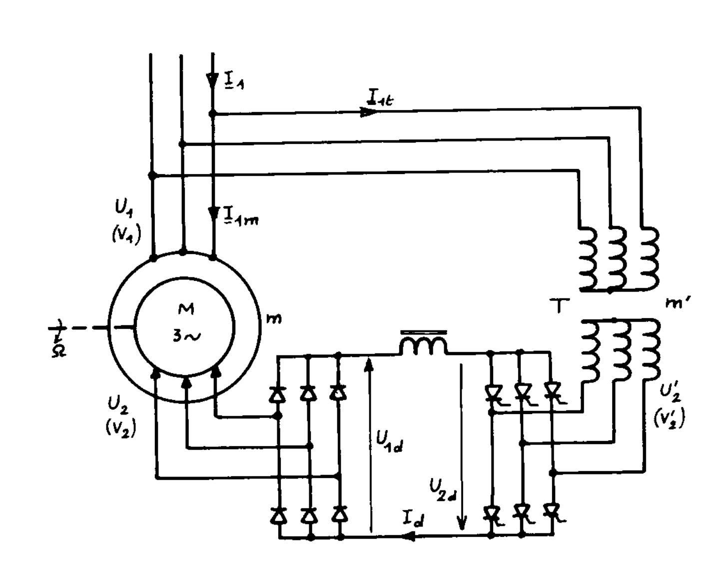


Fig.III.C.19

- un moteur asynchrone de rapport de transformation m à l'arrêt voit apparaître aux bornes de ses enroulements rotoriques des tensions étoilées de valeur efficace :

$$V_2 = g.m.V_1$$

(si g est le glissement et V_1 la valeur efficace des tensions étoilées primaires) ;

- un pont triphasé de diodes redresse ces tensions et produit une grandeur de valeur moyenne :

$$U_{1dio} = \frac{3\sqrt{6}}{\pi}.V_2 = \frac{3\sqrt{6}}{\pi}.g.m.V_1$$

- un onduleur non autonome en pont triphasé tout thyristors alimenté par un transformateur de rapport m' ($V_2' = m'.V_1$) produit une tension u_{2d} de valeur moyenne :

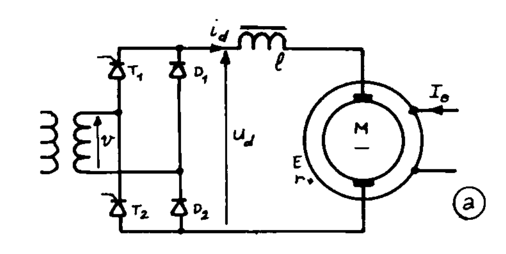
$$U_{2di\alpha} = U_{2dio}.\cos\alpha = \frac{3\sqrt{6}}{\pi}.m'.V_1.\cos\alpha .$$

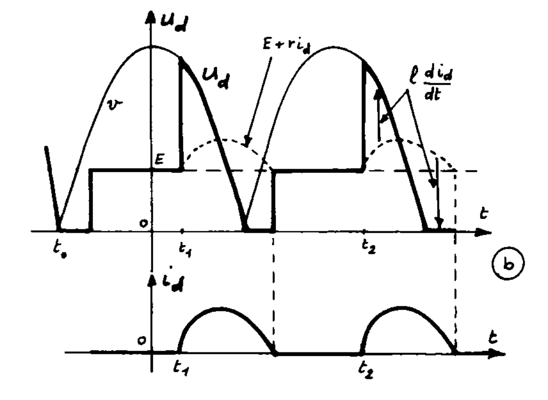
A l'équilibre, l'onduleur restituera au réseau triphasé l'énergie empruntée au rotor lorsque :

$$U_{1dio} = - U_{2di\alpha}$$

(si on néglige les chutes de tension en charge et en remarquant que les deux ponts sont nécessairement connectés en série pour débiter l'un dans l'autre).

comme une diode de roue libre. On distingue deux types de fonctionnement :





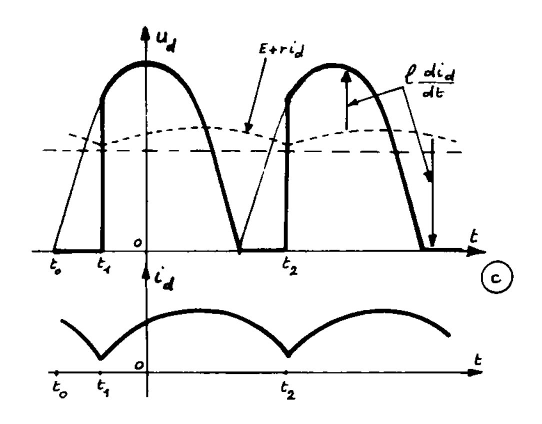


Fig.III.C.18

- fonctionnement à courant interrompu pour les fortes valeurs du retard α ; les grandeurs $u_d(t)$ et $i_d(t)$ ont l'allure des courbes de la fig. III.C.18.b. Pendant que i_d est nul, la tension u_d est égale à la f.e.m. E du moteur (supposée constante).

- fonctionnement à courant ininterrompu, pour les faibles valeurs de α (grandes valeurs de U_{di}) ; $u_d(t)$ et $i_d(t)$ sont représentés en III.C.18.c. (on retrouve les formes déjà observées sur la fig. III.C.11 aux bornes des charges à diode de roue libre). La valeur moyenne de la tension u_d s'exprime alors :

$$U_{di} = U_{dio} . \frac{1 + \cos \alpha}{2} = E + r . I_d$$

si I_d est la valeur moyenne de i_d et r la résistance de la maille (on sait que la bobine de filtrage ne provoque aucune chute de tension moyenne). La vitesse de rotation, dont dépend la f.e.m. E, est donc réglée par action sur le retard α .

La valeur moyenne I_d de l'intensité du courant dépend du moment du couple moteur, comme dans toutes les machines à courant continu. On pourra réguler la vitesse en commandant les thyristors en fonction de l'écart entre un signal de référence et la vitesse vraie (lue par un capteur de vitesse).

III.C.III.3 AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DU PONT REDRESSEUR MIXTE

a. Avantages des ponts mixtes sur les redresseurs tout thyristors

- La commande des ponts mixtes est plus facile que celle des ponts tout thyristors (deux fois moins de composants à commander) et le coût de réalisation est plus faible (deux fois moins de thyristors et de dispositifs de commande).
- La plage de variation du retard α est deux fois plus grande, en fonctionnement redresseur, pour un pont mixte que pour un montage tout thyristors ; d'où un réglage plus fin de la tension redressée (intéressant pour la commande des moteurs à courant continu).
- On pourrait montrer qu'à valeur moyenne de la tension produite égale, le pont mixte présente un facteur de puissance (et donc un rendement) meilleur qu'un pont analogue tout thyristors.

b. Inconvénients des ponts mixtes

- Ils ne permettent pas le fonctionnement en onduleur(ils sont irréversibles) et interdisent la récupération d'énergie.
- La décomposition harmonique de la tension redressée commence une octave plus bas (3f au lieu de 6f pour un montage PD3 ou S3 mixte) que pour un montage analogue tout thyristors. D'où un problème de filtrage plus important.

III.C.IV EXEMPLES D'APPLICATIONS DES REDRESSEURS COMMANDÉS

Nous ne citerons ici que deux exemples simples, mais on peut en étudier plusieurs autres : chargeur de batterie (à diodes), liaison redresseur-onduleur entre deux réseaux alternatifs indépendants,etc.

III.C.IV.1 ALIMENTATION DES MOTEURS A COURANT CONTINU

Nous ne considérerons que le cas simple de l'alimentation par un pont monophasé mixte (fig. III.C.18.a) ; plutôt que de disposer les deux thyristors sur un même commutateur (si leurs cathodes étaient au même potentiel, la commande des gâchettes serait plus simple) on les dispose en série de sorte que les deux diodes D_1 et D_2, en série, se comportent

(où U_{d1io} est positive puisqu'il s'agit d'un commutateur à cathode commune) ;

- un commutateur à diodes (D_1,D_2,D_3) à anode commune et qui redresse les mêmes tensions étoilées pour produire une grandeur u_{d2} (négative) de valeur moyenne U_{d2io}.

Il est évident que les valeurs U_{d1io} et U_{d2io} obtenues lors du redressement à amorçage naturel du même système de tensions étoilées, sont opposées.

D'où la valeur moyenne de la tension $u_d = u_{d1} - u_{d2}$:

$$U_{di\alpha} = U_{d1i\alpha} - U_{d2io} = U_{d1io}.\cos\alpha - U_{d2io} = U_{d1io}(\cos\alpha + 1)$$

(car $U_{d2io} = - U_{d1io}$). Si on note U_{dio} la valeur moyenne de u_d lors de l'amorçage naturel ($\alpha = 0$), on voit que :

$$U_{dio} = 2.U_{d1io}$$

et la valeur moyenne de u_d s'écrit :

$$U_{di\alpha} = \frac{U_{dio}}{2}.(1 + \cos\alpha) \qquad \textit{(III.C.18)}$$

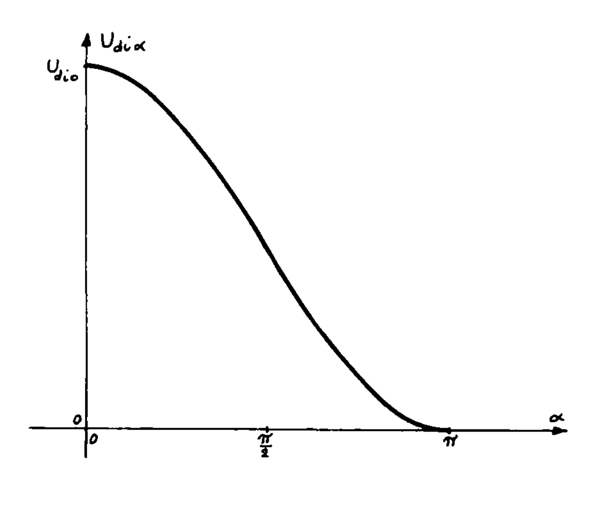


Fig.III.C.17

La fig. III.C.17 indique l'évolution de $U_{di\alpha}$ avec la valeur α du retard à l'amorçage. On voit que le pont mixte ne permet de produire que des tensions positives (ce qui exclut tout fonctionnement en onduleur non autonome) sur une plage de variation de α :

$$0 \leq \alpha \leq \pi .$$

En comparant avec la courbe de la fig. III.C.6 on voit que le fonctionnement en redresseur est plus souple avec un pont mixte puisque la plage dans laquelle évolue α est deux fois plus large.

- pour un retard α compris entre $\frac{\pi}{3}$ et π ($t''_1 - t_o$ compris entre $\frac{T}{6}$ et $\frac{T}{2}$), la tension u''_d n'est plus formée que de trois portions de sinusoïdes par période T ; on note de plus que l'enclenchement et l'extinction d'un thyristor (T_1 par exemple) se produisent en même temps que ceux d'une diode associée (D_3 conduit en même temps que T_1). La tension u''_d devient nulle à l'instant t'_o ou D_1 s'amorce (c'est elle qui a, au delà de t'_o, le potentiel de cathode le plus faible) alors que T_1 est toujours conducteur ; elle reste nulle jusqu'à l'instant t''_2 ou T_2 s'enclenche.

  Les courbes $i'_{s1}(t)$ et $i''_{s1}(t)$ montrent que l'intensité des courants d'alimentation du pont a une valeur moyenne nulle et une valeur efficace qui dépend de l'intensité du courant de charge I_d et du retard α (car la durée de conduction des composants est fonction de α) :

- pour $\alpha \leq \frac{\pi}{3}$, chaque composant conduit pendant $\frac{T}{3}$ et la valeur efficace i_{s1} s'exprime :

$$I_{si\alpha ef} = I_d . \sqrt{\frac{2}{3}}$$

- pour $\frac{\pi}{3} \leq \alpha \leq \pi$, chaque composant conduit pendant $\frac{T}{2} - \frac{\alpha}{\omega}$ et on a :

$$I_{si\alpha ef} = I . \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi}} .$$

On remarque enfin que dans tous les cas la fonction $u_d(t)$ est périodique et de période $\frac{T}{3}$, ce qui implique que la décomposition harmonique commencera par une tension sinusoïdale de fréquence 3f (150Hz pour du redressement en 50Hz) alors que les tensions obtenues avec des ponts identiques tout diodes ou tout thyristors n'introduisent des composantes sinusoïdales qu'à partir de la fréquence 6f.

III.C.III.2 VALEUR MOYENNE DE LA TENSION REDRESSÉE

On pourrait calculer la valeur moyenne des fonctions $u'_d(t)$ et $u''_d(t)$ obtenues sur la fig. III.C.16 mais il est plus simple de considérer le pont mixte comme composé de deux commutateurs parallèles disposés en série :

- un commutateur à thyristors (T_1, T_2, T_3) redresse les tensions étoilées v_1, v_2 et v_3 et fournit une tension u_{d1} de valeur moyenne :

$$U_{d1i\alpha} = U_{d1io} . \cos \alpha$$

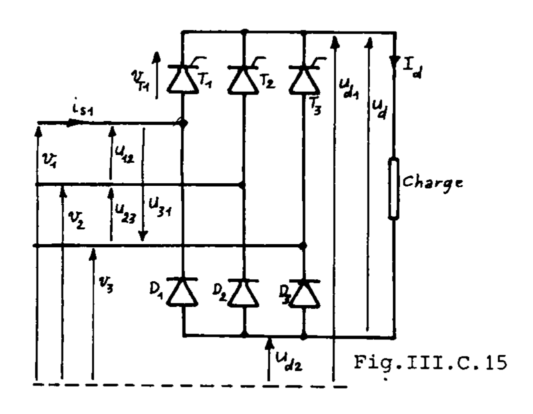


Fig.III.C.15

III.C.16 (dans le cas du montage représenté en exemple) ; l'amorçage des thyristors est commandé alors que celui des diodes est fixé par les conditions extérieures. On remarque deux types de fonctionnement :

- pour un retard α inférieur à $\frac{\pi}{3}$ ($t_1' - t_o$ inférieur à $\frac{T}{6}$), la tension redressée est de la forme u_d' et est composée de six portions de tensions sinusoïdales par période T ; on note toutefois que u_d' est une fonction périodique de période $\frac{T}{3}$;

Fig.III.C.16

donc conducteur, reçoit une impulsion de commande sans objet à l'instant $t_1 + \frac{2T}{q}$ et la tension u'_d reste égale à v_3 jusqu'à la date $t_1 + T$ où T_1 reçoit une nouvelle impulsion (si le défaut de commande a disparu).

L'intensité du courant i_d , d'expression :

$$i_d = \frac{u'_d + E}{r}$$

passe donc par sa valeur maximale lorsque u'_d est positive et maximale ; cette valeur est supérieure à celle du courant de court-circuit de la source, $\frac{E}{r}$.

On choisira les thyristors de telle sorte qu'ils permettent un tel courant de défaut (de façon non répétitive). Des dispositifs de protection devront assurer la sécurité des composants dans le cas d'un défaut de commande répétitif.

On évitera aussi de commander l'amorçage des composants avec un retard de phase trop important (voisin de π). On voit sur la fig. III.C.14 que si l'instant t_1 de commande de T_1 est trop voisin de t'_1 ($t'_1 = t_o + \frac{T}{2}$ correspond à un retard angulaire π), la commutation des thyristors T_3 et T_1 et le temps de blocage (t_q) de T_3 risquent d'interdire à T_3 d'être bloqué durablement à l'instant t'_1 où la tension v_3 devient supérieure à v_1 (et où par conséquent T_3 tend à s'enclencher aux dépens de T_1). On se prémunira contre un tel défaut de commutation en interdisant au retard angulaire α d'avoisiner π . On définira un angle de garde δ et le fonctionnement en onduleur sera obtenu pour les valeurs de α comprises dans l'intervalle : $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi - \delta$.

On choisit souvent pour δ la valeur $\frac{\pi}{6}$ (30°), pour des tensions alternatives de fréquence maximale 50 Hz.

III.C.III MONTAGES MIXTES EN PONT

III.C.III.1 FONCTIONNEMENT

On nomme montages mixtes les dispositifs redresseurs en pont dont un commutateur est réalisé avec des thyristors alors que l'autre ne comprend que des diodes. La fig. III.C.15 indique le schéma d'un montage en pont triphasé (PD3 ou S3) mixte.

L'étude du fonctionnement d'un tel redresseur, analogue à celles effectuées sur les autres montages, conduit aux courbes de la fig.

- les thyristors doivent supporter à l'état bloqué une tension directe, due au montage, prenant la valeur maximale établie au § III.C.I.4 . On choisira le thyristor en fonction de cette valeur U_{DM} et èn prévoyant des pointes de tension transitoires (provenant du réseau, de la charge ou de la commutation) ; en pratique, on choisira des composants supportant 2 à 2,5 fois la tension U_{DM} en direct.

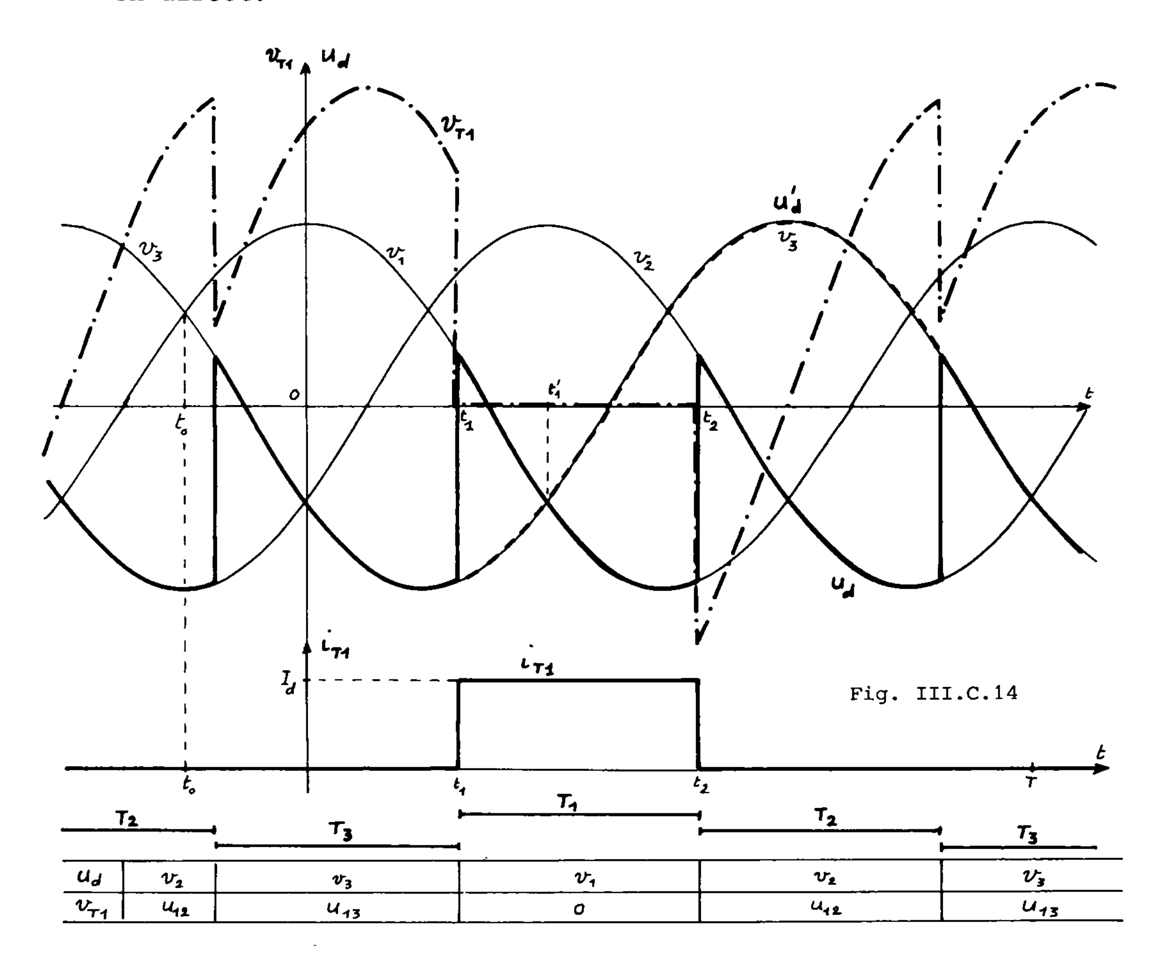


Fig. III.C.14

u_d	v_2	v_3	v_1	v_2	v_3
v_{T1}	u_{12}	u_{13}	0	u_{12}	u_{13}

- les thyristors doivent être amorcés sans faute ; un défaut de commande est dangereux pour le dispositif. On a représenté l'allure u'_d de la tension produite par le montage si le thyristor T_1 n'est pas commandé et enclenché à l'instant t_1 ; le thyristor T_3 qui était conducteur reste enclenché,

et : $$u'_d = v_3 .$$

Le thyristor T_2 reçoit une impulsion de commande à l'instant $t_2 = t_1 + \frac{T}{q}$, mais ne peut s'amorcer car le potentiel de son anode (v_2) est inférieur à celui de sa cathode ($u'_d = v_3$) ; T_3 reste

(si on néglige la tension aux bornes des thyristors et les résistances du transformateur et de l'éventuelle bobine de filtrage).

$U_{di\alpha}$ ayant une valeur négative, I_d est inférieure à l'intensité du courant de court-circuit $\frac{E}{r}$ de la source.

Dans le système des conventions adoptées jusqu'ici la valeur moyenne de la puissance utile du redresseur :

$$P = U_{di\alpha} . I_d$$

est négative, ce qui signifie que l'énergie transite depuis la source continue vers le réseau alternatif (triphasé dans notre exemple) ; d'où le nom d'onduleur donné à ce type de fonctionnement (non autonome signifiant que les valeurs des tensions efficaces et de la fréquence des grandeurs alternatives sont fixées par le réseau qui force les flux du transformateur).

Exemples d'utilisation :

- la source E peut être une batterie d'accumulateurs (chargés par le réseau après permutation des bornes de connexion et en donnant à α des valeurs inférieures à $\frac{\pi}{2}$) servant à apporter un complément d'énergie.

- la source continue peut être un pont redresseur alimenté par un autre système de tensions alternatives (interconnexion entre réseaux indépendants ou de fréquences différentes : liaison sous-marine France-Angleterre ; tensions rotoriques d'une machine asynchrone : cascade hyposynchrone) ; l'ensemble se comporte alors comme un convertisseur de fréquence ou de tensions alternatives à grandeurs intermédiaires continues.

- le dispositif continu peut être un moteur à courant continu dont on veut assurer le freinage par récupération de l'énergie (après inversion des connexions du redresseur aux bornes du moteur).

III.C.II.2 PROBLÈMES PARTICULIERS DE L'ONDULEUR ASSISTÉ

La fig. III.C.14 indique l'allure des tensions et courants obtenus au moyen du montage étudié en exemple (fig. III.C.13). Elle permet d'analyser le fonctionnement en onduleur et met en évidence deux contraintes :

la courbe cherchée a l'allure de celle représentée sur la fig.III.C.12.

APPLICATION

Un avantage procuré par ce type de montages réside dans l'élargissement de la plage de variation du retard α conduisant à des tensions positives. Cette propriété est recherchée lorsqu'on commande un moteur à courant continu. La plage maximale sera obtenu grâce au montage monophasé en pont $(p = 2)$ pour lequel il vient :

$$U_{di\alpha} = \frac{1}{\pi} . U_{dM} . \left[1 - \sin(\alpha - \frac{\pi}{2})\right] = \frac{U_{dio}}{2} . (1 + \cos\alpha) \qquad \text{(III.C.16)}$$

III.C.II ONDULEUR NON AUTONOME

III.C.II.1 PRINCIPE DU FONCTIONNEMENT

On a établi au cours du chapitre précédent qu'un montage redresseur tout thyristors permet de réaliser, lors d'un fonctionnement à débit de courant ininterrompu, une tension de sortie $u_d(t)$ dont la valeur moyenne s'exprime :

$$U_{di\alpha} = U_{dio} . \cos\alpha$$

(où U_{dio} est la valeur moyenne obtenue lors d'un amorçage "naturel" et α le retard de phase à l'amorçage).

Les commandes effectuées avec un retard supérieur à $\frac{\pi}{2}$ conduisent donc à une valeur moyenne négative de $U_{di\alpha}$, à condition que le montage redresseur continue à débiter un courant $i_d(t)$ ininterrompu et positif (la convention de signe présidant à la mesure de i_d est liée au sens du courant direct des thyristors).

Les conditions d'un tel fonctionnement ($U_{di\alpha}$ négative, i_d positive, dans la convention de signe des générateurs pour le redresseur) ne peuvent être réunies que si le dispositif redresseur est connecté à une source de tension continue dont la f.e.m. interne (E, positive) est montée en série avec la tension u_d ; la fig. III.C.13 montre le principe d'un tel dispositif dans le cas simple d'un montage parallèle triphasé.

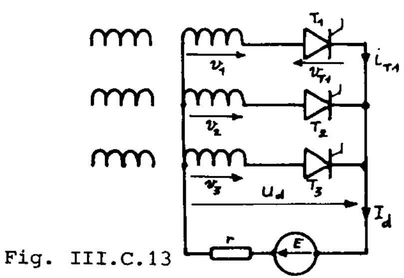


Fig. III.C.13

Le courant i_d est donc entretenu par la source de f.e.m. E et sa valeur moyenne s'exprime :

$$I_d = \frac{U_{di\alpha} + E}{r} = \frac{U_{dio} . \cos\alpha + E}{r} \qquad \text{(III.C.17)}$$

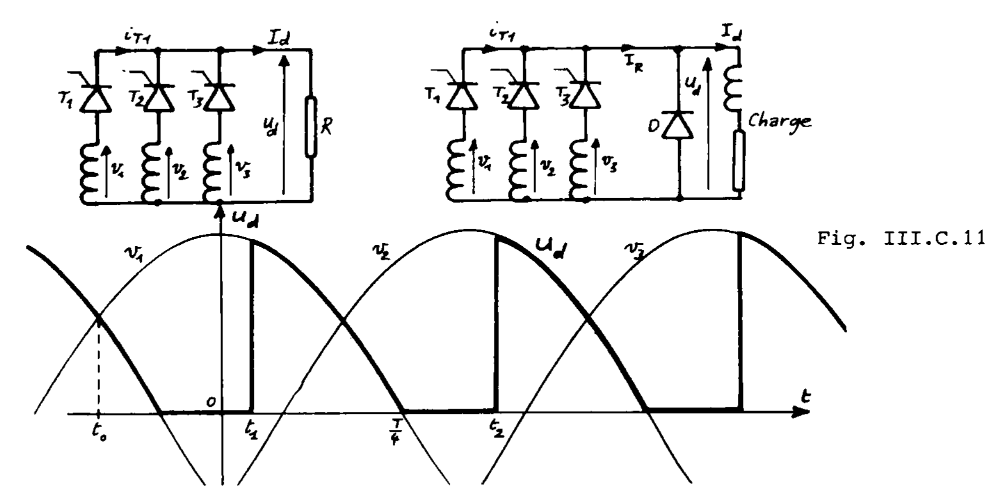


Fig. III.C.11

Les résultats obtenus en supposant le redresseur conduisant sans interruption sont donc encore valables si : $\frac{T}{2p} + \frac{\alpha}{\omega} \leq \frac{T}{4}$

soit encore : $\alpha \leq \frac{\omega T}{4} - \frac{\omega T}{2p}$; $\alpha \leq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p}$

Si le retard est supérieur à cette valeur la tension u_d cesse d'être égale à v_1 à l'instant $\frac{T}{4}$ et reste nulle jusqu'à l'instant t_2 ou T_2 s'enclenche (sans commutation puisque T_1 était déjà bloqué). La tension $u_d(t)$ a alors l'allure indiquée sur la fig. III.C.11 (pour $\alpha = \frac{5\pi}{12}$).

La valeur moyenne de la tension u_d vaut alors :

$$U_{di\alpha} = \frac{1}{\frac{T}{p}} \int_{t_1}^{\frac{T}{4}} v_1.dt = \frac{p}{T}.\int_{t_1}^{\frac{T}{4}} U_{dM}.\cos \omega t.dt = \frac{p}{\omega T}.U_{dM}. \Big[\sin \omega t\Big]_{t_1}^{T/4}$$

D'où :

$$U_{di\alpha} = \frac{p}{2\pi}.U_{dM}. \left[1 - \sin(\alpha - \frac{\pi}{p})\right] \quad . \qquad \textit{(III.C.15)}$$

La valeur moyenne $U_{di\alpha}$ devient nulle lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{p}$ (ce qui était prévisible puisque cela correspond à un amorçage à l'instant $\frac{T}{4}$) et on peut construire la courbe montrant l'évolution de $U_{di\alpha}$ en fonction du retard α :

- pour $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p}$:

$$U_{di\alpha} = U_{dio}.\cos\alpha = \frac{p}{\pi}.U_{dM}.\sin \frac{\pi}{p}.\cos \alpha$$

- pour $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{p}$:

$$U_{di\alpha} = \frac{p}{2\pi}.U_{dM}. \left[1 - \sin(\alpha - \frac{\pi}{p})\right] .$$

On vérifie facilement que ces deux expressions prennent la même valeur lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p}$ et

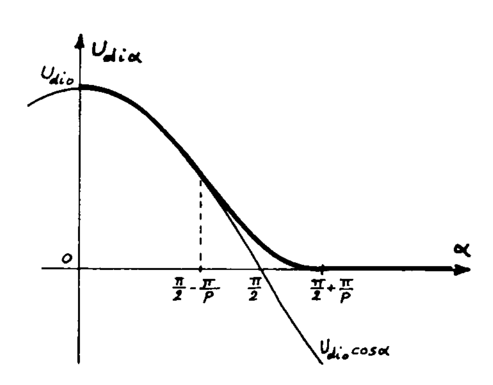


Fig. III.C.12

(où R_s est la résistance totale transformateur-ligne ramenée au secondaire et I_s l'intensité du courant dans un enroulement secondaire en service). D'où la tension en charge :

$$U_{d\alpha} = U_{dio}.\cos\alpha - \frac{p.\ell\omega}{2\pi}.I_d - N.(V_{T(TO)} + r_T.I_T) - R_s.I_s - R_L.I_d$$

(si N est le nombre de thyristors en série dans le montage).

ANNEXE : MONTAGES REDRESSEURS A CONDUCTION INTERROMPUE

Les raisonnements du chapitre ci-dessus ont toujours supposé le redresseur (ou l'onduleur non autonome) débitant un courant ininterrompu(et même d'intensité constante) dans la charge(ou la source de tension continue). Dans ces conditions,on a vu (fig. III.C.7) que la tension u_d devient négative lorsque le rerard α prend une valeur suffisamment élevée, alors que sa valeur moyenne reste positive tant que α est inférieur à $\frac{\pi}{2}$. Certaines charges ne permettent pas un tel fonctionnement ; citons :

- les charges purement passives (résistances) où u_d ne peut devenir négative que si i_d change de sens(ce qui est impossible du fait des thyristors) ;
- les charges inductives (et éventuellement les moteurs à courant continu) aux bornes desquelles on a disposé une diode de roue libre destinée à protéger les thyristors contre les surtensions (voir montage de la fig. III.C.11).

Nous allons étudier ioi ces cas de fonctionnement en prenant pour exemple un montage parallèle triphasé. On sait que $u_d(t)$ est formée de p portions de sinusoïdes par période T des tensions alternatives ; si on choisit l'origine des temps au passage de v_1 par sa valeur maximale, l'instant t_o d'amorçage naturel de T_1 est défini par :

$$t_o = -\frac{T}{2p} .$$

Le thyristor T_1 est enclenché à l'instant :

$$t_1 = t_o + \Delta t = -\frac{T}{2p} + \frac{\alpha}{\omega}$$

et la tension u_d est alors égale à v_1 (on néglige l'empiètement) ; on devrait avoir $u_d = v_1$ pendant $\frac{T}{p}$, c'est-à-dire jusqu'à l'instant :

$$t_1 + \frac{T}{p} = \frac{T}{2p} + \frac{\alpha}{\omega} .$$

Dans le cas des montages étudiés, ceci n'est vrai que tant que cet instant est antérieur à $\frac{T}{4}$ (puisque pour $t > \frac{T}{4}$ la tension v_1 est négative).